JOSEPHI GALLICIJ DIVI GEORGIJ EQUITIS. GEOMETRIA MILITARIS IN...

Josef Gallicius, Farnese,
Timbro non identificato, ...

Digitized by Google

7
4 L
4

Digitized by Google

Digitized by Google

31
9-F
5

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

JOSEPHI GALLICII DIVI GEORGII EQVITIS.

GEOMETRIA MILITARIS

IN QUA

Linearum, Planorum, ac Solidorum quantitates in operibus militaribus exiſten-tes conſiderantur.

Omniaque geometricis demonſtrationibus, & ratiocinio triangulorum pertractantur.



MONACHII,
Typis JOANNIS JÆCKLINI, Typographi Electoralis, & Bibliopolæ. ANNO M. DC. LXXVI.

Digitized by Google

H
15

Digitized by Google

SERENISSIMO

FERDINANDO MARIÆ,

Vtriusque Bavariæ, & Palatinatus Superioris Duci Comiti Palatino Rheni S.R.I. Archidapifero, & Electori Landgravio in Leuchtenberg, &c.

D.no D.no C.mo

GEOMETRIAM MILITAREM

D. O. C.

JOSEPH GALLICIUS

D. G. E.

QUæ inter omnes alias ſcientias primum ſibi vendicat locum, jure quidem merito Principe digna eſt; illa Matheſis inquam, quæ poſtquam indagavit qualitates, ac paſſiones dimenſionum, ponderum, motuumq; omnium rerum, quæ ab hac vaſta ter-

Digitized by Google

terracquei globi circumferentia amplectuntur;infimis nō contenta, ad ſublimia evolavit, obſervatoq; ſiderū curſu,& eorum perrennis converſio,mortales docuit, ſtellarum ortus,occaſus, aſcenſus, deſcenſus, declinationes, temporumque diviſiones, cognoſcere; ita ut, eclipſes, ac cæterarum planetarum aſpectus ante tempus depræhendi queant. Hæc, ſuas propoſitiones ex præcognitis principijs demonſtans, quantitatemque, prius ab omni materia ſenſibiii ſegregatam, quamvis materiæ immerſa ſit, conſiderans; inter Phiſicam, & Methaphiſicam, (ut Clavius aſſerit,) tamquam nobilior, medium obtinet. Quod ſi ſcientiæ, ut in plebris argentum, & in nobilibus aurum, ita in Principibus gemmæ ſunt, eadem erit omnium præcioſiſſima; quare, eorum dignitati decus addere crediderunt, dum, tam exiſtimabilis gemmæ nitore ſuas coronas ornaverunt, Rex Mauritaniæ Atlas, Ægypti Ptolomeus, Romanæ Monarchiæ fundator Julius Cæſar; nec defuerunt ex recentioribus Principes, Reges, Imperatores,qui Matheſium ſtudio, tamquam omnibus præferendo,operam dederunt,hujusque,ſint, veritatis teſtes Wilhelmus Landgravius Haſſiæ, Alphonſus Rex Caſtellæ, Carolus Magnus Occidentis Imperator. Quamobrem hujus ſcientiæ cultores præcipui Joannes Keplerius,Chriſtophorus Clavius, Athanaſius Kircherus (ut alios omittam)celeberrima ſua opera, ſui temporis potentiſſimis Monarchis,quos munificentiſſimos fautores invenere,dedicaverunt. Cumque tantorum virorum exemplum ſequi ſtatuerim, neminem inveni, cui hoc opus magis debeatur quam

Cle-

Celsitudini Tuæ Electorali, quę in germanico Cęlo, tamquam ſtella primæ magnitudinis, radios benignitatis ubique diffundit; ut, & obſervantiam, qua eam proſecutus ſum, ipſi per quadriennium ferè inſerviendo, publicè ſignificarem, & genio tuo, Virtutis amanti rem gratam facerem. Propenſio animi tui, erga Architecturam militarem, certum me facit, hanc meam Geometriam militarem, quæ methodum conſtruendi cum ratione munimenta demonſtrat, tibi jucundam fore; omenque fauſtum mihi portendit nomen Ferdinandi, quod geris, hoc enim propitium experti ſunt antedicti Mathematici in tribus Domus Auſtriacæ Imperatoribus Auguſtiſſimis, recolendæ memoriæ, mihique non minùs favorabile reperire ſpero in Serenissimo Bavariæ Electore; cujus avorũ glorias cum ipſæ intra epiſtolæ anguſtias claudi nequeant, verum volumina integra expoſtulent, recenſere deſino; ſed hoc loco ſufficiens eſſe duxi ſolum referre, Te natum eſſe ex illo MAXIMILIANO, cujus nomen præclarum Fama immortalis in annalibus Æternitatis regiſtravit. Celebrent Achillem Danai, Uliſſem Græci, Annibalem Carthaginenſes, Marios, Fabricios, Scipiones, Fabios Romani; quod ſatis erit Bavaris Ducem MAXIMILIANUM habuiſſe, pace, belloque inſignem, qui terribilis contra hoſtes, clemens erga ſubditos, beneficus in advenas, continuò ſe oſtenſit. Agè igitur Elector Clementiſſime, magnanimitatis exemplar, heroicarum virtutum memorandi Parentis immitator, has meas lucubrationes quas C. Tuæ E. offerre audeo, benigno reſpice obtutu, eas-

que

Digitized by Google

que ſub tua protectione ſuſcipe; ad hoc, ut ſub fortunatis auſpicijs tui patrocinij, in lucem exeuntes, fœlici aura fruantur; quod ſi perſtabis, & numerum obligationum, quæ me devinctum tenent, augebis, & non vulgare, animi magni inditium præbebis; non enim minus regium eſt hilari vultu parva accipere, quam liberali manu magna donare.

Vale.

Digitized by Google

AVTHOR

LECTORI.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Geometriam militarem habes Candide Lector, ex qua cognoſcere poteris, qua ratione quantitates linearum ad Architecturam militarem ſpectantes indagarì debeant; & compræhendes ſtultum eſſe eamdem Architecturam militarem pertractare abſque Arithmetica, & Geometria, quibus mediantibus ad illam, in qua floret, perfectionem perducta eſt. Circa methodum conſtruendi munimenta quamplurimi ſcripſere, nempe Petrus Sardi, Bonajutus Lorini, Galaſſus Alchiſi, Hyeronimus Magi, Jacobus Caſtriotus, Carolus Theti, Vincentius Scamozzi, Tenſinus, Eques de Villa Matthias Dogen, Petrus Herigonius, Comes Paganus, Nicolaus Foreſtus, Samuel Marlois, Adamus Freytag, & alij; quorum operibus addere volui has demonſtrationes geometricas, & ratiocinia trigonometrica, ad majorem tui utilitatem, & ut non tantùm in hac materia, praxim, verum etiam ſcientificam cognitionem habeas. Sed antequam ad harum propoſitionum lecturam accedas, inſtructus ſis oportet Geometria elementari, ea ſaltem, quæ ſex primis Euclidis libris continetur, nec non Arithmetica, ac Trigonometria; tali pacto, ſi hanc Geometriam militarem perleges, eam tibi jucundam fore, non dubito. Quod ſi, hos labores hilari animo accipiens, grati animi indicium præbebis, alias compoſitiones haud ſpernendas expecta. Vale.

Digitized by Google

PRÆFATIO.

EFfectus funeſtos, qui ex armorum oriuntur uſu, ſpectantes illi, qui pacis oblectamentis addicti, omnem felicitatem & ſecuritatem in quiete, animique tranquillitatem in otio repoſitam eſſe exiſtimant, nil magis deteſtandum militia, abhorendumque putant; ideoque, tamquam humani generis inimicos conſiderantes illos, qui intima terræ penetralia ingreſſi inſtrumenta tantæ perniciei effoderunt, eoſdem irreconciliabili odio proſequendos eſſe opinantur. Et re quidem vera, ſi primo intuitu, loca igne, ferroque devaſtata obſervabimus, nihil aliud, niſi exitus violentos, deplorandas calamitates, exitialeſque ſtrages cernemus; ubi enim bellum ingruit, nulla fertilitas, nulla fecunditas, nulla lætitia, ſed ubique extat luctus, horror, miſeria. Ibi non tantum noxij pœnas luunt, ſed, & innocentes infœliciter pereunt; ibi non virentes herbæ arua tegunt, ſed humanis cadaveribus atrocitas crudelitati ſternit ſemitas; ibi non ſolum labentes rivuli puras acquas diffundunt, ſed etiam cruenta ſanguinis flumina agros innundantia vitæ naufragia parant; ubi denique arma graſſantur, immanitatis theatra, mortis trophæa apparent. At poſtquam Aſſiriorum Rex Ninus non contentus Babilone à patre Belo ipſi relictâ, totam Aſſiriam occupavit, occiſoque Zoroaſtre Batrianorum Rege, terminos regni dilatavit; quam neceſſaria ſint arma ad libertatem tuendam, ſalutemque ſervandam, Principes omnes, univerſoſque populos docuit; nam abſque eorum auxilio, non illi, quos Dominandi libido invaſit, intra proprios limites reduci, neque urbes, quæ ab improbitate Tyrranorum opprimebantur, ab eorum impietate liberari ullo modo potuiſſent. Latrones omnia loca invaderent, niſi eorum inſidias arma coercerent; Rebelles nullum jugum ſufferent niſi eorum inſolentiam arma compeſcerent; Barbari nullas leges admitterent niſi eorum feritatem arma domarent;

Digitized by Google

rent; & quamvis dum arma obſtrepent ſilere leges debeant, nihilominus, niſi Imperatoria Majeſtas armis eſſet ſtipata, non poſſet à legibus ornari. Quare id, quod videbatur fugiendum, nunc optabile; quod atrox, tutum; quod iniquum neceſſarium judicare oportet. Hinc fit, ut ad exiſtimationis faſtigium perventa militia, ejus crediderint ſequaces, nullam potentiam majorem, immò illi ſimilem dari poſſe; donec Matheſis, tali vi prædicta ſe demonſtraverit, ut militiæ oppoſita, ejus progreſſus impediat, ipſi verò conjuncta, ad victoriam facilius conſequendam, modum eidem ſuppeditet. Quis enim militaribus excurſionibus terminos præſcribit? Sola Matheſis, dum munimenta, ad urbium conſervationem erecta, bellico furori objicit; & è contra, quis ad urbium acquiſitionem aditus patefacit? Sola Matheſis, dum defenſiones ab obſeſſis adhibitas inutiles redit; eadem igitur Matheſis, & auxilio civibus, & adjumento oppugnantibus eſſe poteſt, & ea, quæ ipſius ope conſtructa ſunt, eadem mediante ſolummodo deſtrui queunt. Sed non tantùm in urbium defenſione, ac oppugnatione, vires exercet, verum etiam in aperto campo; ubi tubarum clangore, tympanorumque ſtrepitu ſævientes militum animi ad pugnam excitantur, excitati congrediuntur, congredientes profligant, & profligantur, donec victi, vel victores crudelitatis veſtigia relinquant. Certum eſt enim, ex confuſione ſæpe ſæpius, totius exercitus oriri excidium, pro qua evitanda, ab Arithmetica numeros mutuare debet, ut acies rectè inſtituat, manipuloſque diſponat, ſtrenuus Bellator; qui niſi à Geographia edoctus, regionum cognitionem habuerit, facile ſe, ſuoſque ad perditionem adducet. Nemo itaque in bellum pergat, niſi duce Geographia, comite Arithmetica, ſocia Geometria; erit ideo omnium belliducum optimus, qui & mathematicus erit, & plus poſſe mathematicum unum, quam armatorum millia, cognoſcere fecit Siracuſarum decus Archimedes, qui ſolus integram ferè Romanorum claſſem mathematicis artificij delevit; ad quam perfectionem perductus fuit (ut ſua ſcripta teſtantur) ab illa Geometria, quam Plato neceſſariam judicavit non ſolum ad ſcientias reliquas, & artes percipiendas verum etiam ad Rempublicam bene gerendam. Hæc itaque maximè excolenda eſt, cum ab omnibus, tum præcipuè ab illis, qui arti militari animum applicuerint; ipſa enim mediante, & machinæ robur acquirent, & munimenta, recta cum ratione conſtructa, deſideratam utilitatem afferent.

INDEX
LIBRORVM, PRICIPIORVM, AC PROPOSITIONUM TOTIUS OPERIS.

LIBER I.

Definitiones ad munimentorum regularium ſimplicium rectangulorum delineationem ſpectantes. pag. 1
Definitiones figurarum, & linearum. ibid.
Definitiones angulorum. 2
Axiomata. 3
Angulum centri invenire. Prop. 1. 3
Angulum polygoni invenire. Prop. 2. 4
Angulum propugnaculi invenire. Prop. 3. 5
Angulum polygoni dimidiatum invenire. Prop. 4. 5
Angulum dimidiatum propugnaculi invenire. Prop. 5. 6
Angulos defenſionem invenire. Prop. 6. 6
Alio modo angulum defenſionis interiorem invenire. 7
Angulum alæ, & lineæ defenſionis ſtringentis nec non angulum alæ, & faciei invenire. Prop. 7. 7
Concluſio. 8
Annotatio circa ſupputationem linearum. 8
Data cortina, datisque angulis, alam propugnaculi invenire. Prop. 8. 9
Data cortina, facie, & ala propugnaculi, nec non angulis, lineam defenſionis ſtringentis invenire. Prop. 9. 10
Data cortina, & linea defenſionis ſtringentis, & facie, datisque angulis alam cortinæ invenire. Prop. 10. 11
Data linea defenſionis ſtringentis, & cortina, datisque angulis, lineam colli invenire. Prop. 11. 12
Latus polygoni interioris invenire. Prop. 12. 13
Data linea defenſionis ſtringentis, datisq; angulis, capitalem invenire. Prop. 13 13
Data linea defenſionis ſtringentis, & ala cortinæ, datisque angulis, lineam defenſionis figentis invenire. Prop. 14. 14
Dato latere polygoni interioris, datisque angulis centri, & polygoni, radium invenire. Prop. 15. 15
Dato Radio, & Capitale, datisque angulis centri, & polygoni cum latere polygoni interioris, latus polygoni exterioris invenire. Prop. 16. 16

Li-

Digitized by Google

Lineam defenſionis ſtringentis productam uſque ad punctum ubi ambo lineæ defenſionis ſtringentis concurrunt invenire. Prop. 17. 17
Lineam alæ propugnaculi productam invenire. Prop. 18. 19
Concluſio. 20
Annotatio circa lineam defenſionis figentis. 21
Data linea defenſionis figentis, nec non proportione inter cortinam, faciem, & alam, datiſque angulis, quantitatem cortinæ, & inſuper cæterarum linearum invenire. Prop. 19. 22
Data linea defenſionis figentis, & ſtatuto termino lineæ defenſionis ſtringentis, in medio cortinæ, datiſque angulis, cæteras lineas invenire. Prop. 20. 25
Munimentum regulare, cujus partes habeant proportionem ſuperius traditam, geometricè delineare. Prop. 21. 28
Annotatio circa linearum proportionem. 30
Data cortina in proportione dupla faciei, & linea defenſionis ſtringentis, æquali cortinæ, cæteres lineas invenire. Prop. 22. 30
Munimentum quadratum geometricè delineare, in quo lina defenſionis ſtringentis ſit in proportione dupla faciei. Prop. 23. 34
Datis angulis, dataque cortina pedum 480, in cujus medio cadat linea defenſionis ſtringentis, quæ ſit in proportione dupla faciei cæteras lineas invenire. Pr. 24. 36
Mediante munimento quadrato quodlibet munimentum delineare, linearumque quantitates invenire. Prop. 25. 38
Angulum propugnaculi geometricè invenire. Prop. 26. 44
In minimis munimentis data cortina, datoque latere polygoni exterioris, cæteras lineas invenire. Prop. 27. 48
Concluſio. 49
Annotatio circe linearum, & angulorum variationem. 50
Si à puncto in quo coeunt facies, & ala propugnaculi ducatur quædam recta linea uſque ad capitalem, quæ cadat infra faciem, angulus, quem faciet dicta linea cum capitale erit major dimidio anguli propugnaculi & è contra. Prop. 28. 50
Si à puncto, in quo coeunt facies, & capitalis ducatur quædam recta linea ad partes alæ propugnaculi ſupra faciem, producaturque ala quouſque ipſam tangat, angulus ſupradictæ lineæ, & alæ productæ erit minor angulo alæ, & faciei Prop. 29. 51
Quo magis augetur angulus propugnaculi, eo minor fit facies, dum latus polygoni interioris & cortina eoſdem terminos retineant. Prop. 30. 51
Quo magis augetur angulus propugnaculi eadem manente quantitate lineæ colli, & capitalis, eo major evadit ala propugnaculi. Prop. 31. 53
Quo major fiet angulus propugnaculi iiſdem manentibus terminis lateris polygoni interioris, & cortinæ, & capitalis, eo major evadet linea defenſionis ſtringentis. Prop. 32. 53
Quo major fit angulus propugnaculi iiſdem manentibus terminis lateris polygoni interioris, & cortinæ, eo minor evadit ala cortinæ. Prop. 33. 54
Quo magis minuitur angulus propugnaculi eadem manente quantitate alæ cortinæ iiſdem manentibus terminis cortinæ, & lateris polygoni interioris, eo major fit ala propugnaculi. Prop. 34. 55
In omnibus munimentis poteſt dari angulus propugnaculi rectus excepto quadrato. Prop. 35. 55

Digitized by Google

Si in Dodecagono angulus propugnaculi erit grad; 90, facies erit æqualis dimidio cortinæ,& ala propugnaculi erit æqualis dimidio faciei; linea defenſionis ſtringentis erit æqualis cortinæ. Prop.36. 56

Quo magis augetur facies, eo minor fit ala propugnaculi ijſdem manentibus terminis lineæ defenſionis ſtringentis, & lateris polygoni interioris, & capitalis. Prop.37. 57

Quo magis augetur facies ijſdem manentibus terminis lineæ defenſionis ſtringentis, lateris polygoni interioris, & capitalis, eo minuitur cortina. Prop. 38. 58

Quo major fit ala propugnaculi manentibus ijſdem angulis, ijſdemque terminis lineæ defenſionis ſtringentis, & lateris polygoni interioris, eo minor fit facies. Prop.39. 58

Quo magis augetur ala propugnaculi ijſdem manentibus angulis, ijſdemque terminis faciei, eo minor fit linea colli, Prop. 40. 59

Quo magis augetur ala propugnaculi, eo magis augetur linea defenſionis ſtringentis, dum eadem ala retineat eumdem terminum, vel in latere polygoni interioris, vel in linea defenſionis ſtringentis. Prop.41. 60

Ala propugnaculi quo majorem efficit angulum externum cum cortina eo fit major. Prop.42. 61

Cortina eo magis augetur, quo magis augetur latus polygoni interioris eadem manente linea colli. Prop.43. 62

Cortina eo magis augetur, quo minuitur facies propugnaculi, eodem manente angulo propugnaculi, & latere polygoni interioris. Prop.44. 62

Quo magis augetur linea colli eadem manente ala propugnaculi ijſdemque manentibus angulis, eo major fit capitalis, & facies. Prop.45. 62

Quo magis augetur capitalis eodem manente angulo propugnaculi, eademque manente facie, eo minor fit linea colli. Prop.46. 63

Quo magis augetur capitalis, & facies, eadem manente linea colli, & ala propugnaculi, eo minor fit angulus propugnaculi. Prop 47. 64

Quo magis producitur capitalis, & ala propugnaculi, eadem manente linea colli, eodemque manente angulo propugnaculi, eo major fit facies, quæ erit minori parallela. Prop.48. 64

Quo magis augetur latus polygoni exterioris, & capitalis eo major fit facies. Prop. 49. 65

Si linea defenſionis ſtringentis, & ala propugnaculi minuantur, etiam angulus propugnaculi ſiet minor, ijſdem manentibus terminis capitalis, cortinæ, & lateris polygoni interioris. Prop. 50. 65

Quo major fit linea defenſionis ſtringentis, & ala propugnaculi, eo minor fit ala cortinæ eadem manente longitudine cortinæ. Prop. 51. 66

Quo major fit capitalis, eo major fit linea defenſionis figentis. Prop. 52. 67

Quo magis augetur cortina, eo magis augetur linea defenſionis figentis. Prop. 53. 67

Quo major fit angulus polygoni, eo minor fit linea defenſionis ſtringentis, eodem tamen manente angulo propugnaculi, ijſdemque manentibus terminis alæ, & faciei. Prop. 54. 68

In munimentis rectangulis quo major fit angulus polygoni, & minuitur linea defenſionis ſtrigentis ijſdem manentibus terminis faciei, eodemque manente angulo propugnaculi, eo minor fit ala propugnaculi. Prop. 55. 68

Quo major erit angulus polygoni, & ala propugnaculi, eo major erit linea defenſionis

ſionis

ſionis ſtringentis, eadem manente quantitate cor.inæ, & faciei in munimento rectangulo. Prop. 56. 69
Quo magis augetur latur polygoni, eo magis augetur radius, eodem manente angulo centri. Prop. 57. 70
Quo minor fit angulus polygoni, eadem manente quantitate lateris polygoni, eo major fit angulus centri. Prop. 58. 70
In munimentis rectangulis linea defenſionis ſtringentis cadens in medio cortinæ erit major cortina, dum facies non ſit minor dimidio cortinæ. Prop. 59. 71
Si in Dodecagono linea defenſionis ſtringentis terminabit in medio cortinæ, angulusque propngnaculi erit rectus; ala propugnaculi, faciens angulum rectum cum cortina, erit major dimidio faciei. Prop 60. 71
Si cortina erit pedum 480, & facies ſit æqualis dimidio cor.inæ lineaque defenſionis ſtringentis non extendatur ultra medietatem cortinæ, linea defenſionis figentis non perveniet ad pedes 800. Prop. 61. 72
Concluſio. 73

LIBER II.

DEfinitiones ad munimentorum regularium duplicium, & triplicium, tam rectangulorum, quam obliquangulorum delineationem ſpectantes. Pag. 74
Axiomata.
Annotatio. 75
Super dato munimento quadrato ſimplici munimentum quadratum duplex rectangulum delineare. Prop. 1. 75
Super dato munimento exagono ſimplici, munimentum duplex rectangulum delineare, linearumque quantitatem invenire. Prop. 2. 77
Super dato munimento ſimplici dodecagono, munimentum duplex rectangulum delineare, linearumque quantitates invenire. Prop. 3. 80
Annotatio. 81
In munimento quadrato duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 4. 82
In munimento exagono duplici, & rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 5. 83
In munimento dodecagono duplici, & rectangulo, data linea defenſionis ped: 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 6. 84
Annotatio. 85
In munimento pentagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 309, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 7. 85
In munimento nonagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 8. 86

In

Digitized by Google

In munimento dodecagono duplici rectangulo data linea defenſionis ped:740, & facie ped: 300 datisque angulis cæterarum linearum quantitates invenire. Prop.9. 88
Annotatio. 89
In munimento pentagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum 120, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 10. 90
In munimento nonagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum 120, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 11. 91
In munimento exagono data facie pedum 288, ala propugnaculi ped: 144, & cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire Prop. 12. 93
In munimento dodecagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 13. 94
Concluſio. 95
Annotatio. 97
In munimento quadrato obliquangulo duplici, vel triplici data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop 14. 97
In munimentis obliquangulis duplicibus, vel triplicibus dato angulo defenſionis interiore grad:20, linea defenſionis ped:750, facie ped: 240, cæterarum linearum quantitates invenire. Prop. 15. 99
In munimento exagono obliquangulo tam duplici, quam triplici data linea defenſionis pedum 750, facie pedum 240, datisque angulis, cæterarum quantitates invenire. Prop. 16. 101
Munimentum octangulum obliquangulum, tam duplex, quam triplex conſtruere linearumque quantitates invenire. Prop. 17. 103
Permanente eadem quantitate cortinæ, faciei, & alæ propugnaculi quodlibet polygonum munire. Prop. 18. 104
Concluſio. 106
Annotatio. ibid.
Si in exagono angulus propugnaculi eſſet grad. 60, & cortina pedum 480 linea defenſionis figentis eſſet nimis ampla. Prop. 19. 107
In exagono ſimplici dato angulo propugnaculi grad. 60, dataque linea defenſionis pedum 800, cortinam invenire Prop. 20. 110
In pentagono dato angulo propugnaculi grad. 60, dataque cortina ped. 480, in cujus medio cadat linea defenſionis ſtringentis, cæterarum linearum quantitates invenire, munimentumque ſimplex conſtruere. Prop. 21. 111
Annotatio. 113
Si in munimento pentagono angulus propugnaculi eſſet rectus alæ eſſent nimis parvæ. Prop. 22. 113
In munimento exagono duplici rectangulo data ala propugnaculi æquale lineæ colli pedum 120, nec non facie pedum 240, angulum propugnaculi, cæterarumque linearum quantitates invenire. Prop. 23. 116
In quadrato non poſſunt ſimul manere ala propugnaculi, & linea colli ped. 120, & facies pedum 240 exiſtente angulo alæ, & cortinæ recto. Prop. 24. 117
Annotatio. ibid.
Si in quadrato munimentum fuerit rectangulum ſine alis in cortina, & linea defenſionis pedum 750 facies eſſe non poterit pedum 240 nam linea colli fieret nimis parva. Prop. 25. 118

In munimento exagono, & rectangulo ſine alis in cortina, ſi linea defenſionis eſſet pedum 750,& facies pedum 240, linea colli eſſet nimis parva. Prop.26. 119
Si in munimento dodecagono, & rectangulo ſine alis in cortina linea defenſionis eſſet pedum 750,& facies pedum 240 linea colli eſſet nimis brevis. Prop.27. 120
Annotatio. 120
In munimento duplici rectangulo datis lineis terminantibus plateas, humerum delineare, quantitateſque linearum ipſum terminantium invenire. Prop.28. 121
Alio modo humerum delineare, linearumque ipſum terminantium invenire quantitates. Prop.29. 122
In munimento duplici obliquangulo humerum determinare, quantitateſque linearum ipſum terminantium invenire. Prop.30. 123
Alio modo in munimento duplici obliquangulo, humerum determinare linearumque ipſum terminantium quantitates invenire. Prop.31. 124
In munimento triplici obliquangulo humerum determinare, linearumque ipſum terminantium quantitates invenire. Prop.32. 125
In munimentis triplicibus rectangulis humerum determinare, linearumque ipſi adjacentium quantitates invenire. Prop.33. 126
In munimento dodecagono triplici alio modo humerum, & plateas determinare, linearumque quantitates invenire. Prop.34. 127
Concluſio. 129
Annotatio. 130
Munimentum conſtruere quod habeat latus polygoni valde magnum, & angulus propugnaculi diſtet à bombardarijs pedes tantum 800, vel paulò majus. Prop. 35. 131
In ſupradicto munimento quantitatem lateris polygoni interioris invenire. Prop. 36. 133
In ſupradicto munimento primæ alæ quantitatem invenire. Prop.37. 134
In ſupradicto munimento humeri, & faciei quantitates invenire. Prop.38. 136
In ſupradicto munimento, ſecundæ alæ & lineæ terminantis infimam plateam quantitates invenire. Prop.39. 137
In ſupradicto munimento cortinæ exterioris quantitatem invenire. Prop.40. 138
Annotatio. 139
Munimentum conſtruere in quo quinque tormenta abſcondi poſſint. Prop.41. 140
In ſupradicto munimento cortinæ quantitatem invenire. Prop.42. 141
In ſupradicto munimento faciei quantitatem invenire. Prop.43. 141
In ſupradicto munimento alæ primæ plateæ quantitatem invenire. Prop.44. 142
In ſupradicto munimento linearum humeros terminantium, nec non alarum ſecundæ, & tertiæ plateæ quantitates invenire. Prop.45. 144
Annotatio. 147
Angulum propugnaculi invenire. Praxis 1. 148
Alio modo angulum propugnaculi invenire. Praxis 2. 148
Alio modo angulum propugnaculi invenire. Praxis 3. 149
Alio modo angulum propugnaculi invenire. Praxis 4. ibid.
Alio modo angulum propugnaculi invenire in munimento quadrato. Prax. 5. 150
Alio modo idem preſtare. Praxis 6. 151
Alio modo in omnibus munimentis angulum propugnaculi invenire. Praxis 7. 151
Alio modo idem preſtare. Praxis 8. 152
Angulum propugnaculi conſtruere grad. 90. Praxis 9. 153

Digitized by Google

Munimentum delineare, quod habeat cortinam in proportione dupla faciei. Praxis 10. 154
Alio modo idem præſtare. Praxis 11. ibid.
Alio modo munimentum conſtruere, quod habeat cortinam duplam faciei. Praxis 12. 155
Munimentum delineare, quod habeat lineam defenſionis ſtringentis æqualem cortinæ, quæ ſit dupla faciei. Praxis 13. 156
Munimentum conſtruere, quod habeat faciem in proportione ſubdupla lineæ defenſionis ſtringentis, quæ cadat in medio cortinæ. Praxis 14. 157
Munimentum conſtruere, quod habeat faciem pedum 300, alam propugnaculi 120, lineam defenſionis figentis 750. Praxis 15. ibid.
Munimentum quadratum delineare. Praxis 16. 158
Mediante munimento quadrato quodlibet munimentum delineare. Prax. 17. 159
Munimentum conſtruere, quod habeat lineam defenſionis pedum 750, & lineam colli pedum 120. Praxis 18. 159
Munimentum conſtruere, quod habeat lineam defenſionis pedum 740, & faciem pedum 300. Praxis 19. 160
Munimentum obliquangulum conſtruere, quod habet lineam defenſionis pedum 750, faciem 240, & angulum defenſioni interiorem grad: 20. Praxis 20. 161
Munimentum conſtruere modo dicto in prop 35 hujus libri. Praxis 21. 163
Munimentum conſtruere modo dicto in prop. 41 hujus libri. Praxis 22. 164
Annotatio. ibid.
Concluſio. 165

LIBER III.

Definitiones ad Orthographiam ſpectantes. pag. 167
Definitiones ad Ichnographiam ſpectantes. 1 8
Axiomata ad Orthographiam ſpectantia. 170
Axiomata ad Ichnographiam ſpectantia 71
Spatium compræhendens antemuralis, & foſſæ latitudinem invenire in munimento ſimplici quadrato. Prop. 1. 171
Spatium compræhendens antemuralis, foſſæ, & viæ tectæ latitudinem in munimento ſimplici exagono invenire. Prop. 2. 172
Spatiū compræhendens marginem, & latitudinem foſſæ, nec non viæ tectæ in dodecagono ſimplici invenire. Prop. 3. 173
Annotatio. 174
In munimento duplici, & triplici quadrato ſpatium compræhendens foſſę, & viæ tectæ latitudinem invenire. Prop. 4. 174
In munimento duplici, vel triplici exagono, ſpatium compræhendens foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire. Prop. 5. 176
In munimento duplici, vel triplici dodecagono ſpatium compræhendens foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire. Prop. 6. 177
Alio modo in munimentis ſimplicibus ſpatium comprehendens antemuralis foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire. Prop. 7. 178
Annotatio. 179
Latitudinem foſſæ determinare in munimentis ſimplicibus. Prop. 8. 180
Annotatio. 181

Data

Digitized by Google

INDEX.

Data latitudine foſſæ latitudinem loricæ invenire alicujus munimēti ſimplicis exiſtentis inter quadratum & dodecagonum. Prop. 9. ibid.
Viam tectam in munimentis ſimplicibus invenire. Prop. 10. 182
Concluſio. 183
Annotatio. ibid.
Altitudinem valli invenire. Prop. 11. 184
Baſim loricæ exterioris invenire. Prop. 12. 185
Minimam loricæ altitudinem exteriorem invenire. Prop. 13. 185
In munimentis duplicibus, vel triplicibus data latitudine loricæ, nec non intervalli comprehendentis foſſam, & viam tectam, maximam altitudinem valli invenire. Prop. 14. 186
Data latitudine loricæ, differentiam inter altitudinem ſuperioris, & inferioris plateæ invenire. Prop. 15. 187
Data loricæ latitudine nec non differentia inter altitudinem ſuperioris, & inferioris plateæ, ejusque latitudine, inclinationem loricæ invenire. Prop 16. 188
Data altitudine valli, latitudine foſſæ, & viæ rectæ, nec non inclinatione loricæ, ejusdem latitudinem invenire. Prop. 17. 188
Data altitudine valli latitudine foſſæ, & viæ rectæ, nec non latitudine loricæ, ejus inclinationem invenire. Prop. 18. 189
Data altitudine valli, inclinatione loricæ, ejuſque latitudine, longitudinem cortinæ determinare Prop. 19. 189
Aream plani verticalis valli invenire. Prop. 20. 190
Aream plani verticalis loricæ inferioris invenire. Prop 21. 191
Aream plani verticalis loricæ exterioris invenire. Prop. 22. 192
Concluſio. 193
Annotatio. 193
Si per puncta in quibus cocunt lineæ exiſtentes in facie, & ala propugnaculi recta quædam linea ducta fuerit ipſa bifariam ſecabit angulum alæ, & faciei dum ubique ſit eadem altitudo valli. Prop. 23. 194
Quantitates linearum in deſcriptione ichnographica exiſtentium invenire dato propugnaculo vacuo, cognitis prius omnibus partibus valli. Prop. 24. 194
Lineas exiſtentes in figura 10 invenire. Prop. 25. 195
Lineas exiſtentes in figura 11 invenire. Prop. 26. 196
Lineas in figura 12 exiſtentes invenire. Prop. 27. 198
Cæteras lineas exiſtentes in plano horizontali valli faciei, alæ propugnaculi, & cortinæ invenire. Prop. 28. 199
Lineas exiſtentes in plano horizontali antemuralis invenire. Prop. 29. 200
Quantitatem linearum terminantium marginem, & acclivitatem interiorem foſſæ invenire. Prop. 30.. 201
Quantitatem linearum terminantium acclivitatem exteriorem foſſæ invenire. Prop. 31. 203
Quantitatem linearum terminantium viam rectam poſt foſſam, nec non loricam exteriorem invenire. Prop. 32. 204
Lineas duorum triangulorum exiſtentium in extremitatibus plani horizontalis loricæ exterioris invenire. Prop. 33. 205
Areas in figura 10 exiſtentes in pedibus quadratis invenire. Prop. 34. 206
Areas in figura 11 exiſtentes in pedibus quadratis invenire. Prop. 35. 208
Areas in figura 12 exiſtentes in pedibus quadratis invenire. Prop. 36. 209

Digitized by Google

Aream totius plani horizontalis invenire. Prop. 37. 210
Areas plani horizontalis loricæ inferioris invenire. Prop. 38. 211
Areas plani horizontalis loricæ exterioris invenire. Prop. 39. 212
Areas plani acclivitatis foſſæ tam interioris, quam exterioris invenire. Prop. 40 213
Aream latitudinis ſuperioris foſſæ invenire Prop. 41. 214
Corporum ſolidorum in figura 10 exiſtentium quantitates invenire. Prop. 42. 216
Corporum ſolidorum in figura 11 exiſtentium quantitates invenire. Prop. 43. 219
Corporum ſolidorum in figura 12 exiſtentium quantitates invenire. Prop 44. 220
Soliditatem totius valli invenire. Prop. 45. 222
Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in quadrato terminante alam propugnaculi, & cortinam in lorica inferiori invenire. Prop. 46. 222
Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in trapezio terminante faciem, & alam propugnaculi in lorica inferiori invenire. Prop. 47. 223
Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in triangulo terminante faciem in lorica inferiori invenire. Prop. 48. 224
Soliditatem totius loricæ inferioris invenire. Prop. 49. 225
Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in triangulo terminante forcipem ante faciem propugnaculi invenire. Prop. 50. 226
Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in triangulo terminante forcipem ante medietatem cortinæ invenire. Prop. 51. 227
Soliditatem totius loricæ exterioris invenire. 228
Soliditatem acclivitatis tam interioris, quam exterioris foſſæ invenire. Prop. 35. 228
Quantitatem terræ ex foſſa extractæ nec non differentiam inter hanc, & quantitatem terræ in conſtructione munimenti exiſtentis invenire. Prop. 54. 230
Soliditatem propugnaculi pleni invenire. Prop. 55. 231
Concluſio. 234
Data minima latitudine foſſæ minimam latitudinem loricæ inferioris invenire, eademque loricam deſcribere orthographicè. Praxis 1. 235
Data quacumque latitudine foſſæ ped: 168 non excedente, loricam inferiorem orthographicè deſcribere. Praxis 2. 236
Planum verticale valli habentis minimam altitudinem, & latitudinem deſcribere. Praxis 3. 236
Loricam exteriorem deſcribere orthographicè. Praxis 4. 238
In munimentis non habentibus antemurale planum verticale valli, & loricæ exterioris deſcribere. Praxis 5.
Veſtigia totius munimenti ichnographicè deſcribere. Praxis 6. 239
Concluſio. 240

LIBER IV.

Definitiones ad præmunitiones exteriores ſpectantes. 241
Definitiones ad munimenta irregularia ſpectantes. 242
Definitiones ad obſidionem ſpectantes. 242
Axiomata ad præmunitiones ſpectantia. 243
Axiomata ad munimente irregularia ſpectantia. 243
Axiomata ad obſidionem urbium ſpectantia. 244
Parmulam conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare. Prop. 1. 244

An-

Annotatio, 246
Semi-lunam conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare. Prop. 2. 246
Opus cornutum conſtruere, linearumque ipſum terminantium quantitates indagare, Prop. 3. 247
Forcipem conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare. Prop. 4. 249
Forcipem duplicem conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare. Prop. 5. 250
Opus coronatum conſtruere linearumque ipſum terminantium quantitates indagare. Prop. 6. 250
Concluſio. 253
Annotatio circa munimenta irregularia. 254
Propugnaculum planum ſuper recta linea conſtruere, ejuſq; linearũ quantitates invenire. Pr. 7. 254
Propugnaculum planum habens angulum majorem recto conſtruere linearumque quantitates invenire. Prop. 8. 256
Si propugnaculum planum habebit angulum majorem recto, ſatis amplas habebit defenſiones. Prop. 9. 257
In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, in quo neceſſario cortina debeat habere alas. Prop. 10. 258
In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, cujus cortina ſit incapax alarum. Prop. 11. 259
In aliquo munimento irregulari poteſt dari propugnaculum planum, quod neceſſario habere debeat angulum facierum obtuſum. Prop. 12. 260
In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, ſuper quo conſtrui oporteat propugnaculum planum, cujus angulus facierum neceſſario eſſe debeat rectus. Prop. 13. 261
In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, in quo ala propugnaculi neceſſario facere debeat angulum obtuſum cum cortina. Prop. 14. 262
In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, cujus cortina habere debeat alas; quarum unaquæque ſit multo minor dimidio cortinæ. Prop. 15. 263
In aliquo munimento irregulari poſſunt dari latera ſuper quibus conſtrui debeant munitiones in prop 35, & 41, libri ſecundi deſcripta. Prop. 16. 264
Concluſio. 265
Annotatio circa obſidionem. 265
Reductum conſtruere. Prop. 17. 265
Reductum conſtruere, qui ſit capax 200 militum in debita diſtantia exiſtentium. Prop. 18. 266
Rectangulum conſtruere æquale quo ad capacitatem dato quadrato, cuius latus maius duplum ſit lateris quadrati. Prop. 19. 266
Trapezium conſtruere æquale dato rectangulo, cuius maiora duo latera oppoſita ſint parallela, reliqua vero duo ſint æqualia. Prop. 20. 267
Munitiones ſtellatas conſtruere. Prop. 21. 267
Annotatio circa fortalitia campeſtria. 268
Acceſſus ad faciem propugnaculi dirigendi ſunt. Prop. 22. 269
Si ſtationes diſtarent à loco obſeſſo ped: 1000, etiamſi altitudo loricæ interioris eſſet pedum 9 milites intra ſtationes exiſtentes expoſiti eſſent ictibus tormentorum. Prop. 23. 270
Si ſtationis loricæ altitudo eſſet pedum 6, etiamſi diſtantia inter vallum obſeſſum, & ſtationem eſſet pedum 2500 obſidentes expoſiti eſſent ictibus tormentorum; Prop. 24. 271
A dato loco acceſſus ad urbem obſeſſam ducere. Prop. 25. 272
Quo magis acceditur ad urbem eo major eſſe debet acceſſuum altitudo. Prop. 26. 274
Eadem ubique eſſe poteſt profunditas foſſæ acceſſuum. Prop. 27. 274
Suggeſtus tormentorum conſtruere. Prop. 28. 276
Quantum ſit ſpatium ictibus alicuius tormenti expoſitum in data diſtantia cognoſcere. Prop. 29. 276
Concluſio. 277

ISAGOGE.

MAthematicæ objectum, omnium Mathematicorum, ac Philoſophorum conſenſu, eſt quantitas terminata, tam continua, quam diſcreta; contemplatur hanc Arithmetica, quæ ſpeculatur numeros, eorumque paſſiones, ac proprietates explicat; illamque Geometria, quæ circa tres corporis dimenſiones verſatur, nempe longitudinem, latitudinem, & profunditatem; ideoque conſiderat lineam, ſuperficiem, & corpus, prout variè terminantur, & varias figuras componunt. Hęc omnia vero, non eodem modo conſiderantur à Geometria Elementari, & noſtra Geometria Militari; illa enim prædictas quantitates contemplatur ab omni materia ſenſibili abſtractas, hæc eaſdem conſiderat, quatenus in operibus militaribus reperiuntur. Pro linea itaque intelligendus erit pes, vel paſſus, &c. linearis, nulla habita ratione ad latitudinem, ſed tantùm ad longitudinem; pro ſuperficie intelligendus eſt pes, vel paſſus, &c. quadratus, habita ratione ad longitudinem, & latitudinem, ſed non ad profunditatem; pro corpore intelligendus eſt pes, vel paſſus, &c. cubicus, habita ratione ad longitudinem, latitudinem, & profunditatem. Hinc animadvertendum eſt, quod quamplurimæ extant linearum menſuræ, ex quibus, ſuperficierum, & corporum quantitates innoteſcunt; aliqui enim vtuntur perticis, quarum unaqueque diviſa eſt in duodecim pedes; alij perticis dimidiatis, diviſis ſingulis in ſex pedes; alij decempedis, quarum vnamquamque in decem pedes diſtribuunt. Inter pedes etiam aliquod extat diſcrimen, nam vnaqueque Natio peculiares habet pedes, de quibus vberrimè diſſerit Matthias Dogen, & Caſſimirus Simienovix. Prædicti pedes quoque diverſimodè dividuntur, nam primò dividuntur ſinguli in duodecim

partes,

partes,quæ unciæ appellantur, ſecundo in 16 partes, dictæ digiti, tertio in decem minutis,unusquisque minutus in decem ſecundis, unusquisque ſecundus in decem tertijs, ita ut totus pes diviſus ſit in 1000 particulas; qua diviſione uſus eſt Adamus Freytag in ſuis tabulis conficiendis, & Nos eadem utemur in linearum quantitatibus determinandis, quibus cognitis in pedibus, cognoſci etiam poterunt prędictæ quantitates in perticis,decempedis & alijs menſuris ſi libuerit. Ex prædictis lineis oriuntur anguli,& figuræ non ſecus ac in Geometria Elementari, quibus mediantibus munimenta deſcribuntur; quarum conſtruendarum ſcientia quattuor habet partes,nempe Delineationem Orthographiam, Ichnographiam,& Scenographiam. Delineatio eſt, linearum exterius baſim valli terminantium,deſcriptio; Orthographia eſt,partium munimenti,plano ad horizontem perpendiculari,diſſectarum repreſentatio; Ichnographia eſt, veſtigij totius munimenti exibitio. Scenographia, eſt ejusdem munimenti partium optica projectio. Harum partium tres priores ſunt ſimpliciter neceſſariæ,ideoque de his ordinê agemus, quartam vero prætermittemus cum tamtùm ſit neceſſaria ſecundum quid,& ſit pars Perſpectivæ, de qua oporteret integrum tractatum conficere. At non omnium munimentorum eadem eſt conſtructio, propter multiplicem earumdem differentiam; differunt enim inter ſe primò ratione propugnaculorum,nam alia à turribus defenduntur,ſive planis,ſive ſphericis, alia ampliora habent propugnacula, ſed rotunda, alia tandem acuminata habent propugnacula in extremitate,verſus hoſtes porrecta. Talibus munimentis hoc ſeculo utimur, rejecta prima, & ſecunda ſpetie,cum obſervatum ſit,omnes eorum partes non poſſe omnino defendi; immò,quando inimicus ad mœnia pervenerit, poſſe in tuto ſe recipere,ubi obſeſſorum ictibus non ſit obnoxius; quare tertia munimentorum ſpecies, quæ ubique defendi poteſt, in uſu eſt. Sed & munimenta, quæ acuminata habent propugnacula, differunt inter ſe,& primò ratione alarum propugnaculorum; alia enim habent alas perpendiculares faciei, alia perpendiculares cortinæ, alia perpendiculares lineæ defenſionis, aliaque habent alas prædictas, quæ tam cum cortina, quam cum linea defenſionis efficiunt angulos obliquos. Quædam habent alas omnino expoſitas,&ab una tantùm linea recta terminata, quædam habent alas defenſas ab humeris,vel planis,vel circularibus, quædam habent in alis unicam tantùm plateam,quædã duas, & etiam

tres

tres plateas habent. Quæ habent alas perpendiculares faciei, non ſunt amplius in uſu, cum obſervatum fuerit, tales alas eſſe parvi roboris; quare de reliquis erit ſermo, quæ differunt ſecundò ratione linearum defenſionum, alia enim habent lineam defenſionis ſtringentis, & lineam defenſionis figentis, alia lineam defenſionis figentis tantùm; quare omnia munimenta tripliciter dividemus, nempe in ſimplicia, duplicia, & triplicia. Simplicia appellabimus ea, quę unam tantùm plateam in alis habent, duplicia, quæ duas plateas, triplicia, quæ tres plateas obtinent quæ iterum dividemus in rectangula, & obliquangula, rectangula appellantes ea, cujus ala angulos rectos efficit cum cortina, obliquangula ea, cujus ala angulos obliquos efficit cum cortina; tandem omnia erunt vel maxima, vel media, vel minima, maxima nempe illa, in quibus linea defenſionis figentis pervenit ad integrum ictum bombardæ manualis, media, in quibus linea defenſionis figentis non pervenit ad ictum bombardæ, ſed latus polygoni exterioris excedit tale ictum, minima, in quibus latus polygoni exterioris eſt intra ictum bombardæ. De ſingulis ordine agemus, & demonſtrabimus, quomodo earum partium quantitates, & determinari, & cognoſci poſſint, fundamentis, ex geometricis demonſtrationibus, & ratiocinio triangulorum, deſumptis.

GEO-

Digitized by Google

ROMA

GEOMETRIÆ MILITARIS.

LIBER PRIMVS.

Definitiones ad Munimentorum Regularium Simplicium Rectangulorum Delineationem ſpectantes.

Definitiones Figurarum, & Linearum.

1. Munimentum regulare eſt illud, quod lineas, & angulos correſpondentes inter ſe æquales habet, & ubicumque defendi poteſt. **Figura I.**

2. Polygonum regulare eſt figura circa quam circumferentia deſcribi poteſt, omniaque latera æqualia, & angulos æquales habet.

3. Propugnacula ſunt Trapezia ultra polygonum extenſa, quæ & ſe ipſa ad invicem, & cæteras partes Munimenti defendere poſſunt, ut B G H M N.

4. Latera polygoni ſunt cordæ arcuum alicujus circumferentiæ in partes equales diviſæ, quæ ſimul junctæ, figuram regularem in dicta circumferentia deſcriptam conſtituunt, ut D L, vel D d.

5. Radius eſt Linea à centro Polygoni deducta ad punctum duo latera dicti Polygoni conjungentem, ut D A, vel H A.

6. Capitalis eſt extenſio, Radij uſquæ ad extremitatem propugnaculi, quod in duas æquales partes dirimit, ut H D.

7. Ala propugnaculi eſt linea recta ſuper latere polygoni ad angulos rectos excitata inter lineam defenſionis ſtringentis, & portionem lateris polygoni incluſa, ut G B.

Digitized by Google

8. Facies propugnaculi eſt linea ab extremitate alæ ad capitalem ducta, quæ cum ala angulum obtuſum, cum capitale linea vero angulum acutum efficit, ut H G.

9. Linea colli eſt pars lateris polygoni inter alam propugnaculi, & radium incluſa, ut D B.

10. Cortina eſt pars lateris polygoni inter duas alas propugnaculi incluſa, ut B b.

11. Linea Defenſionis ſtringentis eſt extenſio faciei propugnaculi uſque ad cortinam, quæ ſi producatur, dictam cortinam ad angulos obliquos interſecat, ut H O.

12. Linea Defenſionis figentis, eſt linea à puncto conjunctionis faciei, & capitalis ad punctum conjunctionis alæ & cortinę ducta, ut H h.

13. Latus polygoni exterioris eſt linea lateri polygoni interioris parallela, quæ extremitates duorum propugnaculorum conjungit, ut H h.

14. Ala cortinę eſt pars lateris polygoni, inter alam propugnaculi, & lineam Defenſionis ſtringentis incluſa, ut O b.

Definitiones Angulorum.

Figura I. 1. Angulus centri eſt duarum diametrorum in centro polygoni alterius ad alteram inclinatio, ut D A d.

2. Angulus polygoni eſt duorum laterum polygoni ad circumferentiam alterius ad alterum inclinatio, ut L D d.

3. Angulus polygoni dimidiatus eſt Radij, & lateris polygoni ad circumferentiam mutua inclinatio, ut A D d.

4. Angulus propugnaculi eſt duarum propugnaculi facierum alterius ad alteram inclinatio, ut M H G. Hunc biſſecat capitalis linea, duoſque angulos dimidiatos efficit, ut D H G, vel D H M.

5. Cum vero linea defenſionis ſtringentis, ſuper cortinam cadens, duos angulos obliquos duobus rectis æquales efficiat, angulus minor recto defenſionis interior, major vero recto angulus defenſionis exterior appellatur, ut H O D, H O b.

6. Angulum alæ & cortinæ efficit ala cadens ſuper latus polygoni, ipſamque cortinam à linea colli dirimens, ut G B O.

7. Angulus alæ & faciei, eſt alæ & faciei alterius ad alteram in-

inclinatio, ut H G B, productaque facie oritur angulus alæ, & lineæ defenſionis ſtringentis, ut B G O.

Axiomata.

1. MUnimentum regulare debet eſſe ita conſtitutum ut ubicumque defendi poſſit.

2. Cortina non ſit minor peduum 300 in Munimentis Regalibus, vel 120 in minoribus caſtellis.

3. Facies propugnaculi ſit quam fieri poteſt maxima, neque unquam ſit minor dimidio cortinæ, vel ſaltem pedum 240.

4. Ala propugnaculi nunquam ſit minor quarta parte faciei, vel ſaltem pedum 60.

5. Linea colli nunquam ſit minor pedum 100.

Ala cortinæ ſit quam fieri poteſt maxima in munimentis maximis, & mediocribus, in minimis vero nulla ſit.

6. Linea defenſionis figentis nunquam ſit major ped: 750 vel ad ſummum 800.

7. Angulus propugnaculi nunquam ſit minor grad: 60, neque major grad 90 ſecundum aliquos, (nos vero majorem eſſe poſſe non dubitamus.)

8. Omnes anguli tam ad centrum, quam ad circumferentiam in munimentis regularibus ſunt inter ſe æquales reſpectivè.

9. Angulus alæ propugnaculi, & cortinæ ſemper eſt rectus.

De Præcipuorum Angulorum ſupputatione

Angulum centri invenire.

Prop: I. Probl.

SIt A centrum figuræ, in quo cum duæ diametri A H, A h ad idem punctum concurrentes ſe mutuo tangant, erit eorum inclinatio angulus centri, nempe A H h, per primam def: ang: cujus menſura erit arcus lateri polygoni reſpondens, cum vero omnes anguli centri in munimento regulari ſint inter ſe æquales, erunt etiam arcus ſubtendentes inter ſe æquales, totamque circumferentiam grad: 360 in partes æquales divident; cumque latera polygoni ſint cordæ dictorum arcuum, per def. 4 linearum, Figura I.

tot erunt latera, quot arcus, quare ſi tota circumferentia grad: 360 dividatur per numerum laterum, quantitas cujuſcumque anguli ad centrum innoteſcet, nam idem eſt ac ſi per numerum arcuum dividatur. Nunc ſupponatur polygonum eſſe quadratum, quod cum ex quattuor lateribus componatur dividenda erit tota circumferentia grad: 360 in quattuor partes, eritque quotiens 90, totidem igitur erunt gradus, qui conſtituent angulum centri H A h.

Angulum Polygoni invenire.

Prop: II. Probl.

Figura I. SInt dua latera polygoni D d, D L, quæ cum concurrant ad punctum D, in eodemque ſe tangant ad circumferentiam conſtituunt angulum polygoni d D L per 2 prop: ang: qui ut innoteſcat ſubducendi ſunt gradus anguli centri à gradibus 180, reſiduumque quantitatem quæſiti anguli patefaciet. Quoniam, cum omnes trianguli, qui intra polygonum à radijs, & lateribus dicti polygoni fiunt, habeant latera inter ſe æqualia utraque utrique, ex contructione, & angulos ad centrum æquales, per 8 axio: hujus lib: habebunt etiam reliquos angulos inter ſe æquales, per prop: 4 lib: pri: Eucl: erit itaque agulus d D A angulo A D L æqualis; at etiam duo anguli A D d, & A d D ſunt inter ſe æquales per prop: 5 lib: pri: Eucl: cum ſint ad baſim D d trianguli D A d, quod eſt iſoſceles, cum habeat duo latera A D, & A d inter ſe æqualia, erunt itaque duo anguli A D d, A d D æquales duobus angulis d D A, & A D L, per axioma pri: lib: pri: Eucl: ſeu angulo d D L, ex duobus d D A, & A D L compoſitus, qui eſt angulus polygoni: Hic igitur notus fiet habitis duobus angulis d D A, D d A, qui cum ſint complementum anguli d A D ad centrum ad duos rectos per prop: 32 lib: pri: Eucl: innoteſcent ſi à grad: 180 ſubducantur gradus anguli centri, nempe grad: 90, ſi polygonum ſupponatur quadratum, ut ſupra, & reſiduum, nempe grad: 90, erit quantitas anguli ad circrumferentiam, ſeu anguli polygoni.

An-

Digitized by Google

Angulum Propugnaculi invenire.

Prop. III. Probl.

SIt angulus propugnaculi G H M, qui oritur ex duarum facie- Figura I. rum GH, HM inclinatione. Hic conſtituitur addendo grad: 15 gradibus dimidij anguli polygoni. Cum enim angulus propugnaculi minimus conſtare debeat ex grad.60,ſi in munimento quadrato, quod eſt omnium minimum, dimidio anguli polygoni,quod conſtat ex grad:45,addantur grand.15,conſurget angulus propugnaculi grad: 60; tali pacto procedendo in reliquis polygonis, ſemper angulus propugnaculi proportionaliter augebitur usque ad dodecagonū incluſive; tale enim polygonum,cum habeat angulum ad circumferentiam g: 150,cujus dimidium eſt grad:75, ſi ipſis addantur grad: 15 conſurget angulus propugnaculi grad: 90,qui cum ſecundum aliquos excedere non poſſit dictam quantitatem, non poteſt amplius augeri: Munimenta itaque, quorum polygoni latera ultra duodenarium numerum augentur, debent ſemper habere angulum propugnaculi grad:90; Nos vero, qua ratione non poſſint habere dicta munimenra angulum propugnaculi obtuſum nondum cognovimus, cum etiam tali pacto æque bene defendi poſſint, ut alibi demonſtrabimus, non tamen error erit obſervare quod angulus propugnaculi non fiat major recto, neque etiam abſurdum erit eumdem obtuſum conſtruere; quando opus erit in maximis polygonis. At quomodo aliter conſtrui poſſit angulus propugnaculi ſuo loco apparebit.

Angulum Polygoni dimidiatum invenire.

Prop. IV. Probl.

SIt invenienda quantitas dimidij anguli Polygoni D d A, divi- Figura I. datur angulus Polygoni d D L bifariam, & dimidium erit angulus quæſitus,ut in quadrato grad: 45, qui erit æqualis ſummæ duorum angulorum O H D, D O H,cum angulus externus duobus internis, & oppoſitis ſit æqualis, per prop: 32 lib:pri: Eucl.

Digitized by Google

Angulum dimidiatum Propugnaculi invenire.

Prop. V. Propl.

Figura I. ANgulus propugnaculi bifariam dividatur, eritque dimidium nempe angulus G H D quæſitus angulus g:30 ſi angulus propugnaculi G H M erit grad: 60. Prædictus angulus erit complementum duorum angulorum H O D, H D O ad duos rectos, & cum angulo H O D efficiet ſummam, quæ erit complementum anguli H D O, cum tres anguli trianguli A D O æquales ſint duobus rectis, per prop: 32 lib. pri. Eucl.

Angulos Defenſionum invenire.

Prop. VI. Probl.

Figura I. SInt duo anguli defenſionis H O B, H O b, quos efficit linea H O ſuper cortinam Bb in puncto O cadens, quorum minor recto H O B eſt angulus defenſionis interior, major vero recto H O b angulus defenſionis exterior. Ut angulus defenſionis interior innoteſcat, gradus duorum angulorum O H D, nempe dimidij anguli propugnaculi, & O D H, nempe complementi dimidij anguli polygoni ad duos rectos, ſimul jungantur, eorumque ſumma à gradibus 180 ſubducatur. Cum duæ lineæ H O, & O D, quæ conſtituunt angulum H O D conjungantur à recta H D, nempe linea capitali in punctis H, & B, triangulum ambligonium conſurget H O D, cum vero in quolibet triangulo tres anguli æquales ſint duobus rectis, ut in ſuperioribus propoſitionibus dictum eſt, duo anguli ſimul ſumpti erunt complementum reliqui ad duos rectos; in triangulo igitur H O D duo anguli O H D, O D H ſimul ſumpti conſtituunt complementum reliqui anguli H O D ad duos rectos, ſubducendo itaque ſummam dictorum angulorum, ut in quadrato grad: 165, ex reſiduo grad: 15 conſurget quantitas anguli H O D. Summa vero duorum angulorum O H D, O D H ſimul ſumptorum æquatur angulo defenſionis exteriori H O b; cum enim linea defenſionis ſtringentis cadat ſuper latus polygoni D d, efficit duos deinceps angulos H O D, H O b duobus rectis æquales per prop: 13 lib: pri: Eucl: at

etiam

Digitized by Google

etiam tres anguli O H D, ODH, H O D trianguli H O D æquales ſunt duobus rectis, dempto itaque communi angulo H O D remanebit angulus H O b æqualis duobus angulis O H D, O B H, erit itaque angulus H O b complementum anguli H O D ad duos rectos, nempe grad: 165.

Alio modo angulum defenſionis interiorem invenire.

IDem angulus defenſionis interior aliter invenitur, nempe ſubducendo dimidium anguli propugnaculi G H D à dimidio anguli polygoni, reſiduumque erit angulus H O D, nempe in quadrato graduum 15 ut ſupra. Quoniam angulus D d A eſt angulus externus, æqualis erit duobus internis & oppoſitis D H O, D O H per prop: 32 lib: pri: Eucl: At ſi à ſumma duorum angulorum D H O, D O H ſubducetur angulus D H O, remanebit angulus D O H, ſummæ vero duorum angulorum D H O, D O H eſt æqualis angulus D d A, ut dictum eſt; ſi igitur ab angulo D d A ſubducatur angulus D H O, remanebit angulus D O H, ut ſupra per ax: 3 lib: pri: Eucl.

Angulum alæ & lineæ defenſionis ſtringentis, nec non angulum alæ, & faciei invenire.

Prop. VII. Probl.

LInea faciei H G à termino H lineæ capitalis H D ad punctum G, in quo alam B G tangit, à qua viciſſim tangitur, ducta, angulum alæ, & faciei efficit, productaque ulterius, angulus alæ, & defenſionis ſtringentis B G O oritur, quo invento, etiam angulus H G B innoteſcet, cum ſit ejus complementum ad duos rectos per prop: 13 lib: pri: Eucl: cum linea G B ſuper lineam H O conſiſtens duos angulos B G H, B G O æquales duobus rectis efficiat: Ut vero angulus B G O inveniatur ſubducendi ſunt gradus anguli defenſionis interioris B O G à gradibus 90, & reſidium erit quantitas anguli B G O. Cum enim in triangulo B G O tres anguli B G O, G B O, B O G æquales ſint duobus rectis, angulus vero B G O ſit rectus ex constructione, duo anguli B G O, B O G ſimul ſumpti Figura I. Figura I.

æqua-

æquales erunt uni recto, erit itaque unus eorum complementum alterius ad grad: 90; cum itaque angulus BOG ſit complementum BGO ad grad: 90, ſi à dictis gradibus auferantur gradus anguli BOG, ut in quadrato grad: 15, remanebit angulus BGO, nempe grad: 75, cujus complementum ad grad: 180, nempe, ad duos rectos, erit quantitas anguli BGH grad: 105.

Concluſio.

EX dictis patet quod angulus centri invenitur dividendo circumferentiam grad: 360 per numerum laterum polygoni, angulus polygoni ſubducendo angulum centri à grad: 180, Angulus propugnaculi addendo grad: 15 gradibus dimidij anguli polygoni, angulus defenſionis interior ſubducendo dimidium anguli propugnaculi à dimidio anguli polygoni, angulus defenſionis exterior ſubducendo angulum defenſionis interiorem à grad: 180, angulus alæ, & defenſionis ſtringentis ſubducendo angulum defenſionis interiorem à gradibus 90, angulus, alæ & faciei, ſubducendo angulum alæ, & defenſionis ſtringentis à grad: 180. Sic omnes anguli reperiuntur per ſubtractionem excepto angulo centri, qui reperitur per diviſionem, & angulo propugnaculi, qui invenitur per additionem, angulus vero alæ & cortinæ fieri ſolet rectus in munimentis ſimplicibus, licet in alijs fiat etiam obtuſus, & duo anguli OHb, ObH non poſſunt inveniri niſi ſimul ſumpti antequam inveniantur duo latera HO, Hb trianguli OHb. Tali modo procedendo in omnibus polygonis, mutatis mutandis, omnes anguli innoteſcent.

Annotatio circa ſupputationem Linearum.

INter omnes lineas, quas ſuperius numeravimus, duas tantum nempe cortinam, & faciem propugnaculi eamdem ſemper ſervare inter ſe proportionem aliqui volunt, ſtatuunt enim faciem in proportione ſubdupla cortinæ in quocumque polygono, nulla habita ratione ad munimenti magnitudinem, angulorumque variationem, alam vero propugnaculi creſcere, vel decreſcere proportionaliter pro qualitate polygoni muniendi, ex ratiocinio triangulorum apparet, cæteræque omnes lineæ ad variationem angulo-

gulo-

Digitized by Google

gulorum variantur & ipſæ, quarum quantitates ut cognoſcantur ad trigonometriam recurendum eſt. At cum cortina omnium minima eſſe debeat pedum geometricorum 300, ne munimenmentum nimis anguſtum reddatur, & majoribus tormentis defendi poſſit, maximaque pedes 530, abiectis fractionibus, excedere non poſſit, ne linea defenſionis figentis ultra pedes 800 extendatur, ut infra ſuo loco patebit, numerum inter utramque medio proportionali paulò majorem ſumpſerunt, nempe ped: 480, quibus cortinam inter maximam, & minimam, munimentaque mediocris magnitudinis ſtatuerunt, in quibus linea defenſionis figentis nunquam ad pedes 800 pervenit, latus vero polygoni exterioris ſemper ultra dictum numerum pedem extenditur.

Data Cortina datisque angulis alam Propugnaculi invenire.

Prop. VIII. Probl.

SIt cortina Ss ped: 480, cujus medietas ſit punctum C, ad quod ducatur linea defenſionis ſtringentis HC, ſitque TC dimidium cortinæ pedum 240, à cujus termino erigatur perpendicularis TG tangens rectam HC in puncto G, factumque erit triangulum rectangulum GCT, in quo quærendi ſunt anguli ut ſupra dictum eſt, poſitoque polygono quadrato, erit angulus defenſionis interior GCT grad: 15, & angulus CGT grad: 75, cum ſit prioris complementum ad grad: 90, ut in ſuperioribus propoſitionibus demonſtratum eſt, ideoque, cum in prædicto triangulo noti ſint anguli, notumque ſit unum ex lateribus circa angulum rectum, ut ſe habebit ſinus totus ad latus notum, ita ſe habebit tangens anguli oppoſiti lateri ignoto circa angulum rectum exiſtenti ad ipſum latus, ut itaque latus GT in quadrato innoteſcat, fiat; Vt ſinus totus ad latus TC ped: 240, ita 26794 tangens anguli GCT grad: 15 ad laus GT, quod invenietur pedum 64. 3.0. 5, rejectiſque fractionibus remanebit ala GB ped: 60, quo caſu cortina erit Bb. Tali pacto mutatis mutandis in alijs polygonis inveniri poterit ala propugnaculi. Figura I.

Digitized by Google

Data Cortina, facie, & ala propugnaculi, nec non anguli lineam defenſionis ſtringentis invenire.

Propſ. IX. Probl.

Figura I. SUpponatur polygonum eſſe quadratum, defenſionis vero ſtringentis lineam repreſentet recta H O, cum oriatur ex facie H G producta uſque ad cortinam B b, quam tangit in puncto O, quæ ut innoreſcat, conſiderandum eſt triangulum G O B, ex portione G O lineæ H O, ala G B, & portione O B cortinæ B b conſtructum, in quo omnes anguli noti erunt, angulus enim G B O rectus eſt ex conſtructione, cum ſit angulus alæ, & cortinæ, angulus B G O erit grad: 75 per prop: 7 hujus libri, eſt enim angulus alæ propugnaculi, & lineæ defenſionis ſtringentis, angulusque B O G grad: 15 per prop: 6 hujus libri, cum ſit angulus defenſionis interior. Quare, cum in præfacto triangulo rectangulo præter angulos notum ſit latus G B (ſeu ala propugnaculi) ex hyppotheſi uni angulo nempe G O B oppoſitum, quæraturque hypothenuſa G O, ita ſe habebit ſinus anguli G B O, nempe ſinus totus ad hypothenuſam G O, ut ſinus anguli G O B ad latus oppoſitum G B, ex propoſitionibus trigonometricis, à Magino, & Patre Cavallerio tradditis, ac geometricè probatis. Cumque quæſtio cadat ſuper hypothenuſam G O, ejus quantitas erit quartus numerus proportionalis inveniendus, qui in regula aurea proportionum ultimum locum obtinebit, ſinus totus, ſeu anguli B G O in tertio loco ponendus erit, cum ſit quarti numeri antecedens, ſinus anguli G O B in primo loco coſtitui debet, cum enim ſit ejusdem ſpetiei, ac tertius numerus, erit primus antecedens, quem ſequetur in ſecundo loco ala G B tamquam conſequens.

Operatio.

SIc igitur ſtabit Analogia in caſu noſtro, in quo ala propugnaculi inventa eſt ped: 60 in antecedenti propoſitione, nempe, ut 25881 ſinus anguli G O B grad: 15 ad latus G B pedum 60, ita ſinus totus ad hypothenuſam G O, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum, ex quotiente reſultabit quartus numerus, ſeu hypothenuſa G O pedum 231. 8,3.0, vel permutando, ut ſinus anguli G O B ad ſinum totum, ita

Digitized by Google

ita latus B G ad hypothenuſam G O, cum ita ſe habeat conſequens ad conſequentem, ut antecedens ad antecedentem per def: 12. lib. 5. Eucl: Poteſt etiam accipi latus, ſeu ala G B pro ſinu toto, cum ſit latus circa rectum angulum G B O, quo caſu hypothenuſa G O erit ſecans anguli B G O. Quomodocumque hoc fiat, ſemper linea G O erit pedum 231.8.3.0, qua addita faciei H G, linea defenſionis ſtringentis conſurget, cum ex lineis H G, G O in directum conſtitutis compoſita ſit, eritque in caſu noſtro ped: 471.8.3.0.

Data Cortina, & Linea defenſionis ſtringentis, & facie, datisque angulis, alam cortinæ invenire.

Prop. X. Probl.

SIt ala cortinæ O b, à punctis O, & b terminata, nempe à contactu lineæ defenſionis ſtringentis, & cortinæ, & ab extremitate ejuſdem cortinæ, ubi cum ala propugnaculi conjungitur. Hæc conſurget, ſi à cortina B b ſubducatur linea O B, nam ala cortinæ nihil aliud eſt, quam portio ejuſdem cortinæ, quæ abſcinditur à linea defenſionis ſtringentis H O, cadens ſuper cortinam B b in puncto O. Ut vero linea B O, quæ eſt baſis trianguli rectanguli G B O, in præcedenti propoſitione conſiderati, innoteſcat, ſtatuenda eſt tamquam ſinus anguli ſibi oppoſiti, nempe B G O, cum in dicto triangulo notum ſit, ex hypotheſi, latus uni angulo oppoſitum, nempe G B, quod angulo G O B opponitur, cumque cadat quæſtio ſuper lineam B O, ſtabit analogia quo ad primum, & ſecundum numerum, ut ſupra, tertius vero numerus erit ſinus anguli G B O, cum ſit antecedens numeri quæſiti, nempe quantitatis rectæ B O. Figura I.

Operatio.

FIat itaque ut 25881 ſinus anguli G O D grad: 15 ad latus G D pedum 60, ita 96592 ſinus anguli B G O ad baſim B O, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum conſurget linea B O ped: 223.9.3.0, qua ſubducta à cortina B b pedum 480, ex reſſiduo ala cortinæ innoteſcet pedum 256.0.7.0. At ſi accipiatur G B pro ſinu toto, B O erit tangens anguli oppoſiti B G O, cum enim in triangulo rectangulo accipi-

tur unum ex lateribus circa rectum angulum pro ſinu toto, reliquum tamquam tangens anguli oppoſiti ſtatuendum eſt. Fiat tamen quomodocumque ſemper ala cortinæ erit eadem.

Data linea defenſionis ſtringentis, & cortina, datiſque angulis, lineam colli invenire.

Prop. XI. Probl.

Figura I. Sit linea colli D B, à punctis D, & B terminata, inter duas lineas nempe alam propugnaculi G B, & capitalem D H, incluſa, cum quibus duos angulos efficit, nempe H D B, & G B D. Hæc vero ut inveniatur, ſubducenda eſt linea B O à tota linea O B D, nam linea colli D B nihil aliud eſt quam portio lineæ O D, que abſcinditur ab ala G B, cadens ſuper latus polygoni D d in puncto B, cum quo duos deinceps angulos inter ſe æquales, ſeu rectos efficit ex conſtructione. Ut vero inveniatur linea O D conſiderandum eſt triangulum H O D, ex linea defenſionis ſtringentis H O, capitali H D, & linea O D conſtructum, in quo tres anguli noti ſunt, angulus enim H D O eſt complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, in quadrato grad: 135, angulus D H O eſt dimidium anguli propugnaculi grad: 30, & angulus H O D eſt angulus defenſionis interior grad: 15, notaque eſt linea defenſionis ſtringentis H O, nuper inventa, cumque in omnibus triangulis, tam rectangulis, quam obliquangulis latera habeant eamdem proportionem, quam habent ſinus angulorum oppoſitorum, ut probat P. Cavallerius in ſua trigometria, ita ſe habebit latus H O ad latus O D ut ſinus anguli H D O ad ſinum anguli D H O, vel permutando, ita ſe habebit ſinus anguli O H D ad latus O D, ut ſinus anguli H D O ad latus H O.

Operatio.

SUppoſito igitur polygono quadrato, ut in antecedentibus propoſitionibus, Fiat ut 70710 ſinus anguli H D O grad: 135 ad latus H O ped: 471.8.3.0, ita 50000 ſinus anguli O H D grad: 30 ad latus O D, ductoque ſecundo numero in tertium, productoque diviſo per primum, linea O D conſurget ped: 333.6.3.7, à qua

ſub-

Digitized by Google

ſubtracta linea B O, inventa in prop: 10 hujus libri ped: 223 9.3.0, linea colli D B prodibit ped: 109.7.0.7.

Latus polygoni interioris invenire.

Prop. XII. Probl.

Latus Polygoni D d, qui inter duas diametros incluſum, cum ipſis triangulum iſoſceles D A d efficit, invenitur in unam ſummam colligendo duplum lineæ colli D B, & cortinam B b, cum enim compoſitum ſit ex eadem cortina, & duabus lineis colli earum aggregatum erit quantitas lateris polygoni interioris, cumque in quadrato linea colli inventa ſit pedum 109.7.0.7, erit ejus duplum pedum 219.4.1.4, cui addita cortina pedum 480 conſurget latus polygoni interioris pedum 699.4.1.4. Figura I.

Data linea defenſionis ſtringentis, datisque angulis, Capitalem invenire.

Prop. XIII. Probl.

Sit Radius polygoni A D, à centro A ad terminum lateris polygoni D, ductus, qui producatur uſque ad punctum H, ita ut fiat linea A H, exceſſus H D, ultra diametrum A D erit capitalis, inter duo latera polygoni, exterioris ſcilicet H h, & interioris D d, incluſa, cum quibus communes terminos habet D, & H, quæ ut innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli O D H ad latus H O pedum 471.8.3.0, ita 25881 ſinus anguli D O H grad: 15 ad latus D H, ductoque ſecundo numero in tertium, productoque diviſo per primum, ex quotiente prodibit linea capitalis D H ped: 172.6.9.7. Quoniam in triangulo D H O linea capitalis D H, quę conſtituit unum latus, opponitur angulo D O H, ita ſe habebit ſinus dicti anguli ad latus H D, ut ſe habet ſinus anguli H D O ad latus H O, eodem modo, ut dictum eſt pro linea O D invenienda, eadem enim eſt ratio, ſi itaque inſtituatur analogia ut ſupra mutatis mutandis, linea capitalis H D conſurget. Figura I.

***

Digitized by Google

Data linea defenſionis ſtringentis, & ala cortinæ, datiſque angulis, lineam defenſionis figentis invenire.

Propl. XIV. Probl.

Figura I. SIt recta H b linea defenſionis figentis à puncto H ad punctum b ducta, ſeu à puncto conjunctionis lateris polygoni exterioris, & faciei ad punctum, quem efficit ala propugnaculi, cadens ſuper cortinam, quæ, cum conjungat duas lineas H O, O b, efficit triangulum H O b, ex linea defenſionis ſtringentis, ala cortinæ, & linea defenſionis figentis conſtructo, in quo, cum nota ſint duo latera, ex conſtructione, nempe H O, quæ eſt linea defenſionis ſtringentis, & Ob, quæ eſt ala cortinæ, notuſque ſit angulus H O b, cum ſit angulus defenſionis exterior, ſi inveniatur ignotum latus H b linea defenſionis figentis conſurget; Cum autem in prædicto triangulo notus ſit angulus duobus lateribus notis incluſus, inveniendi prius ſunt cæteri anguli, & quia, uti ſe habet, ſumma duorum laterum ad eorum differentiam, ita ſe habet ſemiſummæ duorum ignotorum angulorum, tangens ad tangentem differentiæ eorumdem, ideo inveniendum eſt aggregatum duorum laterum H O, O b, deinde eorum differentia, ſubtrahendo quantitatem lateris minoris O b à quantitate lateris majoris H O, tertio loco invenienda eſt ſemiſumma duorum angulorum O H b, O b H ad baſim b H, cumque tota ſumma prædictorum angulorum ſimul ſumptorum ſit æqualis angulo defenſionis interiori H O D per prop: 32 lib: pri: Eucl: qui reſpectu angulorum in triangulo contentorum eſt externus, ejus dimidium, ſemiſummam quæſitam, patefaciet. Habitis angulis etiam latus H b innoteſcet, cum latera proportionari poſſint ſinibus angulorum jam notorum.

Operatio.

SUpponatur polygonum eſſe quadratum, ut ſupra, angulus defenſionis interior erit grad: 15 per prop: 6 hujus libri, ejuſque dimidium grad: 7.30, latus H O inventum eſt ped: 471.8.3.0, latus Ob 256.0.7.0, quorum aggregatum eſt ped: 727.9.0.0, & eorum differentia ped: 215.7.6.0; deinde fiat ut Aggregatum duorum noto-

Digitized by Google

notorum laterum ped: 727.9.0.0 ad eorum differentiam ped: 215. 7.6.0, ita 13165 tangens ſemiſummæ angulorum ad baſim grad. 7.30, ad tangentem differentiæ eorumdem angulorum, ductoque ſecundo numero in tertium vel è contra, productoque diviſo per primum, conſurget quæſita tangens 3902, cui in canone tangentium reſpondent grad: 2.14, qui additi antedictæ ſemiſummæ conſtituunt angulum majorem grad: 9.44, ſublati vero à dicta ſemiſumma conſtituunt angulum minorem grad: 5.16, nempe angulum O H b, qui lateri minori opponitur. Tandem fiat ut 9179 ſinus anguli O H b grad: 5.16 ad latus O b pedum 256.0.7.0, ita 13881 ſinus anguli H O b grad: 165 ad latus H b, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra; productoque diviſo per primum, ex quotiente conſurget quartus numerus proportionalis, ſeu linea defenſionis figentis H b ped. 722.6.1.2.

Dato latere polygoni interioris, datisque angulis centri, & polygoni, Radium invenire.

Prop: XV. Probl.

SIt latus polygoni interioris D d, ex duabus lineis colli B D, b d, & cortina B b conflatum, ſitque Radius A D, à puncto A centro polygoni ad punctum D, ubi duo latera polygoni ſe conjungunt, ductus, cui æqualis ſit A d. Dictus Radius innoteſcet inveniendo numerum, qui cum ſinu anguli dimidij polygoni habeat eamdem proportionem, quam habet cum ſinu anguli centri datum latus polygoni exterioris. Cum enim in triangulo D A d ex duobus radijs, & latere polygoni interioris conflatum, noti ſint omnes anguli, nempe angulus D A d, cum ſit angulus centri, & duo anguli D d A, & d D A, cum ſit unusquisque dimidium anguli polygoni, ſintque ambo inter ſe æquales, notumque ſit latus polygoni interioris ex hypotheſi, queritur latus uni ex angulis oppoſitum, quare prædictum latus, nempe Radius, ex doctrina triangulorum, habebit eamdem proportionem cum ſinu dimidij anguli polygoni ſibi oppoſiti, quam habet latus polygoni interioris cum ſinu anguli centri. Figura I.

Ope-

ChH ſint æquales ex conſtructione, ex ipſis etiam angulus HCh innoteſcet, cum ſit eorumdem complementum ad duos rectos per prop: 32 lib. pri. Eucli: notumque eſt latus Hh, ut pote latus polygoni exterioris, quare, in triangulo HCh quæritur latus uni ex angulis oppoſitum, cum latus HC, ſeu hC inveniendus ſubtendat unum ex angulis notis HhC, ſeu hHC, erit ergo quantitas lateris HC, ſeu hC quartus numerus proportionalis, ideoque ita ſe habebit latus Hh ad latus HC, ſeu hC, ut ſe habet ſinus anguli HCh ad ſinum anguli CHh, ſeu ChH, vel permutando ita ſe habebit ſinus anguli CHh, ſeu ChH ad latus HC, ſeu hC, ut ſinus anguli HCh ad latus Hh. Secundò idem præſtari poteſt inveniendo numerum quartum proportionalem, ad quem eamdem habeat proportionem linea FO, portio cortinæ Bb, inter lineam FC, & lineam HC, intercepta, quam habet ad rectam OG, exceſſum faciei HG, linea BO, portio cortinæ Bb, inter alam propugnaculi GB, & lineam defenſionis ſtringentis HO interceptam, quantitatemque dicti numeri quarti proportionalis, addendo quantitati lineæ defenſionis ſtringentis HO. Quoniam duo anguli GOB, OFC ſunt inter ſe æquales per prop: 15 lib. pri: Eucl: cum ſint anguli ad verticem, duoque anguli OBG, OFC, cum ſint ex conſtructione recti, nec non anguli OGB, OCF, cum uterque ſit complementum ad grad: 90, tam anguli OGB, quam anguli OCF, per prop: 32 lib. pri. Eucl: erunt duo triangula GOB, OCF æquiangula, & ſimilia, quare per prop: 4 lib: 6 Eucl: ita ſe habebit latus FO ad hypothenuſam OC, circa angulum FOC trianguli FOC, ut latus BO ad hypothenuſam GO circa angulum GOB trianguli GOB, æqualem angulo FOC trianguli FOC, datis itaque duobus lateribus BO, GO trianguli BGO, etiam hypothenuſa OC trianguli FOC innoteſcet, cumque linea HC compoſita ſit ex linea defenſionis ſtringentis HO, & exceſſu OC, addendo lineam OC lineæ HG tota HC conſurget.

Operatio.

Suppoſito polygono quadrato ſubtrahantur pedes 223.9.3.0 lineæ BO à pedibus 240. dimidij cortinæ FB, & ex reſſiduo pedum 16.0.7.0 conſurget linea OF, deinde fiat ut latus DO ped: 223.9.3.0 ad hypothenuſam GO ped: 231.8.3.0 ita latus FO ped:

16.

16.0.7.0 ad hypothenuſam OC, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum ex quotiente conſurget linea OC ped. 16.6.3.4, quibus additis ped. 471.8.3.0 lineæ defenſionis HO, conſurget linea defenſionis ſtringentis producta HC ped. 488.4.6.4.

Lineam alæ propugnaculi productam inveniré.

Prop. XVIII. Probl.

SIt ala propugnaculi GB, quæ producatur uſque ad latus polygoni exterioris Hh, ſitque terminata in puncto I, in quo dictum latus polygoni exterioris tangit, ejusque exceſſus ſit GI, qui conjungens duas lineas HG, HI, nempe faciem, & portionem lateris polygoni exterioris, in punctis I, & G efficit triangulum HIG, ut vero dicta linea conſurgat, duplex operatio inſtitui poteſt. Conſurget primò ſi inveniatur numerus quartus proportionalis, ad quem habeat HG eamdem proportionem, quam habet ad rectam BG recta GO, duo enim triangula GBO, GIH erunt æquiangula, cum habeant omnes angulos inter ſe æquales, duo namque anguli BGO, IGH æquales ſunt per prop: 15 lib: pri: Eucl: cum ſint ad verticem, duo anguli GBO, & GIH æquales ſunt per axio: 10 lib. pri. Eucl: cum ſint recti, quorum angulus GBO rectus eſt ex conſtructione, angulus vero GIH rectus eſt quia oritur ex linea BI, quæ, cum faciat angulos rectos cum linea Dd, & cum ipſa coniungat lineam Hh ipſi parallelam, etiam ad partes I angulos rectos efficiet per prop: 29 lib: pri: Eucl: per quam propoſitionem etiam duo anguli GOB, GHI ſunt æquales, cum ſint alterni, fiunt enim ambo ex linea HO, cadens ſuper duas parallelas Hh, & Dd in punctis H & O, quare ita ſe habebit hypothenuſa HG ad latus GI, circa angulum HGI in triangulo HGI, ut ſe habebit hypothenuſa GO ad latus GB circa angulum OGB in triangulo GOB ęqualem angulo IGH trianguli GHI, & ſic conſurget linea IG, quæ addita lineæ GB conſtituet totam lineam IB, quæ conſtat ex duabus lineis IG, GB ſimul ſumptis, & in directum conſtitutis. Secundo idem præſtari poteſt inveniendo numerum, ad quem ſinus anguli GHI eandem habeat proportionem, quam habet ad Figura I.

Digitized by Google

tot erunt latera, quot arcus, quare ſi tota circumferentia grad: 360 dividatur per numerum laterum, quantitas cujuſcumque anguli ad centrum innoteſcet, nam idem eſt ac ſi per numerum arcuum dividatur. Nunc ſupponatur polygonum eſſe quadratum, quod cum ex quattuor lateribus componatur dividenda erit tota circumferentia grad: 360 in quattuor partes, eritque quotiens 90, totidem igitur erunt gradus, qui conſtituent angulum centri H A h.

Angulum Polygoni invenire.

Prop: II. Probl.

Figura I. SInt dua latera polygoni D d, D L, quæ cum concurrant ad punctum D, in eodemque ſe tangant ad circumferentiam conſtituunt angulum polygoni d D L per 2 prop: ang: qui ut innoteſcat ſubducendi ſunt gradus anguli centri à gradibus 180, reſiduumque quantitatem quæſiti anguli pateſaciet. Quoniam, cum omnes trianguli, qui intra polygonum à radijs, & lateribus dicti polygoni fiunt, habeant latera inter ſe æqualia utraque utrique, ex contructione, & angulos ad centrum æquales, per 8 axio: hujus lib: habebunt etiam reliquos angulos inter ſe æquales, per prop: 4 lib: pri: Eucl: erit itaque agulus d D A angulo A D L æqualis; at etiam duo anguli A D d, & A d D ſunt inter ſe æquales per prop: 5 lib: pri: Eucl: cum ſint ad baſim D d trianguli D A d, quod eſt iſoſceles, cum habeat duo latera A D, & A d inter ſe æqualia, erunt itaque duo anguli A D d, A d D æquales duobus angulis d D A, & A D L, per axioma pri: lib: pri: Eucl: ſeu angulo d D L, ex duobus d D A, & A D L compoſitus, qui eſt angulus polygoni: Hic igitur notus fiet habitis duobus angulis d D A, D d A, qui cum ſint complementum anguli d A D ad centrum ad duos rectos per prop: 32 lib: pri: Eucl: innoteſcent ſi à grad: 180 ſubducantur gradus anguli centri, nempe grad: 90, ſi polygonum ſupponatur quadratum, ut ſupra, & reſiduum, nempe grad: 90, erit quantitas anguli ad circrumferentiam, ſeu anguli polygoni.

An-

Digitized by Google

Angulum Propugnaculi invenire.

Prop. III. Probl.

SIt angulus propugnaculi G H M, qui oritur ex duarum facierum GH, HM inclinatione. Hic conſtituitur addendo grad: 15 gradibus dimidij anguli polygoni. Cum enim angulus propugnaculi minimus conſtare debeat ex grad. 60, ſi in munimento quadrato, quod eſt omnium minimum, dimidio anguli polygoni, quod conſtat ex grad: 45, addantur grand. 15, conſurget angulus propugnaculi grad: 60; tali pacto procedendo in reliquis polygonis, ſemper angulus propugnaculi proportionaliter augebitur usque ad dodecagonũ incluſive; tale enim polygonum, cum habeat angulum ad circumferentiam g: 150, cujus dimidium eſt grad: 75, ſi ipſis addantur grad: 15 conſurget angulus propugnaculi grad: 90, qui cum ſecundum aliquos excedere non poſſit dictam quantitatem, non poteſt amplius augeri: Munimenta itaque, quorum polygoni latera ultra duodenarium numerum augentur, debent ſemper habere angulum propugnaculi grad: 90; Nos vero, qua ratione non poſſint habere dicta munimenra angulum propugnaculi obtuſum nondum cognovimus, cum etiam tali pacto æque bene defendi poſſint, ut alibi demonſtrabimus, non tamen error erit obſervare quod angulus propugnaculi non fiat major recto, neque etiam abſurdum erit eumdem obtuſum conſtruere, quando opus erit in maximis polygonis. At quomodo aliter conſtrui poſſit angulus propugnaculi ſuo loco apparebit. Figura I.

Angulum Polygoni dimidiatum invenire.

Prop. IV. Probl.

SIt invenienda quantitas dimidij anguli Polygoni D d A, dividatur angulus Polygoni d D L bifariam, & dimidium erit angulus quæſitus, ut in quadrato grad: 45, qui erit æqualis ſummæ duorum angulorum O H D, D O H, cum angulus externus duobus internis, & oppoſitis ſit æqualis, per prop: 32 lib: pri: Eucl. Figura I.

Angulum dimidiatum Propugnaculi invenire.

Prop. V. Propl.

Figura I. ANgulus propugnaculi biſariam dividatur, eritque dimidium nempe angulus G H D quæſitus angulus g: 30 ſi angulus propugnaculi G H M erit grad: 60. Prædictus angulus erit complementum duorum angulorum H O D, H D O ad duos rectos, & cum angulo H O D efficiet ſummam, quæ erit complementum anguli H D O, cum tres anguli trianguli A D O æquales ſint duobus rectis, per prop: 32 lib. pri. Eucl.

Angulos Defenſionum invenire.

Prop. VI. Probl.

Figura I. SInt duo anguli defenſionis H O B, H O b, quos efficit linea H O ſuper cortinam Bb in puncto O cadens, quorum minor recto H O B eſt angulus defenſionis interior, major vero recto H O b angulus defenſionis exterior. Ut angulus defenſionis interior innoteſcat, gradus duorum angulorum O H D, nempe dimidij anguli propugnaculi, & O D H, nempe complementi dimidij anguli polygoni ad duos rectos, ſimul jungantur, eorumque ſumma à gradibus 180 ſubducatur. Cum duæ lineæ H O, & O D, quæ conſtituunt angulum H O D conjungantur à recta H D, nempe linea capitali in punctis H, & B, triangulum ambligonium conſurget H O D, cum vero in quolibet triangulo tres anguli æquales ſint duobus rectis, ut in ſuperioribus propoſitionibus dictum eſt, duo anguli ſimul ſumpti erunt complementum reliqui ad duos rectos; in triangulo igitur H O D duo anguli O H D, O D H ſimul ſumpti conſtituunt complementum reliqui anguli H O D ad duos rectos, ſubducendo itaque ſummam dictorum angulorum, ut in quadrato grad: 165, ex reſiduo grad: 15 conſurget quantitas anguli H O D. Summa vero duorum angulorum O H D, O D H ſimul ſumptorum æquatur angulo defenſionis exteriori H O b; cum enim linea defenſionis ſtringentis cadat ſuper latus polygoni D d, efficit duos deinceps angulos H O D, H O b duobus rectis æquales per prop: 13 lib: pri: Eucl: at

etiam

etiam tres anguli O H D, O D H, H O D trianguli H O D æquales ſunt duobus rectis, dempto itaque communi angulo H O D remanebit angulus H O b æqualis duobus angulis O H D, O B H, erit itaque angulus H O b complementum anguli H O D ad duos rectos, nempe grad: 165.

Alio modo angulum defenſionis interiorem invenire.

IDem angulus defenſionis interior aliter invenitur, nempe ſubducendo dimidium anguli propugnaculi G H D à dimidio anguli polygoni, reſiduumque erit angulus H O D, nempe in quadrato graduum 15 ut ſupra. Quoniam angulus D d A eſt angulus externus, æqualis erit duobus internis & oppoſitis D H O, D O H per prop: 32 lib: pri: Eucl: At ſi à ſumma duorum angulorum D H O, D O H ſubducetur angulus D H O, remanebit angulus D O H, ſummæ vero duorum angulorum D H O, D O H eſt æqualis angulus D d A, ut dictum eſt; ſi igitur ab angulo D d A ſubducatur angulus D H O, remanebit angulus D O H, ut ſupra per ax: 3 lib: pri: Eucl.

Angulum alæ & lineæ defenſionis ſtringentis, nec non angulum alæ, & faciei invenire.

Prop. VII. Probl.

LInea faciei H G à termino H lineæ capitalis H D ad punctum G, in quo alam B G tangit, à qua viciſſim tangitur, ducta, angulum alæ, & faciei efficit, productaque ulterius, angulus alæ, & defenſionis ſtringentis B G O oritur, quo invento, etiam angulus H G B innoteſcet, cum ſit ejus complementum ad duos rectos per prop: 13 lib: pri: Eucl: cum linea G B ſuper lineam H O conſiſtens duos angulos B G H, B G O æquales duobus rectis efficiat: Ut vero angulus B G O inveniatur ſubducendi ſunt gradus anguli defenſionis interioris B O G à gradibus 90, & reſidium erit quantitas anguli B G O. Cum enim in triangulo B G O tres anguli B G O, G B O, B O G æquales ſint duobus rectis, angulus vero B G O ſit rectus ex conſtructione, duo anguli B G O, B O G ſimul ſumpti æqua- Figura I. Figura I.

Digitized by Google

æquales erunt uni recto, erit itaque unus eorum complementum alterius ad grad: 90; cum itaque angulus BOG ſit complementum BGO ad grad: 90, ſi à dictis gradibus auferantur gradus anguli BOG, ut in quadrato grad: 15, remanebit angulus BGO, nempe grad: 75, cujus complementum ad grad: 180, nempe, ad duos rectos, erit quantitas anguli BGH grad: 105.

Concluſio.

EX dictis patet quod angulus centri invenitur dividendo circumferentiam grad: 360 per numerum laterum polygoni, angulus polygoni ſubducendo angulum centri à grad: 180, Angulus propugnaculi addendo grad: 15 gradibus dimidij anguli polygoni, angulus defenſionis interior ſubducendo dimidium anguli propugnaculi à dimidio anguli polygoni, angulus defenſionis exterior ſubducendo angulum defenſionis interiorem à grad: 180, angulus alæ, & defenſionis ſtringentis ſubducendo angulum defenſionis interiorem à gradibus 90, angulus, alæ & faciei, ſubducendo angulum alæ, & defenſionis ſtringentis à grad: 180. Sic omnes anguli reperiuntur per ſubtractionem excepto angulo centri, qui reperitur per diviſionem, & angulo propugnaculi, qui invenitur per additionem, angulus vero alæ & cortinæ fieri ſolet rectus in munimentis ſimplicibus, licet in alijs fiat etiam obtuſus, & duo anguli OHb, ObH non poſſunt inveniri niſi ſimul ſumpti antequam inveniantur duo latera HO, Hb trianguli OHb. Tali modo procedendo in omnibus polygonis, mutatis mutandis, omnes anguli innoteſcent.

Annotatio circa ſupputationem Linearum.

INter omnes lineas, quas ſuperius numeravimus, duas tantum nempe cortinam, & faciem propugnaculi eamdem ſemper ſervare inter ſe proportionem aliqui volunt, ſtatuunt enim faciem in proportione ſubdupla cortinæ in quocumque polygono, nulla habita ratione ad munimenti magnitudinem, angulorumque variationem, alam vero propugnaculi creſcere, vel decreſcere proportionaliter pro qualitate polygoni muniendi, ex ratiocinio triangulorum apparet; cæteræque omnes lineæ ad variationem angulo-

gulo-

Digitized by Google

gulorum variantur & ipſæ, quarum quantitates ut cognoſcantur ad trigonometriam recurendum eſt. At cum cortina omnium minima eſſe debeat pedum geometricorum 300, ne munimenmentum nimis anguſtum reddatur, & majoribus tormentis defendi poſſit, maximaque pedes 530, abiectis fractionibus, excedere non poſſit, ne linea defenſionis figentis ultra pedes 800 extendatur, ut infra ſuo loco patebit, numerum inter utramque medio proportionali paulò majorem ſumpſerunt, nempe ped: 480, quibus cortinam inter maximam, & minimam, munimentaque mediocris magnitudinis ſtatuerunt, in quibus linea defenſionis figentis nunquam ad pedes 800 pervenit, latus vero polygoni exterioris ſemper ultra dictum numerum pedem extenditur.

Data Cortina datisque angulis alam Propugnaculi invenire.

Prop. VIII. Probl.

SIt cortina Ss ped: 480, cujus medietas ſit punctum C, ad quod ducatur linea defenſionis ſtringentis HC, ſitque TC dimidium cortinæ pedum 240, à cujus termino erigatur perpendicularis TG tangens rectam HC in puncto G, factumque erit triangulum rectangulum GCT, in quo quærendi ſunt anguli ut ſupra dictum eſt, poſitoque polygono quadrato, erit angulus defenſionis interior GCT grad: 15, & angulus CGT grad: 75, cum ſit prioris complementum ad grad: 90, ut in ſuperioribus propoſitionibus demonſtratum eſt, ideoque, cum in prædicto triangulo noti ſint anguli, notumque ſit unum ex lateribus circa angulum rectum, ut ſe habebit ſinus totus ad latus notum, ita ſe habebit tangens anguli oppoſiti lateri ignoto circa angulum rectum exiſtenti ad ipſum latus, ut itaque latus GT in quadrato innoteſcat, fiat; Vt ſinus totus ad latus TC ped: 240, ita 26794 tangens anguli GCT grad: 15 ad laus GT, quod invenietur pedum 64. 3. 0. 5, rejectiſque fractionibus remanebit ala GB ped: 60, quo caſu cortina erit Bb. Tali pacto mutatis mutandis in alijs polygonis inveniri poterit ala propugnaculi. Figura I.

Digitized by Google

Data Cortina, facie, & ala propugnaculi, nec non anguli lineam defenſionis ſtringentis invenire.

Propl. IX. Probl.

Figura I. SUpponatur polygonum eſſe quadratum, defenſionis vero ſtringentis lineam repreſentet recta H O, cum oriatur ex facie H G producta uſque ad cortinam B b, quam tangit in puncto O, quæ ut innoreſcat, conſiderandum eſt triangulum G O B, ex portione G O lineæ H O, ala G B, & portione O B cortinæ B b conſtructum, in quo omnes anguli noti erunt, angulus enim G B O rectus eſt ex conſtructione, cum ſit angulus alæ, & cortinæ, angulus B G O erit grad: 75 per prop: 7 hujus libri, eſt enim angulus alæ propugnaculi, & lineæ defenſionis ſtringentis, angulusque B O G grad: 15 per prop: 6 hujus libri, cum ſit angulus defenſionis interior. Quare, cum in præfacto triangulo rectangulo præter angulos notum ſit latus G B (ſeu ala propugnaculi) ex hyppotheſi uni angulo nempe G O B oppoſitum, quæraturque hypothenuſa G O, ita ſe habebit ſinus anguli G B O, nempe ſinus totus ad hypothenuſam G O, ut ſinus anguli G O B ad latus oppoſitum G B, ex propoſitionibus trigonometricis, à Magino, & Patre Cavallerio tradditis, ac geometricè probatis. Cumque quæſtio cadat ſuper hypothenuſam G O, ejus quantitas erit quartus numerus proportionalis inveniendus, qui in regula aurea proportionum ultimum locum obtinebit, ſinus totus, ſeu anguli B G O in tertio loco ponendus erit, cum ſit quarti numeri antecedens, ſinus anguli G O B in primo loco coſtitui debet, cum enim ſit ejusdem ſpeciei, ac tertius numerus, erit primus antecedens, quem ſequetur in ſecundo loco ala G B tamquam conſequens.

Operatio.

SIc igitur ſtabit Analogia in caſu noſtro, in quo ala propugnaculi inventa eſt ped: 60 in antecedenti propoſitione, nempe, ut 25881 ſinus anguli G O B grad: 15 ad latus G B pedum 60, ita ſinus totus ad hypothenuſam G O, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum, ex quotiente reſultabit quartus numerus, ſeu hypothenuſa G O pedum 231. 8, 3, 0, vel permutando, ut ſinus anguli G O B ad ſinum totum,

ita

Digitized by Google

ita latus B G ad hypothenuſam G O, cum ita ſe habeat conſequens ad conſequentem, ut antecedens ad antecedentem per def: 12. lib. 5. Eucl: Poteſt etiam accipi latus, ſeu ala G B pro ſinu toto, cum ſit latus circa rectum angulum G B O, quo caſu hypothenuſa G O erit ſecans anguli B G O. Quomodocumque hoc fiat, ſemper linea G O erit pedum 231.8.3.0, qua addita faciei H G, linea defenſionis ſtringentis conſurget, cum ex lineis H G, G O in directum conſtitutis compoſita ſit, eritque in caſu noſtro ped: 471.8.3.0.

Data Cortina, & Linea defenſionis ſtringentis, & facie, datisque angulis, alam cortinæ invenire.

Prop. X. Probl.

Sit ala cortinæ O b, à punctis O, & b terminata, nempe à contactu lineæ defenſionis ſtringentis, & cortinæ, & ab extremitate ejusdem cortinæ, ubi cum ala propugnaculi conjungitur. Hæc conſurget, ſi à cortina B b ſubducatur linea O B, nam ala cortinæ nihil aliud eſt, quam portio ejusdem cortinæ, quæ abſcinditur à linea defenſionis ſtringentis H O, cadens ſuper cortinam B b in puncto O. Ut vero linea B O, quæ eſt baſis trianguli rectanguli G B O, in præcedenti propoſitione conſiderati, innoteſcat, ſtatuenda eſt tamquam ſinus anguli ſibi oppoſiti, nempe B G O, cum in dicto triangulo notum ſit, ex hypotheſi, latus uni angulo oppoſitum, nempe G B, quod angulo G O B opponitur, cumque cadat quæſtio ſuper lineam B O, ſtabit analogia quo ad primum, & ſecundum numerum, ut ſupra, tertius vero numerus erit ſinus anguli G B O, cum ſit antecedens numeri quæſiti, nempe quantitatis rectæ B O. Figura I.

Operatio.

Fiat itaque ut 2588 I ſinus anguli G O D grad: 15 ad latus G D pedum 60, ita 96592 ſinus anguli B G O ad baſim B O, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum conſurget linea B O ped: 223.9.3.0, qua ſubducta à cortina B b pedum 480, ex reſſiduo ala cortinæ innoteſcet pedum 256.0.7.0. At ſi accipiatur G B pro ſinu toto, B O erit tangens anguli oppoſiti B G O, cum enim in triangulo rectangulo accipi-

Digitized by Google

tur unum ex lateribus circa rectum angulum pro ſinu toto, reliquum tamquam tangens anguli oppoſiti ſtatuendum eſt. Fiat tamen quomodocumque ſemper ala cortinæ erit eadem.

Data linea defenſionis ſtringentis, & cortina, datiſque angulis, lineam colli invenire.

Prop. XI. Probl.

Figura I. Sit linea colli D B, à punctis D, & B terminata, inter duas lineas nempe alam propugnaculi G B, & capitalem D H, incluſa, cum quibus duos angulos efficit, nempe H D B, & G B D. Hæc vero ut inveniatur, ſubducenda eſt linea B O à tota linea O B D, nam linea colli D B nihil aliud eſt quam portio lineæ O D, que abſcinditur ab ala G B, cadens ſuper latus polygoni D d in puncto B, cum quo duos deinceps angulos inter ſe æquales, ſeu rectos efficit ex conſtructione. Ut vero inveniatur linea O D conſiderandum eſt triangulum H O D, ex linea defenſionis ſtringentis H O, capitali H D, & linea O D conſtructum, in quo tres anguli noti ſunt, angulus enim H D O eſt complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, in quadrato grad: 135, angulus D H O eſt dimidium anguli propugnaculi grad: 30, & angulus H O D eſt angulus defenſionis interior grad: 15, notaque eſt linea defenſionis ſtringentis H O, nuper inventa, cumque in omnibus triangulis, tam rectangulis, quam obliquangulis latera habeant eamdem proportionem, quam habent ſinus angulorum oppoſitorum, ut probat P. Cavallerius in ſua trigometria, ita ſe habebit latus H O ad latus O D ut ſinus anguli H D O ad ſinum anguli D H O, vel permutando, ita ſe habebit ſinus anguli O H D ad latus O D, ut ſinus anguli H D O ad latus H O.

Operatio.

Suppoſito igitur polygono quadrato, ut in antecedentibus propoſitionibus, Fiat ut 70710 ſinus anguli H D O grad: 135 ad latus H O ped: 471.8.3.0, ita 50000 ſinus anguli O H D grad: 30 ad latus O D, ductoque ſecundo numero in tertium, productoque diviſo per primum, linea O D conſurget ped: 333.6.3.7, à qua ſub-

ſubtracta linea B O, inventa in prop: 10 hujus libri ped: 223 9.3.0, linea colli D B prodibit ped: 109.7.0.7.

Latus polygoni interioris invenire.

Prop. XII. Probl.

Latus Polygoni D d, qui inter duas diametros incluſum, cum ipſis triangulum iſoſceles D A d efficit, invenitur in unam ſummam colligendo duplum lineæ colli D B, & cortinam B b, cum enim compoſitum ſit ex eadem cortina, & duabus lineis colli earum aggregatum erit quantitas lateris polygoni interioris, cumque in quadrato linea colli inventa ſit pedum 109.7.0.7, erit ejus duplum pedum 219.4.1.4, cui addita cortina pedum 480 conſurget latus polygoni interioris pedum 699.4.1.4. Figura I.

Data linea defenſionis ſtringentis, datisque angulis, Capitalem invenire.

Prop. XIII. Probl.

Sit Radius polygoni A D, à centro A ad terminum lateris polygoni D, ductus, qui producatur uſque ad punctum H, ita ut ſia linea A H, exceſſus H D, ultra diametrum A D erit capitalis, inter duo latera polygoni, exterioris ſcilicet Hh, & interioris Dd, incluſa, cum quibus communes terminos habet D, & H, quæ ut innóteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli O D H ad latus H O pedum 471.8.3.0, ita 25881 ſinus anguli D O H grad: 15 ad latus D H, ductoque ſecundo numero in tertium, productoque diviſo per primum, ex quotiente prodibit linea capitalis D H ped: 172.6.9.7. Quoniam in triangulo D H O linea capitalis D H, quę conſtituit unum latus, opponitur angulo D O H, ita ſe habebit ſinus dicti anguli ad latus H D, ut ſe habet ſinus anguli H D O ad latus H O, eodem modo, ut dictum eſt pro linea O D invenienda, eadem enim eſt ratio, ſi itaque inſtituatur analogia ut ſupra mutatis mutandis, linea capitalis H D conſurget. Figura I.

* * *

Digitized by Google

Data linea defenſionis ſtringentis, & ala cortinæ, datisque angulis, lineam defenſionis figentis invenire.

Propl. XIV. Probl.

Figura I. SIt recta H b linea defenſionis figentis à puncto H ad punctum b ducta, ſeu à puncto conjunctionis lateris polygoni exterioris, & faciei ad punctum, quem efficit ala propugnaculi, cadens ſuper cortinam, quæ, cum conjungat duas lineas H O, O b, efficit triangulum H O b, ex linea defenſionis ſtringentis, ala cortinæ, & linea defenſionis figentis conſtructo, in quo, cum nota ſint duo latera, ex conſtructione, nempe H O, quæ eſt linea defenſionis ſtringentis, & Ob, quæ eſt ala cortinæ, notusque ſit angulus H O b, cum ſit angulus defenſionis exterior, ſi inveniatur ignotum latus H b linea defenſionis figentis conſurget; Cum autem in prædicto triangulo notus ſit angulus duobus lateribus notis incluſus, inveniendi prius ſunt cæteri anguli, & quia, uti ſe habet, ſumma duorum laterum ad eorum differentiam, ita ſe habet ſemiſummæ duorum ignotorum angulorum, tangens ad tangentem differentiæ eorumdem, ideo inveniendum eſt aggregatum duorum laterum H O, O b, deinde eorum differentia, ſubtrahendo quantitatem lateris minoris O b à quantitate lateris majoris H O, tertio loco invenienda eſt ſemiſumma duorum angulorum O H b, O b H ad baſim b H, cumque tota ſumma prædictorum angulorum ſimul ſumptorum ſit æqualis angulo defenſionis interiori H O D per prop: 32 lib: pri: Eucl: qui reſpectu angulorum in triangulo contentorum eſt externus, ejus dimidium, ſemiſummam quæſitam, patefaciet. Habitis angulis etiam latus H b innoteſcet, cum latera proportionari poſſint ſinibus angulorum jam notorum.

Operatio.

SUpponatur polygonum eſſe quadratum, ut ſupra, angulus defenſionis interior erit grad: 15 per prop: 6 hujus libri, ejusque dimidium grad: 7.30, latus H O inventum eſt ped: 471.8.3.c, latus Ob 256.0.7.0, quorum aggregatum eſt ped: 727.9.0.0, & eorum differentia ped: 215.7.6.0; deinde fiat ut Aggregatum duorum noto-

Digitized by Google

notorum laterum ped: 727.9.0.0 ad eorum differentiam ped: 215. 7.6.0, ita 13165 tangens ſemiſummæ angulorum ad baſim grad. 7.30, ad tangentem differentiæ eorumdem angulorum, ductoque ſecundo numero in tertium vel è contra, productoque diviſo per primum, conſurget quæſita tangens 3902, cui in canone tangentium reſpondent grad: 2.14, qui additi antedictæ ſemiſummæ conſtituunt angulum majorem grad: 9.44, ſublati vero à dicta ſemiſumma conſtituunt angulum minorem grad: 5.16, nempe angulum O H b, qui lateri minori opponitur. Tandem fiat ut 9179 ſinus anguli O H b grad: 5.16 ad latus O b pedum 256.0.7.0, ita 13881 ſinus anguli H O b grad: 165 ad latus H b, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum, ex quotiente conſurget quartus numerus proportionalis, ſeu linea defenſionis figentis H b ped. 722.0.1.2.

Dato latere polygoni interioris, datisque angulis centri, & polygoni, Radium invenire.

Prop: XV. Probl.

SIt latus polygoni interioris D d, ex duabus lineis colli B D, b d, & cortina B b conflatum, ſitque Radius A D, à puncto A centro polygoni ad punctum D, ubi duo latera polygoni ſe conjungunt, ductus, cui æqualis ſit A d. Dictus Radius innoteſcet inveniendo numerum, qui cum ſinu anguli dimidij polygoni habeat eamdem proportionem, quam habet cum ſinu anguli centri datum latus polygoni exterioris. Cum enim in triangulo D A d ex duobus radijs, & latere polygoni interioris conflatum, noti ſint omnes anguli, nempe angulus D A d, cum ſit angulus centri, & duo anguli D d A, & d D A, cum ſit unuſquiſque dimidium anguli polygoni, ſintque ambo inter ſe æquales, notumque ſit latus polygoni interioris ex hypotheſi, queritur latus uni ex angulis oppoſitum, quare prædictum latus, nempe Radius, ex doctrina triangulorum, habebit eamdem proportionem cum ſinu dimidij anguli polygoni ſibi oppoſiti, quam habet latus polygoni interioris cum ſinu anguli centri. Figura I.

Ope-

Operatio.

SUpponatur polygonum eſſe quadratum, deinde fiat ut 100000 ſinus anguli centri D A d grad: 90 ad latus polygoni exterioris D d ped: 699.4.1.4, ita 70710 ſinus anguli D d A grad: 45 ad latus A D, ductoque ſecundo numero in tertium, vel e contra, productoque diviſo per primum, Radius innoteſcet, eritque pedum 494.5.5.5.

Dato Radio, & Capitali, datisque angulis centri, & polygoni cum latere polygoni interioris Latus polygoni exterioris invenire.

Prop. XVI. Probl.

Figura I. SIt Radius A D à puncto A, centro polygoni ad punctum D, ubi duo latera polygoni ſe conjungunt ductus, ſit vero capitalis D H, quæ ex productione radij A D in H oritur, ejusque termini ſunt D, & H, ſimulque ſumpta cum radio antedicto efficit radium polygoni exterioris A H, ſit tandem linea H h latus polygoni exterioris, duos radios A H, & A h, in duobus punctis H, & h conjungens, ſitque parallela ipſi D d. Prædictus latus polygoni exterioris conſurget inveniendo numerum, qui cum radio A H habeat eamdem proportionem, quam habet latus D d cum radio A D; duo enim triangula D A d, H A h erunt inter ſe proportionalia, quia, cum duæ lineæ H h, & D d ſint ex conſtructione parallelæ, & ſuper ipſas cadant duæ lineæ A H, A h priores terminantes in punctis D, & H, erunt anguli alterni H h A & D d A inter ſe æquales per prop: 29 lib: pri: Eucl: cumq; angulus D A d ſit communis, duo triangula D A d, & H A h habebunt omnes angulos inter ſe æquales utrumque utrique, nempe angulum D d A æqualem angulo H h A, &c. pari modo latera circa æquales angulos erunt proportionalia, ſcilicet latera A D, & D d erunt proportionalia lateribus A H, & H h utrumq; utrique, videlicet latus A D lateri A H, & latus D d lateri H h, circa æquales angulos D d A, & H h A, & duo latera A D, A d erunt proportionalia duobus lateribus A H, & A h, circa communem angulum D A d, vel H A h, quare per prop:

4. lib.

Digitized by Google

4 lib: 6 Eucl: ita ſe habebit latus A H ad latus H h, uti ſe habet latus A D ad latus D d, ideoque quantitas, quæ ducendo numerum tertium ex prædictis in ſecundum, productoque dividendo per primum, reſſultabit,erit numerus quæſitus,ut pote quartus proportionalis, & ex ipſo quantitas lateris polygoni exterioris H h prodibit. Idem alio modo preſtari poteſt habita ratione ad ſinus rectos,cum enim in triangulo H A h quæratur latus uni ex angulis oppoſitum, cognitis cæteris angulis,& lateribus, nempe latus H h oppoſitum angulo H A h, ita ſe habebit ad prædictum latus ſinus anguli H A h, ut ad latus A H ſinus anguli H h A.

Operatio.

SUppoſito igitur polygono quadrato, fiat ut 70710 ſinus anguli H h A grad: 45 ad latus A H ped: 667.2.5.2, ita ſinus totus, ſeu anguli H A h grad: 90 ad latus H h, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum, prodibit ex quotiente quantitas polygoni exterioris ped: 943.6.4.5.

Lineam defenſionis ſtringentis productam uſque ad punctum, ubi ambo lineæ defenſionis ſtringentis concurrunt, invenire.

Prop: XVII. Probl.

SInt duæ lineæ defenſionis ſtringentis H O, h o, hinc inde à punctis H, & h ad puncta O, & o ductæ, quæ producantur ambę quouſque ſe tangant in puncto C, ad quod concurrunt, ſitque eorum exceſſus O C, & o C, & oriatur, ex eorum concurſu, angulus H C h, qui bifariam dividatur à C F linea, à puncto C ducta ad punctum F, ubi ſuper lineam O o portionem cortinæ B b, inter duas lineas H C, & h C interceptam, cadens, ipſam in duas partes æquales O F, & o F biſſecat. His poſitis, lina H C dupliciter inveniri poterit. Primo inveniendo numerum, qui ad latus H h eamdem habeat proportionem, quam habet ſinus anguli H C h ad ſinum anguli C H h. Cum enim angulus C H h ſit æqualis angulo defenſionis interiori H O D propter duas parallelas H h, D d per 29 prop. lib. pri. Eucl: duoque anguli C H h, & Figura I.

C ChH

Digitized by Google

C h H ſint æquales ex conſtructione, ex ipſis etiam angulus H C h innoteſcet, cum ſit eorumdem complementum ad duos rectos per prop: 32 lib. pri. Eucli: notumque eſt latus H h, ut pote latus polygoni exterioris, quare, in triangulo H C h quæritur latus uni ex angulis oppoſitum, cum latus H C, ſeu h C inveniendus ſubtendat unum ex angulis notis H h C, ſeu h H C, erit ergo quantitas lateris H C, ſeu h C quartus numerus proportionalis, ideoque ita ſe habebit latus H h ad latus H C, ſeu h C, ut ſe habet ſinus anguli H C h ad ſinum anguli C H h, ſeu C h H, vel permutando ita ſe habebit ſinus anguli C H h, ſeu C h H ad latus H C, ſeu h C, ut ſinus anguli H C h ad latus H h. Secundò idem præſtari poteſt inveniendo numerum quartum proportionalem, ad quem eamdem habeat proportionem linea F O, portio cortinæ B b, inter lineam F C, & lineam H C, intercepta, quam habet ad rectam O G, exceſſum faciei H G, linea B O, portio cortinæ B b, inter alam propugnaculi G B, & lineam defenſionis ſtringentis H O intercepta, quantitatemque dicti numeri quarti proportionalis, addendo quantitati lineæ defenſionis ſtringentis H O. Quoniam duo anguli G O B, O F C ſunt inter ſe æquales per prop: 15 lib. pri: Eucl: cum ſint anguli ad verticem, duoque anguli O B G, O F C, cum ſint ex conſtructione recti, nec non anguli O G B, O C F, cum uterque ſit complementum ad grad: 90, tam anguli O G B, quam anguli O C F, per prop: 32 lib. pri. Eucl: erunt duo triangula G O B, O C F æquiangula, & ſimilia, quare per prop: 4 lib: 6 Eucl: ita ſe habebit latus F O ad hypothenuſam O C, circa angulum F O C trianguli F O C, ut latus B O ad hypothenuſam G O circa angulum G O B trianguli G O B, æqualem angulo F O C trianguli F O C, datis itaque duobus lateribus B O, G O trianguli B G O, etiam hypothenuſa O C trianguli F O C innoteſcet, cumque linea H C compoſita ſit ex linea defenſionis ſtringentis H O, & exceſſu O C, addendo lineam O C lineæ H G tota H C conſurget.

Operatio.

Suppoſito polygono quadrato ſubtrahantur pedes 223.9.3.0 lineæ B O à pedibus 240. dimidij cortinæ F B, & ex reſſiduo pedum 16.0.7.0 conſurget linea O F, deinde fiat ut latus D O ped: 223.9.3.0 ad hypothenuſam G O ped: 231.8.3.0 ita latus F O ped:

16.

16.0.7.0 ad hypothenuſam O C, ductoque ſecundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviſo per primum ex quotiente conſurget linea O C ped. 16.6.3.4, quibus additis ped. 471.8.3.0 lineæ defenſionis H O, conſurget linea defenſionis ſtringentis producta H C ped. 488.4.6.4.

Lineam alæ propugnaculi productam invenire.

Prop. XVIII. Probl.

SIt ala propugnaculi G B, quæ producatur uſque ad latus polygoni exterioris H h, ſitque terminata in puncto I, in quo dictum latus polygoni exterioris tangit, ejusque exceſſus ſit G I, qui conjungens duas lineas H G, H I, nempe faciem, & portionem lateris polygoni exterioris, in punctis I, & G efficit triangulum H I G, ut vero dicta linea conſurgat, duplex operatio inſtitui poteſt. Conſurget primò ſi inveniatur numerus quartus proportionalis, ad quem habeat H G eamdem proportionem, quam habet ad rectam B G recta G O, duo enim triangula G B O, G I H erunt æquiangula, cum habeant omnes angulos inter ſe æquales, duo namque anguli B G O, I G H æquales ſunt per prop: 15 lib: pri: Eucl: cum ſint ad verticem, duo anguli G B O, & G I H æquales ſunt per axio: 10 lib. pri. Eucl: cum ſint recti, quorum angulus G B O rectus eſt ex conſtructione, angulus vero G I H rectus eſt quia oritur ex linea B I, quæ, cum faciat angulos rectos cum linea D d, & cum ipſa coniungat lineam H h ipſi parallelam, etiam ad partes I angulos rectos efficiet per prop: 29 lib: pri: Eucl: per quam propoſitionem etiam duo anguli G O B, G H I ſunt æquales, cum ſint alterni, fiunt enim ambo ex linea H O, cadens ſuper duas parallelas H h, & D d in punctis H & O, quare ita ſe habebit hypothenuſa H G ad latus G I, circa angulum H G I in triangulo H G I, ut ſe habebit hypothenuſa G O ad latus G B circa angulum O G B in triangulo G O B ęqualem angulo I G H trianguli G H I, & ſic conſurget linea I G, quæ addita lineæ G B conſtituet totam lineam I B, quæ conſtat ex duabus lineis I G, G B ſimul ſumptis, & in directum conſtitutis. Secundo idem præſtari poteſt inveniendo numerum, ad quem ſinus anguli G H I eandem habeat proportionem, quam habet ad Figura I.

H G ſinus anguli G I H, cum enim triangulum G I H ſit rectangulum, eo quod habet angulum rectum G I H, in eoque noti ſint cæteri anguli, nam angulus G H I oritur ex ſubtractione dimidij anguli propugnaculi ab angulo dimidij polygoni, anguluſque H G I eſt antedicti complementum ad grad: 90, notaque ſit hypothenuſa H G, utpote facies propugnaculi, & quæratur latus I G angulo G H I oppoſitum, ſummi poterit hypothenuſa pro ſinu toto, quo caſu cætera latera erunt tamquam ſinus angulorum oppoſitorum, ideoque uti ſe habebit ſinus totus ad hypothenuſam H G, ita ſe habebit ſinus anguli G H I ad latus G I.

Operatio.

SUppoſito itaque polygono quadrato fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H G pedum 240, ita 25881 ſinus anguli G H I grad: 15 ad latus G I, quod invenietur ped: 62.1.1.4, qui additi alæ G D conſtituent lineam alæ productam D I pedum 122.1.1.4.

Concluſio.

EX dictis colligitur ope trianguli lineam defenſionis ſtringentis notam fieri inveniendo hypothenuſam G O, ipſamque addendo faciei H G; Lineam O b, ſeu alam cortinæ inveniendo baſim O B, ipſamque ſubducendo à tota cortina B b, & lineam defenſionis ſtringentis productam, inveniendo hypothenuſam O C trianguli O F C, habita ratione ad proportionem, quam habet latus O B ad latus G O trianguli B G O, ipſamque addendo lineæ defenſionis ſtringentis H O; mediante triangulo H O D conſurgere lineam colli, que habetur, inveniendo lineam D O, & ab ipſa ſubducendo lineam B O, nec non capitalem prodire inveniendo latus D H; mediante triangulo H b O innoteſcere lineam defenſionis figentis H b, duoſque angulos O H b, O b H, & mediante triangulo G I H conſurgere lineam G I, ex qua conſtituitur linea alæ propugnaculi producta, treſque triangulos rectangulos G H I, G O B, O F C eſſe ſimiles, ideoque eorum latera circa æquales angulos eſſe proportionalia, ſimiliter duo triangula D A d, & H A h eſſe inter ſe ſimilia, eorumque latera circa æquales angulos proportionalia.

Anno-

Digitized by Google

Annotatio circa lineam defenſionis figentis.

Lineam defenſionis figentis, quę inter lineam defenſionis ſtringentis, & latus polygoni incluſa ab extremitate propugnaculi, & alæ oppoſiti propugnaculi terminatur, ut per lineam H b demonſtratur, maximam eſſe omnium linearum, quæ à puncto conjunctionis duarum facierum ſuper cortinam cadunt, geometrice patet, quod major ſit linea defenſionis ſtringentis H O nemo dubitare poteſt, cum ſatis probatum ſit per prop: 18 lib: pri: Eucl. in triangulo enim O H B angulus omnium maximus eſt b O H eique oppoſitum eſt latus H b, cæteræ vero lineæ neceſſario minores erunt per prop: 21 lib: pri: Eucl: cum cadere debeant intra triangulum H b O, linea enim b O, ſeu ala cortinæ, à qua terminantur, inter lineam defenſionis ſtringentis, & lineam defenſionis figentis incluſa eſt; hac igitur de cauſa prædicta linea H b numquam ultra pedes 750, vel ad ſummum 800 extendi poteſt, cum ad hanc diſtantiam tantum ictus ſclopeti manualis perveniat, quod ſi quis hanc lineam majoris quantitatis ſtatueret, ictus horizontalis bombardæ manualis intra triangulum H b O caderet, ideoque munimentum minorem defenſionem haberet, illa enim pars cortinæ minor, à puncto ubi ictus bombardæ caderet, punctoque conjunctionis alæ propugnaculi, & cortinæ terminata, non poſſet defendere faciem propugnaculi oppoſiti, quare in munimentis maximis ratio habenda eſt ad lineam defenſionis figentis, cujus fundamento cæteræ lineæ inveniendę ſunt, in quibus ſervari poterit eadem proportio ſuperius traddita, quare in dictis munimentis accipi non poterit tamquam linea fundamentalis cortina, ut in mediocribus, in quibus, cum ſtatuatur cortina pedum 480, linea defenſionis figentis nunqum ad pedes 800 pervenire poteſt, ſed ratio habenda eſt ad lineam defenſionis figentis, at in minimis munimentis omnes lineæ proportionari debent lateri polygoni exterioris, cum ultra ictum bombardæ manualis non extendatur. Nunc vero videndum erit quomodo data linea defenſionis figentis cæteræ lineæ inveniri debeant.

[library stamp] Digitized by Google

Data linea defenſionis figentis nec non proportione inter cortinam faciem, & alam, datiſque angulis quantitatem cortinæ, & inſuper cæterarum linearum invenire.

Prop. XIX. Probl.

Figura I. & II. SIt linea defenſionis figentis H b, quæ ſtatuenda eſt alicujus quantitatis non excedentis pedes 800, nempe quantum ictus bombardæ manualis extenditur e. g. pedum 722.0.1.2, ſit cortina Bb, quæ ſtatuatur in proportione dupla faciei GH, hæc vero ſit in proportione quadrupla alæ progugnaculi GB, poſito polygono munimenti quadrato. His poſitis ſupponatur cortinam diviſam eſſe in aliquas partes ad libitum ſumptas, ut e.g. 40000, quo fundamento inveniantur cæteræ lineæ talium partium qualium cortina ſuppoſita fuit 40000, habita ratione ad ea, quæ ſuperius dicta ſunt pro inveniendis dictis lineis, quibus habitis quæratur numerus, ad quem ita ſe habeat cortina in partes 40000 diviſa, ut ſe habet linea defenſionis figentis inventa, talium partium, qualium cortina ſupponitur 40000, ad datam lineam defenſionis figentis pedum 722. 0. 1. 2, quo invento cortina innoteſcet talium partium, qualium linea defenſionis figentis data eſt ped: 722.0.1.2, qua mediante cæteræ lineæ notæ fient. Pro demonſtratione hujus propoſitionis deſcribantur duæ figuræ ſimiles quo ad omnes partes, quarum prima repreſentet veras quantitates, at ſecunda quantitates excogitatas. Quoniam prædictæ duæ figuræ ex conſtructione ſunt ſimiles, nempe H b B, & G A E, habebunt omnes partes correſpondentes inter ſe proportionales, ideoque per prop: 12 lib: 5 Eucl: uti ſe habebit A E ſecundæ figuræ ad b B primæ, ita ſe habebunt reliquæ partes ſecundæ reliquis partibus primæ, quare ſi connectantur puncta H, B, b primæ figuræ rectis H B, H b, & puncta G, A, E ſecundæ rectis G A, G E fient duo triangula H b O, H O B ſimilia duobus triangulis ſecundæ figuræ G A D, G D E, ex quo ſequitur per prop: 4 lib: 6 Eucl: quod ita ſe habeat G A ad A D trianguli G A D, ut H b ad b O trianguli H b O, circa æquales angulos G A D, & H b O, ſic A D ad D G, & D G ad G A trianguli A D G, ut b O ad O H, & O H ad H b trianguli

guli HBO, circa æquales angulos ADG, & bOH, BGA, & OHB, eadem ratione ita ſe habebit GD ad DE, DE ad EG, EG ad GD trianguli GDE, ut ſe habebit HO ad OB, OB ad BH, BH ad HO trianguli HBO circa æquales angulos GDE, & HOB, DEG, & OBH, EGB, & BHO, ex quo ſequitur quod ut ſe habet Hb ad HO, & HO ad HB, ita ſe habet GA ad GD, & GD ad GE, & è contra, cumque intra triangulum GAE ſint tres magnitudines AE, AG, AD æquales numero tribus magnitudinibus bB, bH, bO exiſtentibus intra triangulum bHB, ſi binæ & in eadem ratione ſummantur, nempe ut AE ad AG, ita bB ad bH, & ut AG ad AD ita bH ad bO, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt per prop: 22 lib: 5 Eucl: nempe ut AE ad AD ita bB ad bO, & convertendo per dif: 13 lib: 5 Eucl: ut AE ad bB ita AB ad bO ſcilicet, ut tota AE ad totam bB, ita ablata AD ad ablatam bO, ſed per prop: 19 lib: 5 Eucl: ſi quemadmodum totum ad totum ita ablatum ſe habuerit ad ablatum; etiam reliquum ad reliquum ſe habebit ut totum ad totum, erit igitur ut AE ad DE ita bB ad OB, & dividendo per dif: 15 lib: 5 Eucl: erit ut AD ad DE, ita bO ad OB, pariterque invertendo per def: 13 lib: 5 Eucl: erit ut ED ad DA ita BO ad Ob, & cum ſit ut GA ad AD, & ut AD ad DE, ita HB ad bO, & bO ad OB, erit ex æquo per prop: 22 lib. 5 Eucl: ut AG ad DE, ita Hb ad OB, & è contra; ex quibus ſequitur quod in duabus figuris AGE, bHB reperiantur ſex magnitudines, quarum ſi accipiatur bO ut prima, bH ut ſecunda, AD ut tertia, AG ut quarta, OB ut quinta, DE ut ſexta; prima bO ad ſecundam bH habebit eamdem rationem, quam tertia AD ad quartam AG, quinta vero OB ad ſecundam bH eamdem habebit rationem, quam ſexta DE ad quartam AG, ergo per prop: 24 lib: 5 Eucl: compoſita prima bO cum quinta OB, nempe tota bB eamdem habebit rationem ad ſecundam bH, quam tertia AD cum ſexta DE, ſeu tota AE ad quartam AG, erit igitur ut GA ad AE ita Hb ad bB, nempe ut linea defenſionis figentis talium partium, qualium cortina ſuppoſita fuit ad ipſam cortinam ſuppoſitam, ita linea defenſionis figentis data ad veram cortinam quæſitam.

Ope-

Operatio.

SUpponatur itaque cortina partium 40000 ut ſupra dictum eſt erit facies partium 20000, & ala partium 5000, ut vero linea defenſionis ſtringentis inveniatur conſiderandum eſt triangulum GOB in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus GB, ut hypothenuſa GO innoteſcat, fiat ut 25881 ſinus anguli GOB grad: 15 ad latus GB partium 5000 ita ſinus totus ad hypothenuſam GO, quæ invenietur partium 19319, quibus additis partibus 20000 faciei, linea defenſionis ſtringentis conſurget partium 39319, qua inventa, fiat iterum ut 25881 ſinus anguli GOB grad: 15 ad latus GB partium 5000 ita 96592 ſinus anguli BGO grad: 75, ad latus BO, quod erit partium $18660\frac{10140}{25881}$, ſeu 18661, quibus ablatis à partibus 40000 totius cortinæ prodibit ala cortinæ Ob partium 21339. His peractis conſiderandum eſt triangulum HbO, in quo notus eſt angulus bOH grad: 165, & ſumma reliquorum angulorum grad: 15, cujus ſemiſumma eſt grad. 7:30, notaque ſunt duo latera bO, OH, ut vero unusquisque angulus innoteſcat, fiat ut 60658 Aggregatum duorum notorum laterum bO, OH ad 17980 eorum differentiam, ita 13165 tangens ſemiſummæ angulorum OHb, ObH grad: 7. 30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 3902, cui in canone tangentium reſpondent gr. 2. 14, qui additi ſemiſummæ grad: 7. 30 conſtituunt angulum majorem ObH grad: 9. 44, ablatis vero à prædicta ſemiſumma, conſurgit angulus minor OHb. Habitis angulis, ut linea Hb defenſionis figentis conſurgat, fiat ut 9179 ſinus anguli bHB grad: 5. 16 ad latus bO partium 21339, ita 25881 ſinus anguli HOb g. 165 ad latus Hb, quod erit partium 60167, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis figentis in partibus qualium cortina ſupponitur 40000, quę comparanda eſt cum linea defenſionis figentis data, quam conſtituimus pedum 722. 0. 1. 2, & inſtituta regula aurea trium, cortina, quæ ſuppoſita fuit partium 40000, reducenda eſt ad pedes geometricos ſcilicet ad partes quarum linea defenſionis figentis eſt 722. 0. 1. 2, fiat igitur ut Hb partium 60167 ex hypotheſi ad Hb pedum 722. 0. 1. 2 datam, ita cortina bB partium 40000 ex hypotheſi ad veram cortinam quæſitam, quæ invenietur ped: 480; partes igitur 40000 in principio excogitatæ æquivalent pedibus 480, tantaque erit vera cortinæ

quan-

quantitas,qua cognita cæteræ lineæ reperiri poterunt,quod etiam intelligendum eſt in omnibus polygonis, mutatis mutandis; Ex quibus ſequitur quod mediante munimento mediocris magnitudinis, etiam munimenti maximi partes,& quantitates cognoſci poſſint, ſi fiat ut linea defenſionis figentis munimenti mediocris ped:722.0.1.2 ad lineam defenſionis figentis maximā ped:800,ita cortina munimenti mediocris ped:480 ad cortinam munimenti maximi,quæ invenietur pedum 531.8.4.7. Tali modo procedendo inveniri poterunt omnes lineæ in quocumque polygono data linea defenſionis figentis, & ſervata eadem proportione cæterarum linearum.

Data linea defenſionis figentis, & ſtatuto termino lineæ defenſionis ſtringentis in medio cortinæ, datisque angulis, cæteras lineas invenire.

Prop: XX. Probl.

SIt linea defenſionis figentis Hb, ut ſupra, & linea defenſionis ſtringentis HC à puncto H ducta ad punctum C exiſtens in medietate cortinæ Bb, ſitque punctum B terminus alæ propugnaculi, à quo ad punctum H ducatur recta BH, & ſic mediante cortina bB, linea defenſionis figentis Hb, linea defenſionis ſtringentis HC, rectaque BH conſtructa erunt duo triangula HBC, & HCb. His poſitis excogitandus eſt aliquis numerus ad libitum ſumptus, qui pro quantitate cortinæ ſupponi debet, ſitque e. g. 20000, quo ſtatuto inveniendæ ſunt lineæ tam defenſionis ſtringentis, quam defenſionis figentis in partibus, quarum cortina ſupponitur 20000, deinde inveniendus eſt numerus quartus proportionalis, ad quem ita ſe habeat cortina in partes 20000 ex hypotheſi diviſa, ut ſe habet quantitas lineæ defenſionis figentis Hb talium partium, qualium cortina Bb ſuppoſita fuit 20000, ad datam lineam defenſionis figentis, quo invento cortina innoteſcet talium partium, qualium vera linea defenſionis accepta eſt, qua mediante cæteræ innoteſcent. Quoniam habita ratione ad duo triangula HbC, HCB inveniendæ ſunt lineæ dicta triangula conſtituentes in partes, quarum cortina ſuppoſita eſt Figura I. & II.

20000 ex illa ſuppoſitione oriuntur duo ſuppoſita triangula prioribus ſimilia, ſintque G A D, G D E in figura ſecunda expreſſa, quare ita ſe habebit latus H b ad latus b C, idem b C ad C H, C H ad H b trianguli H b C primæ figuræ, ut ſe habet latus G A ad latus A D, A D, ad D G, D G ad G A trianguli G A D ſecundæ figuræ, circa æquales angulos H b C, & G A D, b C H, & A D G, G H b, & D G A per prop: 4 lib. 6 Eucl: eadem ratione ita ſe habebit latus H C ad latus C B, C B ad B H, B H ad H C trianguli H C B, ut ſe habet latus G D ad latus D E, D E ad E G, E G ad G D trianguli G D E, circa æquales angulos H C B, & G D E, C B H, & D E G, B H C, & E G D, ex quo ſequitur, quod in triangulis A G D, G D E ſint tres magnitudines E D, D G, D A reſpondentes tribus magnitudinibus C B, C H, C b triangulorum H b C, H C b, quæ ſi bine, & in eadem ratione ſumantur, nempe ut E D ad D G, ita B C ad C H, & ut G D ad D A, ita H C ad b C, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt, nempe ut E D ad D A ita B C ad C b per prop: 22 lib. 5 Eucl: cumque ut ſe habet E D ad D A & D A ad A G, ita ſe habeat B C ad C b, & C b ad b H, ut ex dictis patet, etiam ex æqualitate uti ſe habet E D ad A G, ita ſe habebit C B ad b H; in triangulis igitur G A D, G D E, & H b C, H C B erunt ſex magnitudines, quarum ſi accipiatur b C ut prima, b H ut ſecunda, A B ut tertia, A G ut quarta, C B ut quinta, D E ut ſexta; prima b C ad ſecundam b H habebit eamdem rationem, quam tertia A d ad quartam A G; quinta vero C B ad ſecundam b H eamdem habebit rationem, quam ſexta D E ad quartam A G, ergo per prop: 24 lib. 5 Eucl. compoſita prima b C cum quinta C B, nempe tota b B eamdem habebit rationem ad ſecundam b H, quam tertia A D cum ſexta D E, ſeu tota A E ad quartam A C, erit igitur ut G A ad A E, ita H b ad B b, nempe ut linea defenſionis figentis talium partium qualium cortina ſuppoſita fuit ad ipſam cortinam ſuppoſitam; ita linea defenſionis figentis data ad veram cortinam quæſitam.

***

Ope-

Operatio.

CONſideretur dodecagonum, in quo ſupponatur cortina b B partium 20000 erit ejus dimidium C B, & ipſi æqualis facies H G partium 10000, linea vero defenſionis figentis H b ponatur partium, ſeu pedum 750. His poſitis cadat linea defenſionis ſtringentis H C in medium cortinæ b B, nempe in punctum C, fiatque cum ala propugnaculi triangulum G C B, in quo angulus G B C erit rectus per axio:9 hujus libri angulus G C B invenietur grad:30 modo dicto in prop:6 hujus libri & per conſequens angulus B G C erit grad 60, notumque eſt latus B C ex hypotheſi, quare ut latus G C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad 115470 ſecantem anguli G C B grad:30, ita latus C B partium 10000 ad hypothenuſam G C, quæ invenietur partium 11547, qua addita faciei H G partium 10000, prodibit linea defenſionis ſtringentis H C partium 21547, & ut linea B G, ſeu ala propugnaculi conſurgat, fiat ut ſinus totus ad 57735 tangentem anguli G C B grad:30, ita latus C B partium 10000 ad latus G B, ſeu alam propugnaculi, quæ invenietur partium 5773, nunc conſiderandum eſt triangulum H C D, in quo, cum notum ſit latus H C inventum partium 21547, notusque ſit angulus H C D grad: 30 & angulus C H D inventus, modo dicto in prop:3, & 5 hujus libri, grad:45, & per conſequens angulus C D H grad:105, ut latus C D innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli C D H grad:105 ad latus H C partium 21547, ita 70710 ſinus anguli C H D grad:45 ad latus C D, quod invenietur partium 15773, à quibus ablatis partibus 10000 rectæ C B, remanebit linea colli D B partium 5773. His peractis ut inveniatur linea H b, conſiderandum eſt triangulum H b C, in quo, cum notum ſit latus H C partium 21547, & latus C b partium 10000, notaque ſit ſemiſumma duorum angulorum C H b C b H, nempe grad:15, cum ſit æqualis dimidio H C D, ut angulus b H C innoteſcat, fiat ut 31547 aggregatum duorum laterum H C, C b ad 11547 eorum differentiam, ita 26794 tangens ſemiſummæ duorum angulorum ad baſim H b, ad tangentem differentiæ eorumdem angulorum, quæ invenietur 9807, cui in canone tangentium reſpondent grad: 5.38, quibus ablatis à ſemiſumma, prodibit angulus b H C grad: 9.22, quo invento, ad hoc ut reperiatur linea H b, fiat ut 16275 ſinus anguli b H C ad latus b C partium 10000, ita 50000 ſinus

 angu-

anguli H C b ad latus H b, quod invenietur partium 30722; tandem ut vera cortina conſurgat, fiat ut linea defenſionis figentis ex hypotheſi partium 30722 ad datam lineam defenſionis figentis pedum 750, ita cortina ex hypotheſi partium 20000 ad veram cortinam quæſitam, quæ invenietur pedum 488.2 0.4, qua cognita, etiam cæteræ lineæ cognoſci poterunt, per ea, quæ in antecedentibus propoſitionibus dicta ſunt. Quod ſi linea defenſionis figentis ſtatuatur pedum 800, fiat vt 30722 ad 800, ita 20000 ad veram cortinam, quæ invenietur ped: 520.7.9.9, & hæc erit maxima cortina in dodecagono, quæ, cum ſit minor cortina in antecedenti propoſitione inventa, dicendum erit quod in quadrato inveniatur cortina omnium maxima.

Munimentum regulare, cujus partes habeant proportionem ſuperius traditam, geometricè delineare.

Prop. XXI. Probl.

Figura I. Fiat polygonum exterius, cujus latus ſit H h connectens duos radios A H, A h in punctis H, & h, in quibus facto centro intervallis H D, h d deſcribantur arcus E D, & e d, qui producatur in m, ita ut corda e m ſit æqualis ipſi h d, totusque arcus e m bifariam dividatur in n, ejusque medietas iterum bifariam dividatur in d, & portio n d ex d transferatur in m, totusque arcus e m bifariam dividatur in n, ejusque medietas ex d transferatur in q, & ex D in Q, à punctis vero H, h, per puncta Q, q ducantur duæ rectæ H C, h C coeuntes in puncto C, quod ſi polygonum erit quadratum facilior erit operatio deſcripto enim arcu e m radius A h abſcindet quartam partem ejusdem arcus, nempe d m, quę transferi poterit ex e in q, & ſic inventa erit medietas anguli propugnaculi. His peractis à puncto A per punctum C ducatur recta A R, quæ bifariam dividet rectam H h, deinde in recta C h accipiatur ut cumque portio h l, cui æqualis à puncto l ducatur recta l r parallela ipſi R h, & à puncto h per punctum r ducatur recta h K terminata à recta A R in puncto K, à quo ducatur recta K g parallela ipſi r l tangens rectam C h in puncto g, eritque h g facies propugnaculi, ut vero ala propugnaculi fiat, dividatur facies in quattuor æquales partes, quarum una ſubdividatur in ſex partes, deinde

Digitized by Google

de ſi polygonum eſt quadratum, accipiatur una quarta pars faciei pro ala propugnaculi, at ſi polygonum plura latera haberet quam quattuor, uni quartæ parti faciei addendæ ſunt tot particulæ, quarum una quarta pars ſubdiviſa eſt in ſex, quot qualitas polygoni poſtulat, ita ut quot lateribus polygonum propoſitum ſuperabit quadratum tot particulæ addendæ erunt, & una deinceps uſque ad eneagonum incluſivè, quæ ultima alæ quantitas ſervanda erit in cæteris polygonis majoribus, & ſic munimenta ſemper ſervabunt proportionem ſuperius tradditam. Iventa quantitate alæ eadem transferenda eſt in g b, & G B, & ducendæ ſunt duæ lineæ g b, G B inter ſe æquales, & parallelæ, nec non parallelæ etiam lineæ A R, quarum extremitates B, & b conjungendæ ſunt recta B b, quæ erit cortina, quæ omnia transferenda ſunt infra cætera polygoni latera, & ſic delineatum erit totum munimentum. Quoniam corda e m eſt æqualis radio h d, arcus e m erit æqualis ſextæ parti ejus circuli per prop: 15 lib. 4 Eucl: quare continebit grad: 60, cumque prædictus arcus diviſus ſit in quattuor æquales partes, portio d m continebit grad: 15, que cum addita ſit arcui e d, qui metitur dimidium anguli polygoni, totus arcus e m erit menſura anguli propugnaculi per prop: 3 hujus libri, ejusque dimidium, cui æqualis eſt ex conſtructione arcus q d, dimetietur dimidium anguli propugnaculi, ideoque angulus C h d erit dimidium anguli propugnaculi, ex quo ſequitur quod in linea C h reperiatur facies, at quia linea l r poſita eſt æqualis lineæ l h triangulum l r h erit iſoſceles per def: 24 lib: pri: Eucl: & anguli l r h, l h r erunt æquales, per prop: 5 lib: pri: Eucl: ideoque etiam duę lineę h g, g K trianguli g K h erunt inter ſe æquales, cum enim duæ rectę l r, g K ſint ex conſtructione parallelæ, duo anguli g K h, l r h, nec nõ K g h, r l h erunt inter ſe æquales per prop: 29 lib. pri. Eucl. quare duo triangula h r l, h K g erunt ſimilia, cum habeant angulos correſpondentes æquales, erit igitur per prop. 4 lib. 6. Eucl. ut h l ad l r, ita h g ad g K, ſed duo latera h l, l r ſunt æqualia ex conſtructione, erunt igitur etiam duo latera h g, g K æqualia; cum autem g b ducta ſit parallela ipſi A R, quæ eſt perpendicularis ipſi R h, & rectæ K g, quæ ipſi R h eſt parallela, erit perpendicularis ipſi g K, ideoque figura K F b g erit quadrilatera, & rectangula, ex quo ſequitur quod F b ſit æqualis ipſi K g, cui eſt ex conſtructione parallela, & per conſequens ipſi h g per axio: 1 lib: 1 Eucl: Quod autem F b ſit æqua-

Digitized by Google

lis ipſi F B patet, cum enim tota H h diviſa ſit bifariam in R ex conſtructione, duæque lineæ A H, A h ſint æquales, & R A ſit perpendicularis ipſi H h, duo triangula A H R, A h R erunt ſimilia, & æqualia per prop: 4 lib. pri: Eucl: quare etiam duo triangula A D F, A d F erunt æqualia per prop. 29 lib. pri. & per 4 lib. 6 Eucl. cum linea D d ſit parallela ipſi H h, ideoque D F erit æqualis ipſi F d; at ſi ab æqualibus D F, F d demantur æqualia D B, d b, remanebunt rectæ B F, F b æquales per ax: 3 lib. pri. Eucl. quare tota B b, erit dupla ipſius H G, ſeu h g ſicuti eſſe debet cortina reſpectu faciei, erit igitur tali modo conſtructum munimentum regulare ſimplex rectangulum.

Annotatio circa linearum proportionem.

Methodum delineandi munimenta, eorumque partium quantitates inveniendi demonſtravimus, dum cortina in proportione dupla faciei reperitur, lineaque defenſionis ſtringentis ultra medietatem cortinæ non extenditur, & tam ala propugnaculi quam facies & cortina ex numeris integris conſtat, cum hæc principia ab aliquibus mathematicis tradita, & à nonnullis belliducibus approbata ſint, non quia variationem aliquam munimenta ſubire non poſſint, cum talia fundamenta ſtatuta ſint ordinis potius, quam neceſſitatis cauſa, nihil enim intereſt an facies ſit major, vel æqualis dimidio cortinæ, ſic utrum ala cortinæ ſuperet medietatem ejusdem cortinæ vel non, & an lineæ compoſitæ ſint ex numeris tantum integris, vel etiam fractis, dummodo munimentum bene defendatur, quare in ſequentibus videbimus quomodo aliter munimenta delineari poſſint.

Data Cortina in proportione dupla faciei, & linea defenſionis ſtringentis æquali cortinæ, cæteras lineas invenire.

Prop. XXII. Probl.

Figura I. Sit linea defenſionis ſtringentis H O æqualis cortinæ B b, ſitque G B ala propugnaculi, quæ normaliter erecta ſuper cortina B b ex puncto B, uno ex terminis ejusdem cortinæ, ductaque usque ad

lineam

lineam defenſionis ſtringentis H O, ipſam dividet in puncto G in duas partes G O, G H, quarum H G erit facies propugnaculi, G O vero erit hypothenuſa trianguli rectanguli G B O, ductaque linea defenſionis figentis H b conjungens duas lineas b O, ſeu alam cortinæ, & H O lineam defenſionis ſtringentis in punctis H & B fiet triangulum H B O. His peractis, ſi inveniantur latera ignota prædictorum triangulorum, nec non trianguli O D H notæ fient præcipuæ lineæ, ex quibus cæteræ innoteſcent, nempe, ſi in triangulo G O B fiat ut ſinus anguli G B O ad hypothenuſam G O, ita ſinus anguli G O B ad latus G B, nota fiet ala propugnaculi, cum enim linea defenſionis ſtringentis poſita ſit æqualis cortinæ, & cortina ſit duplex faciei, etiam linea defenſionis ſtringentis duplex erit faciei, erit igitur H G æqualis reliquæ portioni lineæ defenſionis ſtringentis G O, quare in triangulo rectangulo G B O nota erit hypothenuſa G O, & cum quæratur G B latus noto angulo G O B oppoſitum, hypothenuſa reſpondebit ſinui toto, & latus G B ſinui anguli G O B, ideoque ut ſe habebit ſinus totus ad hypothenuſam G O, ita ſe habebit ſinus anguli G O B ad latus G B; Notum pariter fiet latus B O, ſi fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O, ita ſinus anguli B G O ad latus B O, quod notum fiet eadem ratione, cum ſit oppoſitum noto angulo B G O. Cognita linea B O, etiam ala cortinæ b O innoteſcet, ſubducendo lineam B O à cortina B b, quæ cum compoſita ſit à duabus lineis B O, b O, ſi una auferatur, altera remanebit, cæteræque lineæ notæ fient, ſi ea, quæ in præcedentibus propoſitionibus dicta ſunt, ſerventur.

Operatio prima pro Quadrato.

SIt cortina ped: 480, totidemque linea defenſionis ſtringentis H O erit facies H G pedum 240, totidemque recta G O; ſuppoſitoque polygono quadrato, in triangulo B G O noti erunt omnes anguli, per ea, quæ in præcedentibus propoſitionibus dicta ſunt; notaque erit hypothenuſa G O, quare ut latus G B innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O ped. 240, ita 25881 ſinus anguli G O B grad: 15 ad latus G B, quod invenietur ped: 62.1.1.4 ut vero linea B O innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O ped: 240, ita 96592 ſinus anguli B G O grad: 75 ad latus O B, quod invenietur ped: 231.8.2.0, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ

Bb,

Digitized by Google

guli B G O grad:60 ad latus B O, quod invenietur pedũ 207.8.4.4, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ, remanebit ala cortinæ O b pedum 272.1.5.6, qua habita ut inveniatur linea defenſionis figentis conſiderandum eſt triangulum O H b, in quo notus eſt angulus H O b grad:150, notumque eſt latus H O pedum 240, nec non latus O b inventum pedum 272.1.5.6, quare ut angulus O b H innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum H O, O b 752.1.5.6 ped: ad eorum differentiam ped: 207.8.4.4, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum O H b, O b H ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 7404, cui in canone tangentium reſpondent grad. 4. 14, qui additi grad: 15 ſemiſummæ conſtituunt angulum H b O grad:19:14, quo habito, fiat ut 32941 ſinus anguli H b O grad:19.14 ad latus H O pedum 480, ita 50000 ſinus anguli H O b grad: 150 ad latus H b, quod invenietur pedum 728.5.7.5, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum H D O, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus H O pedum 480, ut latus D O innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli H D O grad:105 ad latus H O pedum 480, ita 70710 ſinus anguli D H O grad:45 ad latus D O, quod invenietur pedum 351.3.8.3 à quibus ablatis pedibus 207.8.4.4 rectæ B O, remanebit linea colli D B pedum 143.5.3.9. Cum igitur ex his tribus operationibus appareat, quod munimentum hac mæthodo conſtructum, bene poſſit defendi in quadrato, exagono, & dodecagono, etiam dicendum erit, quod alia polygona tali modo munita habeant ſufficientem defenſionem.

Munimentum quadratum geometricè delineare, in quo linea defenſionis ſtringentis ſit in proportione dupla faciei.

Prop. XXIII. Probl.

Figura IX. SUper recta E D conſtruatur quadratum B C D E, diviſiſque lateribus bifariam in punctis K, L, M, N, connectantur puncta prædicta rectis K L, L M, M N, N K, ſuper quibus conſtruantur triangula æquilatera K G L, L H M, M I N, N F K, producanturque latera triangulorum, nempe G K uſque ad punctum V, G L uſque ad punctum b, H L uſque ad punctum Q, H M uſque ad punctum Y,

IM

IM uſque ad punctum d, IN uſque ad punctum O, FK uſque ad punctum S, FN vſque ad punctum R, à punctis vero O, Q, S, d, b, R, Y ad latera quadrati ducantur perpendiculares OP, QR, ST, dc, ba, RÆ, YZ, VX. His peractis erunt rectæ GQ, GS, FO, FV, IY, IR, Hb, Hd facies propugnaculorum, rectæ OP, QR, ST, dc, ba, RÆ, YZ, VX alæ, rectæque PR, Tc, aÆ, ZX cortinæ, & ſic conſtructum erit quæſitum munimentum quadrilaterum; cum enim anguli KGL, LHM, MIN, NFK ſint anguli triangulorum æquilaterorum, continebunt grad: 60 uti eſſe debet angulus propugnaculi in quadrato, cujus dimidium erit grad: 30, quibus ablatis à gradibus 45 dimidij anguli polygoni conſurget angulus defenſionis interior GKC grad: 15 per prop: 6 hujus libri, duo autem anguli GKC, BHV, cum ſint ad verticem, erunt inter ſe æquales, ideoque angulus BKV erit grad: 15, & totus angulus FKV grad: 30, quare triangulum KFV erit rectangulum, nam cum duo anguli VKF, VFK ſimul ſumpti contineant grad: 90 etiam angulus KVF per prop: 32 lib. pri. Eucl: erit grad: 90, at quia uti ſe habet ſinus totus, nempe anguli KVF ad ſinum anguli VKF, ita ſe habet hypothenuſa FK ad latus FV, & ſinus totus eſt in ratione dupla ſinus anguli VKF grad: 30, erit etiam recta FK in ratione dupla ipſius FV, ideoque FV, ſeu FO, nempe facies erit in proportione dupla lineæ defenſionis ſtringentis FK, quod autem talis facies ſubſiſtere poſſit patet, cum enim in triangulo OPK angulus OPK ſit omnium maximus, quia ex conſtructione eſt rectus, etiam latus OK, quod ipſum ſubtendit, erit omnium maximũ per prop: 18 lib: pri: Eucl: & per conſequens major dimidio cortinæ PK, cumque facies FO ſit æqualis ipſi OK, erit etiam major dimidio cortinæ PK, per axio: pr: lib: pri: Eucl: erit igitur, per axio: 3 hujus libri, facies rectè conſtructa, cæteræque lineæ invenientur paulò majores lineis in præcedentibus propoſitionibus inventis per ratiocinium triangulorum, quod brevitatis cauſa pretermitimus.

***

Digitized by Google

H G ſinus anguli G I H, cum enim triangulum G I H ſit rectangulum, eo quod habet angulum rectum G I H, in eoque noti ſint cæteri anguli, nam angulus G H I oritur ex ſubtractione dimidij anguli propugnaculi ab angulo dimidij polygoni, angulusque H G I eſt antedicti complementum ad grad: 90, notaque ſit hypothenuſa H G, utpote facies propugnaculi, & quæratur latus I G angulo G H I oppoſitum, ſummi poterit hypothenuſa pro ſinu toto, quo caſu cætera latera erunt tamquam ſinus angulorum oppoſitorum, ideoque uti ſe habebit ſinus totus ad hypothenuſam H G, ita ſe habebit ſinus anguli G H I ad latus G I.

Operatio.

Suppoſito itaque polygono quadrato fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H G pedum 240, ita 25881 ſinus anguli G H I grad: 15 ad latus G I, quod invenietur ped: 62.1.1.4, qui additi alæ G D conſtituent lineam alæ productam D I pedum 122.1.1.4.

Concluſio.

EX dictis colligitur ope trianguli lineam defenſionis ſtringentis notam fieri inveniendo hypothenuſam G O, ipſamque addendo faciei H G; Lineam O b, ſeu alam cortinæ inveniendo baſim O B, ipſamque ſubducendo à tota cortina B b, & lineam defenſionis ſtringentis productam, inveniendo hypothenuſam O C trianguli O F C, habita ratione ad proportionem, quam habet latus O B ad latus G O trianguli B G O, ipſamque addendo lineæ defenſionis ſtringentis H O; mediante triangulo H O D conſurgere lineam colli, que habetur, inveniendo lineam D O, & ab ipſa ſubducendo lineam B O, nec non capitalem prodire inveniendo latus D H; mediante triangulo H b O innoteſcere lineam defenſionis figentis H b, duoſque angulos O H b, O b H, & mediante triangulo G I H conſurgere lineam G I, ex qua conſtituitur linea alæ propugnaculi producta, treſque triangulos rectangulos G H I, G O B, O F C eſſe ſimiles, ideoque eorum latera circa æquales angulos eſſe proportionalia, ſimiliter duo triangula D A d, & H A h eſſe inter ſe ſimilia, eorumque latera circa æquales angulos proportionalia.

Anno-

Annotatio circa lineam defenſionis figentis.

Lineam defenſionis figentis, quę inter lineam defenſionis ſtringentis,& latus polygoni incluſa ab extremitate propugnaculi, & alæ oppoſiti propugnaculi terminatur, ut per lineam H b demonſtratur, maximam eſſe omnium linearum, quæ à puncto conjunctionis duarum facierum ſuper cortinam cadunt, geometrice patet, quod major ſit linea defenſionis ſtringentis H O nemo dubitare poteſt, cum ſatis probatum ſit per prop: 18 lib: pri: Eucl. in triangulo enim O H B angulus omnium maximus eſt b O H eique oppoſitum eſt latus H b, cæteræ vero lineæ neceſſario minores erunt per prop: 21 lib: pri: Eucl: cum cadere debeant intra triangulum H b O, linea enim b O, ſeu ala cortinæ, à qua terminantur, inter lineam defenſionis ſtringentis, & lineam defenſionis figentis incluſa eſt; hac igitur de cauſa prædicta linea H b numquam ultra pedes 750, vel ad ſummum 800 extendi poteſt, cum ad hanc diſtantiam tantum ictus ſclopeti manualis perveniat, quod ſi quis hanc lineam majoris quantitatis ſtatueret, ictus horizontalis bombardæ manualis intra triangulum H b O caderet, ideoque munimentum minorem defenſionem haberet, illa enim pars cortinæ minor, à puncto ubi ictus bombardæ caderet, punctoque conjunctionis alæ propugnaculi, & cortinæ terminata, non poſſet defendere faciem propugnaculi oppoſiti, quare in munimentis maximis ratio habenda eſt ad lineam defenſionis figentis, cujus fundamento cæteræ lineæ inveniendę ſunt, in quibus ſervari poterit eadem proportio ſuperius traddita, quare in dictis munimentis accipi non poterit tamquam linea fundamentalis cortina, ut in mediocribus, in quibus, cum ſtatuatur cortina pedum 480, linea defenſionis figentis nunqum ad pedes 800 pervenire poteſt, ſed ratio habenda eſt ad lineam defenſionis figentis, at in minimis munimentis omnes lineæ proportionari debent lateri polygoni exterioris, cum ultra ictum bombardæ manualis non extendatur. Nunc vero videndum erit quomodo data linea defenſionis figentis cæteræ lineæ inveniri debeant.

BIBL. NAZ.

Data linea defenſionis figentis nec non proportione inter cortinam faciem, & alam, datisque angulis quantitatem cortinæ, & inſuper cæterarum linearum invenire.

Prop. XIX. Probl.

Figura I. & II. SIt linea defenſionis figentis H b, quæ ſtatuenda eſt alicujus quantitatis non excedentis pedes 800, nempe quantum ictus bombardæ manualis extenditur e. g. pedum 722.0.1.2, ſit cortina Bb, quæ ſtatuatur in proportione dupla faciei GH, hæc vero ſit in proportione quadrupla alæ progugnaculi GB, poſito polygono munimenti quadrato. His poſitis ſupponatur cortinam diviſam eſſe in aliquas partes ad libitum ſumptas, ut e.g. 40000, quo fundamento inveniantur cæteræ lineæ talium partium qualium cortina ſuppoſita fuit 40000, habita ratione ad ea, quæ ſuperius dicta ſunt pro inveniendis dictis lineis, quibus habitis quæratur numerus, ad quem ita ſe habeat cortina in partes 40000 diviſa, ut ſe habet linea defenſionis figentis inventa, talium partium, qualium cortina ſupponitur 40000, ad datam lineam defenſionis figentis pedum 722.0.1.2, quo invento cortina innoteſcet talium partium, qualium linea defenſionis figentis data eſt ped: 722.0.1.2, qua mediante cæteræ lineæ notæ fient. Pro demonſtratione hujus propoſitionis deſcribantur duæ figuræ ſimiles quo ad omnes partes, quarum prima repræſentet veras quantitates, at ſecunda quantitates excogitatas. Quoniam prædictæ duæ figuræ ex conſtructione ſunt ſimiles, nempe H b B, & G A E, habebunt omnes partes correſpondentes inter ſe proportionales, ideoque per prop: 12 lib: 5 Eucl: uti ſe habebit A E ſecundæ figuræ ad b B primæ, ita ſe habebunt reliquæ partes ſecundæ reliquis partibus primæ, quare ſi connectantur puncta H, B, b primæ figuræ rectis H B, H b, & puncta G, A, E ſecundæ rectis G A, G E fient duo triangula H b O, H O B ſimilia duobus triangulis ſecundæ figuræ G A D, G D E, ex quo ſequitur per prop: 4 lib: 6 Eucl: quod ita ſe habeat G A ad A D trianguli G A D, ut H b ad b O trianguli H b O, circa æquales angulos G A D, & H b O, ſic A D ad D G, & D G ad G A trianguli A D G, ut b O ad O H, & O H ad H b trian-

guli

guli HBO, circa æquales angulos ADG, & bOH, BGA, & OHB, eadem ratione ita ſe habebit GD ad DE, DE ad EG, EG ad GD trianguli GDE, ut ſe habebit HO ad OB, OB ad BH, BH ad HO trianguli HBO circa æquales angulos GDE, & HOB, DEG, & OBH, EGB, & BHO, ex quo ſequitur quod ut ſe habet Hb ad HO, & HO ad HB, ita ſe habet GA ad GD, & GD ad GE, & è contra, cumque intra triangulum GAE ſint tres magnitudines AE, AG, AD æquales numero tribus magnitudinibus bB, bH, bO exiſtentibus intra triangulum bHB, ſi binæ & in eadem ratione ſummantur, nempe ut AE ad AG, ita bB ad bH, & ut AG ad AD ita bH ad bO, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt per prop: 22 lib: 5 Eucl: nempe ut AE ad AD ita bB ad bO, & convertendo per dif: 13 lib: 5 Eucl: ut AE ad bB ita AB ad bO ſcilicet, ut tota AE ad totam bB, ita ablata AD ad ablatam bO, ſed per prop: 19 lib: 5 Eucl: ſi quemadmodum totum ad totum ita ablatum ſe habuerit ad ablatum; etiam reliquum ad reliquum ſe habebit ut totum ad totum, erit igitur ut AE ad DE ita bB ad OB, & dividendo per dif: 15 lib: 5 Eucl: erit ut AD ad DE, ita bO ad OB, pariterque invertendo per def: 13 lib: 5 Eucl: erit ut ED ad DA ita BO ad Ob, & cum ſit ut GA ad AD, & ut AD ad DE, ita HB ad bO, & bO ad OB, erit ex æquo per prop: 22 lib. 5 Eucl: ut AG ad DE, ita Hb ad OB, & è contra; ex quibus ſequitur quod in duabus figuris AGE, bHB reperiantur ſex magnitudines, quarum ſi accipiatur bO ut prima, bH ut ſecunda, AD ut tertia, AG ut quarta, OB ut quinta, DE ut ſexta; prima bO ad ſecundam bH habebit eamdem rationem, quam tertia AD ad quartam AG, quinta vero OB ad ſecundam bH eamdem habebit rationem, quam ſexta DE ad quartam AG, ergo per prop: 24 lib: 5 Eucl: compoſita prima bO cum quinta OB, nempe tota bB eamdem habebit rationem ad ſecundam bH, quam tertia AD cum ſexta DE, ſeu tota AE ad quartam AG, erit igitur ut GA ad AE ita Hb ad bB, nempe ut linea defenſionis figentis talium partium, qualium cortina ſuppoſita fuit ad ipſam cortinam ſuppoſitam, ita linea defenſionis figentis data ad veram cortinam quæſitam.

Ope-

Operatio.

SUpponatur itaque cortina partium 40000 ut ſupra dictum eſt erit facies partium 20000, & ala partium 5000, ut vero linea defenſionis ſtringentis inveniatur conſiderandum eſt triangulum GOB in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus GB, ut hypothenuſa GO innoteſcat, fiat ut 25881 ſinus anguli GOB grad: 15 ad latus GB partium 5000 ita ſinus totus ad hypothenuſam GO, quæ invenietur partium 19319, quibus additis partibus 20000 faciei, linea defenſionis ſtringentis conſurget partium 39319, qua inventa, fiat iterum ut 25881 ſinus anguli GOB grad: 15 ad latus GB partium 5000 ita 96592 ſinus anguli BGO grad: 75, ad latus BO, quod erit partium 18660$\frac{10140}{25881}$, ſeu 18661, quibus ablatis à partibus 40000 totius cortinæ prodibit ala cortinæ Ob partium 21339. His peractis conſiderandum eſt triangulum HbO, in quo notus eſt angulus bOH grad:165, & ſumma reliquorum angulorum grad: 15, cujus ſemiſumma eſt grad. 7:30, notaque ſunt duo latera bO, OH, ut vero unusquisque angulus innoteſcat, fiat ut 60658 Aggregatum duorum notorum laterum bO, OH ad 17980 eorum differentiam, ita 13165 tangens ſemiſummæ angulorum OHb, ObH grad: 7. 30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 3902, cui in canone tangentium reſpondent gr. 2. 14, qui additi ſemiſummæ grad: 7. 30 conſtituunt angulum majorem ObH grad: 9. 44, ablatis vero à prædicta ſemiſumma, conſurgit angulus minor OHb. Habitis angulis, ut linea Hb defenſionis figentis conſurgat, fiat ut 9179 ſinus anguli bHB grad: 5. 16 ad latus bO partium 21339, ita 25881 ſinus anguli HOb g. 165 ad latus Hb, quod erit partium 60167, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis figentis in partibus qualium cortina ſupponitur 40000, quę comparanda eſt cum linea defenſionis figentis data, quam conſtituimus pedum 722. 0. 1. 2, & inſtituta regula aurea trium, cortina, quæ ſuppoſita fuit partium 40000, reducenda eſt ad pedes geometricos ſcilicet ad partes quarum linea defenſionis figentis eſt 722. 0. 1. 2, fiat igitur ut Hb partium 60167 ex hypotheſi ad Hb pedum 722. 0. 1. 2 datam, ita cortina bB partium 40000 ex hypotheſi ad veram cortinam quæſitam, quæ invenietur ped: 480; partes igitur 40000 in principio excogitatæ æquivalent pedibus 480, tantaque erit vera cortinæ

quan-

Digitized by Google

quantitas,qua cognita cæteræ lineæ reperiri poterunt,quod etiam intelligendum eſt in omnibus polygonis, mutatis mutandis; Ex quibus ſequitur quod mediante munimento mediocris magnitudinis, etiam munimenti maximi partes,& quantitates cognoſci poſſint, ſi fiat ut linea defenſionis figentis munimenti mediocris ped:722.0.1.2 ad lineam defenſionis figentis maximā ped:800,ita cortina munimenti mediocris ped: 480 ad cortinam munimenti maximi,quæ invenietur pedum 531.8.4.7. Tali modo procedendo inveniri poterunt omnes lineæ in quocumque polygono data linea defenſionis figentis, & ſervata eadem proportione cæterarum linearum.

Data linea defenſionis figentis, & ſtatuto termino lineæ defenſionis ſtringentis in medio cortinæ,datiſque angulis,cæteras lineas invenire.

Prop: XX. Probl.

SIt linea defenſionis figentis Hb, ut ſupra, & linea defenſionis ſtringentis HC à puncto H ducta ad punctum C exiſtens in medietate cortinæ Bb, ſitque punctum B terminus alæ propugnaculi, à quo ad punctum H ducatur recta BH, & ſic mediante cortina b B, linea defenſionis figentis Hb, linea defenſionis ſtringentis HC, rectaque BH conſtructa erunt duo triangula HBC, & HCb. His poſitis excogitandus eſt aliquis numerus ad libitum ſumptus, qui pro quantitate cortinæ ſupponi debet, ſitque e. g. 20000, quo ſtatuto inveniendæ ſunt lineæ tam defenſionis ſtringentis, quam defenſionis figentis in partibus, quarum cortina ſupponitur 20000, deinde inveniendus eſt numerus quartus proportionalis, ad quem ita ſe habeat cortina in partes 20000 ex hypotheſi diviſa, ut ſe habet quantitas lineæ defenſionis figentis Hb talium partium, qualium cortina Bb ſuppoſita fuit 20000, ad datam lineam defenſionis figentis, quo invento cortina innoteſcet talium partium, qualium vera linea defenſionis accepta eſt, qua mediante cæteræ innoteſcent. Quoniam habita ratione ad duo triangula HbC, HCB inveniendæ ſunt lineæ dicta triangula conſtituentes in partes, quarum cortina ſuppoſita eſt Figura I. & II.

20000 ex illa ſuppoſitione oriuntur duo ſuppoſita triangula prioribus ſimilia, ſintque G A D, G D E in figura ſecunda expreſſa, quare ita ſe habebit latus H b ad latus b C, idem b C ad C H, C H ad H b trianguli H b C primæ figuræ, ut ſe habet latus G A ad latus A D, A D, ad D G, D G ad G A trianguli G A D ſecundæ figuræ, circa æquales angulos H b C, & G A D, b C H, & A D G, C H b, & D G A per prop: 4 lib. 6 Eucl: eadem ratione ita ſe habebit latus H C ad latus C B, C B ad B H, B H ad H C trianguli H C B, ut ſe habet latus G D ad latus D E, D E ad E G, E G ad G D trianguli G D E, circa æquales angulos H C B, & G D E, C B H, & D E G, B H C, & E G D, ex quo ſequitur, quod in triangulis A G D, G D E ſint tres magnitudines E D, D G, D A reſpondentes tribus magnitudinibus C B, C H, C b triangulorum H b C, H C b, quæ ſi bine, & in eadem ratione ſumantur, nempe ut E D ad D G, ita B C ad C H, & ut G D ad D A, ita H C ad b C, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt, nempe ut E D ad D A ita B C ad C b per prop: 22 lib. 5 Eucl: cumque ut ſe habet E D ad D A & D A ad A G, ita ſe habeat B C ad C b, & C b ad b H, ut ex dictis patet, etiam ex æqualitate uti ſe habet E D ad A G, ita ſe habebit C B ad b H; in triangulis igitur G A D, G D E, & H b C, H C B erunt ſex magnitudine, quarum ſi accipiatur b C ut prima, b H ut ſecunda, A B ut tertia, A G ut quarta, C B ut quinta, D E ut ſexta; prima b C ad ſecundam b H habebit eamdem rationem, quam tertia A d ad quartam A G, quinta vero C B ad ſecundam b H eamdem habebit rationem, quam ſexta D E ad quartam A G, ergo per prop: 24 lib. 5 Eucl. compoſita prima b C cum quinta C B, nempe tota b B eamdem habebit rationem ad ſecundam b H, quam tertia A D cum ſexta D E, ſeu tota A E ad quartam A C, erit igitur ut G A ad A E, ita H b ad B b, nempe ut linea defenſionis figentis talium partium qualium cortina ſuppoſita fuit ad ipſam cortinam ſuppoſitam; ita linea defenſionis figentis data ad veram cortinam quæſitam.

***

Ope-

Digitized by Google

Operatio.

COnſideretur dodecagonum, in quo ſupponatur cortina b B partium 20000 erit ejus dimidium C B, & ipſi æqualis facies H G partium 10000, linea vero defenſionis figentis H b ponatur partium, ſeu pedum 750. His poſitis cadat linea defenſionis ſtringentis H C in medium cortinæ b B, nempe in punctum C, fiatque cum ala propugnaculi triangulum G C B, in quo angulus G B C erit rectus per axio:9 hujus libri angulus G C B invenietur grad:30 modo dicto in prop:6 hujus libri & per conſequens angulus B G C erit grad 60, notumque eſt latus B C ex hypotheſi, quare ut latus G C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad 115470 ſecantem anguli G C B grad:30, ita latus C B partium 10000 ad hypothenuſam G C, quæ invenietur partium 11547, qua addita faciei H G partium 10000, prodibit linea defenſionis ſtringentis H C partium 21547, & ut linea B G, ſeu ala propugnaculi conſurgat, fiat ut ſinus totus ad 57735 tangentem anguli G C B grad:30, ita latus C B partium 10000 ad latus G B, ſeu alam propugnaculi, quæ invenietur partium 5773, nunc conſiderandum eſt triangulum H C D, in quo, cum notum ſit latus H C inventum partium 21547, notusque ſit angulus H C D grad: 30 & angulus C H D inventus, modo dicto in prop:3, & 5 hujus libri, grad:45, & per conſequens angulus C D H grad:105, ut latus C D innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli C D H grad:105 ad latus H C partium 21547, ita 70710 ſinus anguli C H D grad:45 ad latus C D, quod invenietur partium 15773, à quibus ablatis partibus 10000 rectæ C B, remanebit linea colli D B partium 5773. His peractis ut inveniatur linea H b, conſiderandum eſt triangulum H b C, in quo, cum notum ſit latus H C partium 21547, & latus C b partium 10000, notaque ſit ſemiſumma duorum angulorum C H b C b H, nempe grad:15, cum ſit æqualis dimidio H C D, ut angulus b H C innoteſcat, fiat ut 31547 aggregatum duorum laterum H C, C b ad 11547 eorum differentiam, ita 26794 tangens ſemiſummæ duorum angulorum ad baſim H b, ad tangentem differentiæ eorumdem angulorum, quæ invenietur 9807, cui in canone tangentium reſpondent grad: 5.38, quibus ablatis à ſemiſumma, prodibit angulus b H C grad: 9.22, quo invento, ad hoc ut reperiatur linea H b, fiat ut 16275 ſinus anguli b H C ad latus b C partium 10000, ita 50000 ſinus

Digitized by Google

anguli H C b ad latus H b, quod invenietur partium 30722; tandem ut vera cortina conſurgat, fiat ut linea defenſionis figentis ex hypotheſi partium 30722 ad datam lineam defenſionis figentis pedum 750, ita cortina ex hypotheſi partium 20000 ad veram cortinam quæſitam, quæ invenietur pedum 488.2 0.4, qua cognita, etiam cæteræ lineæ cognoſci poterunt, per ea, quæ in antecedentibus propoſitionibus dicta ſunt. Quod ſi linea defenſionis figentis ſtatuatur pedum 800, fiat vt 30722 ad 800, ita 20000 ad veram cortinam, quæ invenietur ped: 520.7.9.9, & hæc erit maxima cortina in dodecagono, quæ, cum ſit minor cortina in antecedenti propoſitione inventa, dicendum erit quod in quadrato inveniatur cortina omnium maxima.

Munimentum regulare, cujus partes habeant proportionem ſuperius traditam, geometricè delineare.

Prop. XXI. Probl.

Figura I. Fiat polygonum exterius, cujus latus ſit H h connectens duos radios A H, A h in punctis H, & h, in quibus facto centro intervallis H D, h d deſcribantur arcus E D, & e d, qui producatur in m, ita ut corda e m ſit æqualis ipſi h d, totusque arcus e m bifariam dividatur in n, ejusque medietas iterum bifariam dividatur in d, & portio n d ex d transferatur in m, totusque arcus e m bifariam dividatur in n, ejusque medietas ex d transferatur in q, & ex D in Q, à punctis vero H, h, per puncta Q, q ducantur duæ rectæ H C, h C coeuntes in puncto C, quod ſi polygonum erit quadratum facilior erit operatio deſcripto enim arcu e m radius A h abſcindet quartam partem ejusdem arcus, nempe d m, quę transferi poterit ex e in q, & ſic inventa erit medietas anguli propugnaculi. His peractis à puncto A per punctum C ducatur recta A R, quæ bifariam dividet rectam H h, deinde in recta C h accipiatur ut cumque portio h l, cui æqualis à puncto l ducatur recta l r parallela ipſi R h, & à puncto h per punctum r ducatur recta h K terminata à recta A R in puncto K, à quo ducatur recta K g parallela ipſi r l tangens rectam C h in puncto g, eritque h g facies propugnaculi, ut vero ala propugnaculi fiat, dividatur facies in quattuor æquales partes, quarum una ſubdividatur in ſex partes, deinde

de

Digitized by Google

de ſi polygonum eſt quadratum, accipiatur una quarta pars faciei pro ala propugnaculi, at ſi polygonum plura latera haberet quam quattuor, uni quartæ parti faciei addendæ ſunt tot particulæ, quarum una quarta pars ſubdiviſa eſt in ſex, quot qualitas polygoni poſtulat, ita ut quot lateribus polygonum propoſitum ſuperabit quadratum tot particulæ addendæ erunt, & una deinceps uſque ad eneagonum incluſivè, quæ ultima alæ quantitas ſervanda erit in cæteris polygonis majoribus, & ſic munimenta ſemper ſervabunt proportionem ſuperius tradditam. Iventa quantitate alæ eadem transferenda eſt in g b, & G B, & ducendæ ſunt duæ lineæ g b, G B inter ſe æquales, & parallelæ, nec non parallelæ etiam lineæ A R, quarum extremitates B, & b conjungendæ ſunt recta B b, quæ erit cortina, quæ omnia transferenda ſunt infra cætera polygoni latera, & ſic delineatum erit totum munimentum. Quoniam corda e m eſt æqualis radio h d, arcus e m erit æqualis ſextæ parti ejus circuli per prop: 15 lib. 4 Eucl: quare continebit grad: 60, cumque prædictus arcus diviſus ſit in quattuor æquales partes, portio d m continebit grad: 15, que cum addita ſit arcui e d, qui metitur dimidium anguli polygoni, totus arcus e m erit menſura anguli propugnaculi per prop: 3 hujus libri, ejusque dimidium, cui æqualis eſt ex conſtructione arcus q d, dimetietur dimidium anguli propugnaculi, ideoque angulus C h d erit dimidium anguli propugnaculi, ex quo ſequitur quod in linea C h reperiatur facies, at quia linea l r poſita eſt æqualis lineæ l h triangulum l r h erit iſoſceles per def: 24 lib: pri: Eucl: & anguli l r h, l h r erunt æquales, per prop: 5 lib: pri: Eucl: ideoque etiam duę lineę h g, g K trianguli g K h erunt inter ſe æquales, cum enim duæ rectę l r, g K ſint ex conſtructione parallelæ, duo anguli g K h, l r h, nec nō K g h, r l h erunt inter ſe æquales per prop: 29 lib. pri. Eucl. quare duo triangula h r l, h K g erunt ſimilia, cum habeant angulos correſpondentes æquales, erit igitur per prop. 4 lib. 6. Eucl. ut h l ad l r, ita h g ad g K, ſed duo latera h l, l r ſunt æqualia ex conſtructione, erunt igitur etiam duo latera h g, g K æqualia; cum autem g b ducta ſit parallela ipſi A R, quæ eſt perpendicularis ipſi R h, & rectæ K g, quæ ipſi R h eſt parallela, erit perpendicularis ipſi g K, ideoque figura K F b g erit quadrilatera, & rectangula, ex quo ſequitur quod F b ſit æqualis ipſi K g, cui eſt ex conſtructione parallela, & per conſequens ipſi h g per axio: 1 lib: 1 Eucl: Quod autem F b ſit æqua-

 lis

Digitized by Google

lis ipſi F B patet,cum enim tota H h diviſa ſit bifariam in R ex conſtructione,duæque lineæ A H, A h ſint æquales, & R A ſit perpendicularis ipſi H h, duo triangula A H R, A h R erunt ſimilia, & æqualia per prop:4 lib.pri: Eucl: quare etiam duo triangula A D F, A d F erunt æqualia per prop.29 lib.pri.& per 4 lib.6 Eucl. cum linea D d ſit parallela ipſi H h, ideoque D F erit æqualis ipſi F d; at ſi ab æqualibus D F, F d demantur æqualia D B, d b, remanebunt rectæ B F, F b æquales per ax:3 lib.pri.Eucl.quare tota B b, erit dupla ipſius H G, ſeu h g ſicuti eſſe debet cortina reſpectu faciei, erit igitur tali modo conſtructum munimentum regulare ſimplex rectangulum.

Annotatio circa linearum proportionem.

METhodum delineandi munimenta,eorumque partium quantitates inveniendi demonſtravimus,dum cortina in proportione dupla faciei reperitur, lineaque defenſionis ſtringentis ultra medietatem cortinæ non extenditur, & tam ala propugnaculi quam facies & cortina ex numeris integris conſtat,cum hæc principia ab aliquibus mathematicis tradita, & à nonnullis belliducibus approbata ſint,non quia variationem aliquam munimenta ſubire non poſſint,cum talia fundamenta ſtatuta ſint ordinis potius, quam neceſſitatis cauſa,nihil enim intereſt an facies ſit major, vel æqualis dimidio cortinæ,ſic utrum ala cortinæ ſuperet medietatem ejusdem cortinæ vel non,& an lineæ compoſitæ ſint ex numeris tantum integris, vel etiam fractis, dummodo munimentum bene defendatur, quare in ſequentibus videbimus quomodo aliter munimenta delineari poſſint.

Data Cortina in proportione dupla faciei, & linea defenſionis ſtringentis æquali cortinæ,cæteras lineas invenire.

Prop. XXII. Probl.

Figura I. SIt linea defenſionis ſtringentis H O æqualis cortinæ B b, ſitque G B ala propugnaculi, quæ normaliter erecta ſuper cortina B b ex puncto B, uno ex terminis ejusdem cortinæ,ductaque usque ad lineam

Digitized by Google

lineam defenſionis ſtringentis H O, ipſam dividet in puncto G in duas partes G O, G H, quarum H G erit facies propugnaculi, G O vero erit hypothenuſa trianguli rectanguli G B O, ductaque linea defenſionis figentis H b conjungens duas lineas b O, ſeu alam cortinæ, & H O lineam defenſionis ſtringentis in punctis H & B fiet triangulum H B O. His peractis, ſi inveniantur latera ignota prædictorum triangulorum, nec non trianguli O D H notæ fient præcipuæ lineæ, ex quibus cæteræ innoteſcent, nempe, ſi in triangulo G O B fiat ut ſinus anguli G B O ad hypothenuſam G O, ita ſinus anguli G O B ad latus G B, nota fiet ala propugnaculi, cum enim linea defenſionis ſtringentis poſita ſit æqualis cortinæ, & cortina ſit duplex faciei, etiam linea defenſionis ſtringentis duplex erit faciei, erit igitur H G æqualis reliquæ portioni lineæ defenſionis ſtringentis G O, quare in triangulo rectangulo G B O nota erit hypothenuſa G O, & cum quæratur G B latus noto angulo G O B oppoſitum, hypothenuſa reſpondebit ſinui toto, & latus G B ſinui anguli G O B, ideoque ut ſe habebit ſinus totus ad hypothenuſam G O, ita ſe habebit ſinus anguli G O B ad latus G B; Notum pariter fiet latus B O, ſi fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O, ita ſinus anguli B G O ad latus B O, quod notum fiet eadem ratione, cum ſit oppoſitum noto angulo B G O. Cognita linea B O, etiam ala cortinæ b O innoteſcet, ſubducendo lineam B O à cortina B b, quæ cum compoſita ſit à duabus lineis B O, b O, ſi una auferatur, altera remanebit, cæteræque lineæ notæ fient, ſi ea, quæ in præcedentibus propoſitionibus dicta ſunt, ſerventur.

Operatio prima pro Quadrato.

SIt cortina ped: 480, totidemque linea defenſionis ſtringentis H O erit facies H G pedum 240, totidemque recta G O; ſuppoſitoque polygono quadrato, in triangulo B G O noti erunt omnes anguli, per ea, quæ in præcedentibus propoſitionibus dicta ſunt; notaque erit hypothenuſa G O, quare ut latus G B innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O ped: 240, ita 25881 ſinus anguli G O B grad: 15 ad latus G B, quod invenietur ped: 62.1.1.4 ut vero linea B O innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O ped: 240, ita 96592 ſinus anguli B G O grad: 75 ad latus O B, quod invenietur ped: 231.8.2.0, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ

Bb,

Bb, remabit ala cortinæ O b pedum 248.1.8.0, qua habita, ut linea defenſionis figentis nota fiat conſiderandum eſt triangulum O H b, in quo notus eſt angulus defenſionis exterior H O b grad: 165, notumque eſt latus H O ex hypotheſi pedum 480, nec non latus O b inventum ped: 248.1.8.0, quare ut angulus H b O reperiatur, fiat ut aggregatum duorum laterum pedum 728.1.8.0 ad eorum differentiam pedum 231.8.2.0, ita 13165 tangens ſemiſummæ angulorum O H b, O b H grad: 7.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 4191, cui in canone tangentium reſpondent grad: 2.24, quibus additis gradibus 7.30 ſemiſummæ angulorum conſurget angulus H b O graduum 9.54, quo habito, ut latus H b innoteſcat fiat ut 17192 ſinus anguli H b O grad: 9.54 ad latus H O pedum 480, ita 25881 ſinus anguli H O b grad: 165 ad latus H b, quod invenietur pedum 722.5.9.6, ut vero linea colli reperiatur, conſiderandum eſt triangulum O D H, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus O H, ut latus O D innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli O D H grad: 135 ad latus O H pedum 480, ita 50000 ſinus anguli O H D grad: 30 ad latus O D, quod invenietur pedum 339.4.1.4, à quibus ablatis pedibus 231.8.2.0 rectæ B O, remanebit portio D B ped: 107.5.9.4, tantaque erit quantitas lineæ colli.

Operatio ſecunda pro Exagono.

Cum in exagono dimidium anguli polygoni ſit equalis angulo centri per prop: 15 lib. 4 Eucl: continebit grad: 60 quibus additis gradibus 15 conſurget angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium erit grad. 37.30, quibus ablatis à grad: 60 dimidij anguli polygoni, remanebit angulus defenſionis interior grad. 22.30, nempe angulus G O B, cujus complementum ad grad: 90, nempe grad: 67.30 erit quantitas anguli B G O, angulusque H D O erit grad: 120, cum ſit complementum anguli O D A ad duos rectos. Habitis angulis, conſiderandum eſt triangulum G B O, in quo cum noti ſint anguli, notaque ſit hypothenuſa G O ped. 240, ut latus G B innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O ped: 240, ita 38268 ſinus anguli G O B grad: 22.30 ad latus G B, quod invenietur pedum 91.8.4.3, & ut latus B O reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O ped. 240, ita 92387

ſinus

Digitized by Google

ſinus anguli B G O grad. 67.30 ad latus B O, quod invenietur ped. 221.7.2.8, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ remanebit ala cortinæ O b pedum 258.2.7.2, ut vero linea defenſionis figentis nota fiat conſiderandum eſt triangulum H O b, in quo notum eſt latus H O pedum 480, nec non latus O b pedum 258.2.7.2, notaque eſt ſemiſumma angulorum O H b, O b H grad: 11.15, cum ſit æqualis dimidio anguli H O D, quare ut latus H b innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum H O, O b pedum 738.2.7.2 ad eorum differentiam ped: 221.7.2.8, ita 19891 tangens ſemiſummæ angulorum O H b, O b H grad. 11.15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 5973, cui in canone tangentium reſpondent grad. 3.25, quibus additis ſemiſummæ grad: 11 15 conſurget angulus H b O grad. 14.40, quo habito, fiat ut 25319 ſinus anguli H b O grad: 14.40 ad latus H O ped: 480, ita 38268 ſinus anguli H O b grad: 157.30 ad latus H b; quod invenietur ped: 725.4.8.8, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis figentis, & ut linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum H D O, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus H O ped: 480 ut latus D O innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli H D O grad: 120 ad latus H O pedum 480, ita 60876 ſinus anguli D H O grad: 37.30 ad latus D O, quod invenietur pedum 337.4.1.1, à quibus ablatis pedibus 221.7.2.8 rectæ B O remanebit linea colli D B ped. 115.6.8.3.

Operatio tertia pro Dodecagono.

CUm in dodecagono angulus propugnaculi ſit grad: 90 erit ejus dimidium grad: 45, quibus ablatis à gradibus 75 dimidij anguli polygoni, remanebit angulus defenſionis interior H O D, ſeu G O B grad. 30, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli B G O grad. 60 & ejus complementum ad duos rectos grad. 150 erit quantitas anguli defenſionis exterioris H O b, & angulus H D O erit graduum 105. Habitis angulis conſiderandum eſt triangulum G B O, in quo, cum noti ſint anguli, notaque ſit hypothenuſa G O pedum 240, ut latus G B innoteſcat fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O pedum 240, ita 50000 ſinus anguli G O B grad: 30 ad latus G B, quod invenietur pedum 120, tantaque erit quantitas alæ propugnaculi; & ut latus B O reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O pedum 240 ita 86602 ſinus an-

guli B G O grad:60 ad latus B O, quod invenietur pedũ 207.8.4.4, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ, remanebit ala cortinæ O b pedum 272.1.5.6, qua habita ut inveniatur linea defenſionis figentis conſiderandum eſt triangulum O H b, in quo notus eſt angulus H O b grad:150, notumque eſt latus H O pedum 240, nec non latus O b inventum pedum 272.1.5.6, quare ut angulus O b H innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum H O, O b 752.1.5.6 ped: ad eorum differentiam ped: 207.8.4.4, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum O H b, O b H ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 7404, cui in canone tangentium reſpondent grad. 4.14, qui additi grad: 15 ſemiſummæ conſtituunt angulum H b O grad:19:14, quo habito, fiat ut 32941 ſinus anguli H b O grad:19.14 ad latus H O pedum 480, ita 50000 ſinus anguli H O b grad: 150 ad latus H b, quod invenietur pedum 728.5.7.5, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum H D O, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus H O pedum 480, ut latus D O innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli H D O grad:105 ad latus H O pedum 480, ita 70710 ſinus anguli D H O grad:45 ad latus D O, quod invenietur pedum 351.3.8.3 à quibus ablatis pedibus 207.8.4.4 rectæ B O, remanebit linea colli D B pedum 143.5.3.9. Cum igitur ex his tribus operationibus appareat, quod munimentum hac mæthodo conſtructum, bene poſſit defendi in quadrato, exagono, & dodecagono, etiam dicendum erit, quod alia polygona tali modo munita habeant ſufficientem defenſionem.

Munimentum quadratum geometricè delineare, in quo linea defenſionis ſtringentis ſit in proportione dupla faciei.

Prop. XXIII. Probl.

Figura IX. SUper recta E D conſtruatur quadratum B C D E, diviſiſque lateribus bifariam in punctis K, L, M, N, connectantur puncta prædicta rectis K L, L M, M N, N K, ſuper quibus conſtruantur triangula æquilatera K G L, L H M, M I N, N F K, producanturque latera triangulorum, nempe G K uſque ad punctum V, G L uſque ad punctum b, H L uſque ad punctum Q, H M uſque ad punctum Y,

IM

IM uſque ad punctum d, IN uſque ad punctum O, FK uſque ad punctum S, FN vſque ad punctum R, à punctis vero O, Q, S, d, b, R, Y ad latera quadrati ducantur perpendiculares OP, QR, ST, dc, ba, RÆ, YZ, VX. His peractis erunt rectæ GQ, GS, FO, FV, IY, IR, Hb, Hd facies propugnaculorum, rectæ OP, QR, ST, dc, ba, RÆ, YZ, VX alæ, rectæque PR, Tc, aÆ, ZX cortinæ, & ſic conſtructum erit quæſitum munimentum quadrilaterum; cum enim anguli KGL, LHM, MIN, NFK ſint anguli triangulorum æquilaterorum, continebunt grad:60 uti eſſe debet angulus propugnaculi in quadrato, cujus dimidium erit grad: 30, quibus ablatis à gradibus 45 dimidij anguli polygoni conſurget angulus defenſionis interior GKC grad:15 per prop:6 hujus libri, duo autem anguli GKC, BHV, cum ſint ad verticem, erunt inter ſe æquales, ideoque angulus BKV erit grad:15, & totus angulus FKV grad: 30, quare triangulum KFV erit rectangulum, nam cum duo anguli VKF, VFK ſimul ſumpti contineant grad:90 etiam angulus KVF per prop:32 lib.pri.Eucl: erit grad:90, at quia uti ſe habet ſinus totus, nempe anguli KVF ad ſinum anguli VKF, ita ſe habet hypothenuſa FK ad latus FV, & ſinus totus eſt in ratione dupla ſinus anguli VKF grad:30, erit etiam recta FK in ratione dupla ipſius FV, ideoque FV, ſeu FO, nempe facies erit in proportione dupla lineæ defenſionis ſtringentis FK, quod autem talis facies ſubſiſtere poſſit patet, cum enim in triangulo OPK angulus OPK ſit omnium maximus, quia ex conſtructione eſt rectus, etiam latus OK, quod ipſum ſubtendit, erit omnium maximũ per prop: 18 lib: pri: Eucl: & per conſequens major dimidio cortinæ PK, cumque facies FO ſit æqualis ipſi OK, erit etiam major dimidio cortinæ PK, per axio:pr:lib:pri:Eucl:erit igitur, per axio:3 hujus libri, facies recte conſtructa, cæteræque lineæ invenientur paulò majores lineis in præcedentibus propoſitionibus inventis per ratiocinium triangulorum, quod brevitatis cauſa pretermitimus.

* * *

Digitized by Google

Datis angulis, dataque cortina pedum 480, in cujus medio cadat linea defenſionis ſtringentis, quæ ſit in proportione dupla faciei, cæteras lineas invenire.

Prop: XXIV. Probl.

Figura IV. SIt cortina c D, in cujus medio G cadat linea defenſionis ſtringentis B G, ſeu a G, ſitque ala propugnaculi F D, vel e c, facies B F, ſeu a e, lineaque defenſionis figentis B c, & linea colli D K, ſeu i c, quæ omnia ut inveniantur conſideranda ſunt triangula, quæ ex prædictis lineis oriuntur, in quibus cum noti ſint anguli, qui ſupponuntur inventi modo dicto in primis ſeptem propoſitionibus, notaque ſit cortina ex hypotheſi pedum 480, cætera latera innoteſcent, cumque eædem militent rationes ac in præteritis propoſitionibus eas, non repetemus, ſed ad ſupputationem pergemus.

Operatio prima pro Pentagono.

SUppoſito polygono pentagono angulus propugnaculi erit grad: 69. ejusque dimidium, ſeu angulus G B K grad: 34: 30 angulus defenſionis interior B G K grad: 19. 30, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli G F D grad: 70. 30, ſitque dimidium cortinæ G D pedum 240, in triangulo igitur F G D, cum nota ſit baſis G D, notique ſint anguli ut latus F D innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus G D pedum 240, ita 35411 tangens F G D grad. 19. 30 ad latus F D, quod invenietur pedum 84.9.8.6, & ut hypothenuſa F G conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus G D pedum 240, ita 106084 ſecans anguli F G D grad. 19. 30 ad hypothenuſam F G, quæ invenietur pedum 254.6.0.1, quæ cum ſit dimidium lineæ defenſionis ſtringentis B G, totidem pedes continebit facies B F, totaque B G ped. 509.2.0.2, quibus additis pedibus 240 rectæ c G ſumma erit ped. 749. 2.0.2, quæ cum non perveniat ad pedes 800, immò neque ad pedes 750, linea defenſionis figentis B c excedere non poterit debitam quantitatem, cum duo latera B G, G c ſimul ſumpta ſint majora latere B c per prop: 20 lib. pri. Eucl. quod autem linea colli habeat debitam quantitatem patet, erit enim

major

major dum facies eſt dimidia lineæ defenſionis ſtringentis, quam dum facies eſt æqualis dimidio cortinæ, cum in triangulo B G K latus B G fiat major, & per conſequens etiam latus D K.

Operatio ſecunda pro Hennagono.

SUpponatur ſecundò polygonum eſſe hennagonũ erit angulus propugnaculi grad: 85, ejusque dimidium, ſeu angulus G B K grad: 42.30, quo ſubtracto à dimidio anguli polygoni, conſurget angulus defenſionis interior F G D grad: 27.30, cujus complementum erit quantitas anguli G F D grad: 62. 30, poſitaque cortina pedum 480, erit ejus dimidium G D ped. 240 in triangulo igitur rectangulo F G D, cùm noti ſint anguli, notaque ſit baſis G D pedum 240, ut latus F D innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus G D, ità 52056 tangens anguli F G D grad. 27.30 ad latus F D, quod invenietur pedum 124.9.3.4, & ut hypothenuſa F G conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus G D, ut ſupra, ita 112738 ſecans anguli F G D grad: 27.30 ad hypothenuſam F G, quæ invenietur pedum 270.5.7.1, tantaque erit etiam quantitas faciei, ut ex dictis patet, ejusque duplum erit quantitas lineæ defenſionis ſtringentis B G pedum 541.1.4.2, cui ſi addatur quantitas rectæ G c ped: 240, erit eorum aggregatum ped. 781. 1. 4. 2, quod cum non perveniat ad pedes 800, linea defenſionis figentis non extendetur ultra ictum bombardæ ea ratione, qua ſupra.

Operatio tertia pro Dodecagono.

SUpponatur tertiò polygonum eſſe dodecagonum, angulus propugnaculi erit grad: 90, & ejus dimidium gradum 45, quibus ablatis à gradibus dimidij anguli polygoni, prodibit angulus defenſionis interior grad: 30, quem repreſentat angulus F G D, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli G F D grad: 60, poſitaque cortina ped: 480, erit ejusdem dimidium G D pedum 240; in triangulo igitur F G D nota erit baſis G D, notique erunt anguli, quare ut latus F D innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus G D pedum 240, ita 57735 tangens anguli F G D grad: 30 ad latus F D, quod invenietur pedum 138.5.6.4, & ut hypothenuſa F G conſurgat, fiat ut 50000 ſinus anguli F G D grad: 30 ad

latus FD, ita ſinus totus ad hypothenuſam FG, que invenietur pedum 276.9.5.8, tantaque erit etiam quantitas faciei BF, ejusque duplum erit quantitas lineæ defenſionis ſtringentis BG pedum 553.9.1.6, quibus additis pedibus 240 rectæ Gc, aggregatum erit pedum 793.9.1.6, quod cum non perveniat ad pedes 800, linea defenſionis figentis debitam quantitatem excedere non poterit.

Mediante munimento quadrato quodlibet munimentum delineare, linearumque quantitates invenire.

Prop. XXV. Probl.

Figura X. Ducatur recta OI, quæ cum recta IM faciat angulum OIM æqualem dimidio anguli polygoni, nempe grad: 45, producaturque recta MI usque in B, ita ut IB ſit æqualis capitali quadrati, & à puncto B ducatur recta BL æqualis lineæ defenſionis ſtringentis quadrati, quæ cum recta MB efficiat angulum MBL equalem dimidio anguli propugnaculi quadrati, nempe gr: 30, & ex ipſa abſcindatur recta BF æqualis faciei quadrati, à cujus termino F ducatur recta FH perpendicularis ipſi OI, eritque ala propugnaculi, ſic recta HI erit linea colli, & recta HL dimidium cortinæ; à puncto vero H ducatur recta HN, & recta HP facientes angulum PHN æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, ſitquæ HN parallela ipſi IM, & angulus PHN major angulo OHN, à puncto vero F ducatur ad rectam PH, perpendicularis recta FG, & ex puncto G abſcindatur in recta PG recta GD, æqualis ipſi HL, à cujus termino D ad punctum B ducatur recta DB, producaturque recta GF, quousque tangat rectam DB in puncto C, & recta CB uſque in A, ita ut fiat CA æqualis ipſi FB, tandem à puncto A ducatur recta AK parallela ipſi BI, & ſic constructæ erunt omnes partes munimenti, quæ transferendæ erunt ſuper latera propoſiti polygoni, in quo angulus DAK erit dimidium anguli propugnaculi, major angulo LAI, CA erit facies, CG ala propugnaculi, GD dimidium cortinæ, DA linea defenſionis ſtringentis. Cum enim recta HN ſit parallela ipſi IM, angulus PHN erit æqualis angulo PRM, per prop. 29 lib. pri. Eucl, ideoque erit equalis

lis dimidio anguli polygoni,cum angulus P H N ex conſtructione ſit æqualis prædicto angulo polygoni dimidiato, & quia angulus P H N ex conſtructione major eſt angulo O H N, linea H P ducta erit ſupra rectam H O, quare etiam linea B D, ſeu A D quæ repreſentat lineam defenſionis ſtringentis, ducenda eſt ſupra lineam B L,nam ſi congrueret lineæ B L,etiam facies propoſiti munimenti congrueret faciei B F, & ſic ala propugnaculi eſſet F G, quæ fieret minor ala quadrati, cum enim in triangulo F G H angulus F G H eſſe debeat rectus,cum ſit angulus ale, & cortinæ, erit omnium maximus,quare etiam latus F H, quod prædictum angulum ſubtendit,erit omnium laterum maximum per prop: 18. lib. pri: Eucl: quare ala quadrati F H ex conſtructione eſſet omnium maxima,quod eſt abſurdum, linea itaque B D ducenda eſt ſupra lineam B L, rectaque F G producenda eſt quouſque rectam B D tangat in puncto C, & ſic recta C G etit ala propugnaculi major recta F H, ſeu ala quadrati, at recta C B erit minor facie quadrati B F,cum enim angulus externus C G H major ſit angulo D C G per prop:16 lib:pri:Eucl: angulus prædictus D C G erit minor recto, cum angulus C G H ſit ex conſtructione rectus, ideoque per prop: 13.lib: pri:Eucl: angulus B C F erit obtuſus, in triangulo igitur F C B angulus B C F erit omnium maximus, quare etiam latus F B, quod prædictum angulum ſubtendit erit omnium laterum maximum per prop: 18 lib:pri:Eucl. & ſic facies quadrati B F erit major recta C B, quæ hac de cauſa producenda eſt uſque in A, ita ut ipſi B F fiat æqualis, & ab ipſo puncto A ducenda eſt parallela ipſi B I recta A K,ut conſurgat capitalis, ad quam uſque producenda eſt recta P H,ut fiat linea colli H K. Quod autem omnes lineæ debitam habeant quantitatem ex ſequentibus operationibus patebit.

Operatio prima pro Exagono.

POſito polygono exagono conſiderandum eſt triangulum L E H, in quo notus eſt angulus E L H grad: 15, cum ſit angulus defenſionis interior quadrati, angulusque L H E conſurget ſubducendo dimidium anguli polygoni quadrati L H N grad: 45 à dimidio anguli polygoni exagoni grad:60, invenieturque angulus L H E grad: 15; habitis duobus prædictis angulis, etiam angulus L E H notus fiet grad: 150, cumque noti ſint anguli, notumque

que ſit latus L H ex hypotheſi pedum 240, ut latus E L innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli L E H grad: 150 ad latus L H pedum 240, ita 25881 ſinus anguli E H L grad: 15 ad latus E L, quod invenietur pedum 124.2.2.8, totidemque pedum erit latus EH, quod lateri E L eſt æquale, cum duo anguli E L H, E H L inventi ſint æquales, quibus ablatis à pedibus 488.4.6.4 rectæ B L ut in prop: 17 hujus libri, remanebit recta B E pedum 364.2.3.6, qua habita conſideretur triangulum F G H, in quo notus eſt angulus F G H ex conſtructione rectus, & hypothenuſa F H pedum 64.3.0.5, ut in prop: 8 hujus libri, angulusque F H B prodibit ſubducendo angulum E H L inventum grad: 15 ab angulo recto F H L, eritque grad: 75, quo mediante etiam angulus G F H reperietur grad: 15, ut vero latus G H innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus F H pedum 64.3.0.5, ita 25881 ſinus anguli G F H grad: 15 ad latus G H, quod invenietur pedum 16.6.4.2, quibus ablatis à pedibus 124.2.2.8 rectæ E H conſurget recta E G pedum 107.5.8.6, quibus iterum ablatis à pedibus 240 rectæ D G, remanebit recta D E pedum 132.4.1.4, quare in triangulo B D E nota erunt duo latera B D, D E, notusque erit angulus D E B grad: 150, cum ſit æqualis angulo L E H, (ſunt enim anguli ad verticem,) quare ut angulus D B E innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum B E, E D pedum 496.6.5.0 ad eorum differentiam, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum E D B, E B D ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 12506, cui in canone tangentium reſpondent grad: 7.8, quibus ablatis à ſemiſumma grad: 15 conſurgit angulus D B E grad. 7.52, qui additi gradibus 30 dimidij anguli propugnaculi quadrati L B I, conſurgit dimidium anguli propugnaculi propoſiti munimenti, nempe exagoni, D B R grad: 37.52, totusque angulus propugnaculi erit grad: 75.44, paulò major angulo invento modo dicto in prop: 3 hujus libri, cujus dimidio ablato à dimidio anguli polygoni conſurget angulus defenſionis interior grad: 22.8, nempe angulus C D G, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli D C G grad: 67.52, quibus præcognitis, ut ala propugnaculi nota fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum C D G, in quo, cum noti ſint anguli, notumq; ſit ex hypotheſi latus D G, quod, poſita cortina ped: 480, erit pedum 240, ut latus C G innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus D G pedum 240, ita 40673 tangens anguli C D G grad: 22.8 ad latus C G, quod invenietur

nietur pedum 97.6.1.5, & ut hypothenuſa D C conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus D G pedum 240, ita 107955 ſecans anguli C D G grad: 22.8 ad hypothenuſam C D, quæ invenietur pedum 259.0.9.2, quibus additis pedibus 240 faciei C A (dum ſit in proportione ſubdupla cortinæ) linea defenſionis ſtringentis A D conſurget pedum 499.0.9.2, ex qua, & ala cortinæ, nempe dimidio ejusdem cortinæ cognoſci poterit, an linea defenſionis figentis A P in figura 11 exiſtens, debitam excedat quantitatem, nam ſi ambarum quantitates in unam ſummam colligantur, erit eorum aggregatum pedum 739.0.9.2, cumque recta A P excedere non poſſit prædictam quantitatem per prop: 20 lib. pri. Eucl: non perveniet ad pedes 750, ideoque erit adæquatæ longitudinis; ut vero linea colli reperiatur conſiderandum eſt triangulum A D K, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A D, ut ex dictis patet, ut latus D K innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli D K A grad: 120 ad latus D A pedum 499.0.9.2, ita 61382 ſinus anguli D A K grad: 37.52 ad latus D K, quod invenietur pedum 353.7.4.7, à quibus ablatis pedibus 240 lineæ D G, linea colli G K prodibit pedum 113.7.4.7.

Operatio ſecunda pro Octogono.

SUppoſito ſecundò polygono octogono conſideretur triangulũ L E H, in quo notus eſt angulus E L H grad: 15 ut in antecedenti operatione dictum eſt, angulus vero L H E, qui conſurget ſubducendo angulum dimidij polygoni quadrati L H N grad: 45 à dimidio anguli polygoni octogoni grad: 67.30, invenietur grad: 22.30; habitis duobus prædictis angulis, etiam angulus L E H innoteſcet grad: 142.30, cumque in triangulo prædicto noti ſint anguli, notumque ſit latus L H pedum 240 (poſita cortina pedum 480) ut latus E L innoteſcat, fiat ut 60876 ſinus anguli L E H grad: 142.30 ad latus L H, ped: 240, ita 38268 ſinus anguli E H L grad. 22.30 ad latus E L quod invenietur pedum 150.8.6.9, & ut latus E H conſurgat, fiat ut 60876 ſinus anguli L E H grad: 142.30 ad latus L H pedum 240 ita 25881 ſinus anguli E L H ad latus E H, quod invenietur pedum 102.0.3.0, ablatis vero pedibus 150.8.6.9 lateris E L à pedibus 488.4.6.4 rectæ B L ut ſupra, conſurget recta B E pedum 337.5.9.5, qua habita conſideretur triangulum F G H,

in quo cum notus ſit angulus F G H ex conſtructione rectus, notaque ſit hypothenuſa F H pedum 64.3.0.5, angulusque F H G conſurgat, ſubducendo angulum E H L ab angulo recto F H L, ſitque grad: 67. 30, ejusque complementum ad grad: 90, ſeu angulus G F H ſit grad: 22. 30, ut latus G H innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus F H pedum 64.3.0.5, ita 38268, ſinus anguli G F H grad. 22.30 ad latus G H, quod invenietur pedum 24.6.0.8, quibus ablatis à pedibus 102.0.3.0 lineæ E H remanebit recta G E pedum 77.4.2.2, quibus iterum ablatis à pedibus 240 rectæ D G remanebit recta D E pedum 162.5.7.8. His peractis conſideretur triangulum D B E, in quo notum eſt latus B E inventum pedum 337.5.9.5, & latus D E pedum 162.5.7.8, notusque eſt angulus D E B, cum ſit æqualis angulo L E H grad: 142.30, quare ut angulus D B E innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum B E, E D pedum 500. 1.7.3 ad eorum differentiam pedum 175. 0. 1.7, ita 33945 tangens ſemiſummæ angulorum E D B, E B D grad: 18.45 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11877, cui reſpondent in canone tangentium grad: 6.46, quibus ablatis à gradibus 18. 45 ſemiſummæ remanent grad. 11. 59 anguli D B E, quibus additis grad. 30 anguli L B I, prodibit angulus C B I, ſeu dimidium anguli octogoni C A K grad. 41. 59, totusque angulus propugnaculi erit grad: 83.58, cujus dimidio ſubtracto à dimidio anguli polygoni, prodibit angulus defenſionis interior C D G grad: 25.31, cujus complementum ad grad 90, ſeu angulus D C G erit grad. 64.29; in triangulo igitur C D G, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus D G pedum 240, ut latus C G innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus D G pedum 240, ita 47733 tangens anguli C D G grad: 25.31 ad latus C G, quod invenietur ped. 114. 5.5. 9, tantaque erit quantitas alæ, & ut hypothenuſa C D conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus D G pedum 240, ita 110808 ſecans anguli C G D grad: 25. 31 ad hypothenuſam C D, quæ invenietur ped: 265.9.3.9, quibus additis faciei A C pedum 240, ut ſupra, linea defenſionis ſtringentis A D prodibit pedum 505.9.3.9, quibus additis pedibus 240 rectæ P D ſumma erit pedum 745.9.3.9, ideoque linea defenſionis A P non perveniet ad pedes 750 eadem ratione qua ſupra; ut vero linea colli reperiatur conſiderandum eſt triangulum A D K, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A D, ut ex dictis patet, ut latus D K innoteſcat, fiat ut 92387

ſinus

ſinus anguli D K A grad: 112.30 ad latus D A pedum 505.9.3.9, ita 66891 ſinus anguli D A K grad: 41. 59 ad latus D K, quod invenietur pedum 366. 3. 1. 5, à quibus ablatis pedibus 240, remanebit linea colli G K pedum 126.3.1.5.

Operatio tertia pro Dodecagono.

SUppoſito tertiò polygono dodecagono in triangulo L E H notus erit idem angulus E L H grad. 15, notumque erit latus L H pedum 240, poſita cortina pedũ 480, ut ſupra, angulus vero L H E invenietur modo dicto in præcedentibus operationibus grad: 30; & angulus L E H grad: 135, quare ut latus E L innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli L E H grad: 135 ad latus L H pedum 240, ita 50000 ſinus anguli L H E grad: 30 ad latus E L, quod invenietur pedum 169.7.0.7, & ut latus E H innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli L E H grad: 135 ad latus L H, pedum 240, ita 25881 ſinus anguli E L H grad: 15 ad latus E H, quod invenietur pedum 87.8.4.3; his peractis conſiderandum eſt triangulum F G H, in quo notus eſt angulus F G H ex conſtructione rectus, & hypothenuſa F H pedum 64.3.0.5. ut ſupra, angulusque F H G habebitur ſubducendo angulum E H L grad: 30 ab angulo recto L H F, eritque grad: 60, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli G F H grad: 30, quare ut latus G H innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam F H pedum 64.3.0.5, ita 50000 ſinus anguli G F H grad: 30 ad latus G H, quod invenietur ped. 32.1.5.2, quibus ablatis à pedibus 87.8.4.3 rectæ E H, remanebit portio E G pedum 55.6.9.1, quibus iterum ablatis à pedibus 240 rectæ D G, remanebit recta D E pedum 184. 3. 0. 9, linea autem B E reperietur ſubducendo à tota B L pedum 488. 4. 6. 4 (ut ſupra dictum eſt) rectam E L pedum 169.7.0.7, eritque pedum 318.7.5.7, qua habita conſiderandum eſt triangulum D B E, in quo notum eſt latus B E pedum 318. 7. 5. 7, & latus D E pedum 184. 3. 0.9, notusque eſt angulus B E D grad: 135, quare ut angulus D B E innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum B E, E D pedum 503.0.6.6 ad eorum differentiam pedum 134.4.4.8, ita 41421 tangens ſemiſummæ angulorum E D B, E B D grad: 22. 30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11070, cui in canone tangentium reſpondent grad: 6. 11, quibus ablatis à grad: 22. 30 ſemiſummæ conſurget angulus D B E gr: 16.

19, quibus additis gradibus 30 anguli EBR, prodibit dimidium anguli propugnaculi dodecagoni DBR, ſeu DAK grad: 46.19, cujus duplum grad. 92.38 erit quantitas totius anguli propugnaculi, qui erit paulò major recto, ablatis vero grad: 46.19 dimidij anguli propugnaculi à grad: 75 dimidij anguli polygoni, conſurget angulus defenſionis interior ADG graduum 28.41, ejusque complementum ad grad: 90 erit grad: 61.19, in triangulo igitur CDG cum noti ſint anguli, notumque ſit latus DG, (ut ex dictis patet) ut latus CG innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus DG pedum 240, ita 54710 tangens anguli CDG grad: 28.41 ad latus GC, quod invenietur pedum 131.3.0.4, tantaque erit quantitas alæ propugnaculi, & ut hypothenuſa CD conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus DG pedum 240, ita 113987 ſecans anguli CDG grad: 28.41 ad hypothenuſam CD, quæ invenietur pedum 273. 5.6.8, quibus additis pedibus 240 faciei CA, tota AD conſurget pedum 513.5.6.8, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis ſtringentis, qua mediante linea colli reperietur, in triangulo enim ADK cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus AD (ut ex dictis patet) ut latus DK innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli AKD grad. 105 ad latus DA pedum 513.5.6.8, ita 72316 ſinus anguli DAK grad: 46.19 ad latus DK, quod invenietur pedum 384.4.9. 5, à quibus ablatis pedibus 240 rectæ DG, remanebit linea colli GK pedum 144.4.9.5, tandem in unam ſummam colligantur quantitates duarum linearum AD, DP, invenieturque eorum aggregatum pedum 753.5.6.8, quare linea defenſionis figentis debitam non excedet longitudinem, eadem ratione qua ſupra.

Angulum propugnaculi geometricè invenire.

Prop. XXVI. Probl.

Figura VI. Fiat triangulum rectangulum PNF cujus angulus rectus ſit PFN, & hypothenuſa PN, ſuper qua conſtruatur triangulum æquilaterum PAN, à puncto vero A ducatur perpendicularis AO, & à puncto F ducantur duæ lineæ FQ, FM æquales rectis FP, FN utraque utrique, quæ faciant angulum QFM æqualem angulo polygoni propoſitæ figuræ, quas interſecabunt rectæ AP,

AN

AN in punctis D, & I, easque divident in duas partes FD, DQ, & FI, IM, quarum duæ DQ, IM in tres æquales partes dividantur ſitque QB, & ML, una tertia pars totius QD, & IM, terminata unaquæque à punctis B, & L, ad quæ à puncto A ducantur duæ rectæ AB, AL, & conſtructus erit angulus propugnaculi BAL qui erit major angulo PAN, cum duæ rectæ AB, AL cadant extra triangulum APN, minor autem recto erit quouſque duæ rectæ FP, AB fiant parallelæ; quod autem angulus propugnaculi tali modo conſtructus ſit rectè, ex ſequentibus operationibus trigonometricè patebit.

Operatio prima pro Pentagono.

SUppoſito polygono pentagono angulus QFM. continebit grad: 108, cum ſit ex conſtructione æqualis angulo polygoni, cujus dimidium, ſeu angulus QFO, erit grad: 54, à quibus ablatis grad: 45 anguli ſemirecti PFO remanebit angulus QFP grad: 9, & ablatis grad: 30 anguli PAO, ſeu PAF, à grad: 54 prædicti anguli externi PFO, remanebit angulus ADF grad: 24, cujus complementum ad duos rectos grad: 156 erit quantitas anguli PDF, & BDA, ablatis autem gradibus 30 anguli PAF à gradibus 45 anguli externi PFO, remanebit angulus APF, ſeu DPF grad: 15, & ablatis grad: 54 anguli QFO à grad: 180 remanebit angulus DFA grad: 126. Cognitis prædictis angulis, ſupponatur latus PA eſſe partium 10000, erit PO partium 5000, cum ſit dimidium lateris PN, & per conſequens lateris PA, in triangulo igitur FPO noti erunt omnes anguli, notumque latus PO, quare ut hypothenuſa PF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus PO partium 5000, ita 14142 1 ſecans anguli OPF grad: 54 ad hypothenuſam PF, quæ invenietur partium 7071, qualium AP ſupponitur 10000, ſic in triangulo DPF noti erunt anguli, notumque erit latus PF, quare ut latus PD innoteſcat, fiat ut 40673 ſinus anguli PDF grad: 156 ad latus PF partium 7071, ita 15643 ſinus anguli DFP grad. 9 ad latus DP, quod invenietur partium 2719, & ut latus DF conſurgat, fiat ut 40673 ſinus anguli PDF grad: 156 ad latus PF partium 7071, ita 25881 ſinus anguli DPF grad: 15 ad latus DF, quod invenietur partium 4499; habitis duobus lateribus PD, DF, ſi ſubtrahatur latus PD partium 2719 à latere PA partium 10000, rema-

nebit latus A D partium 7281, & ſi ſubtrahatur latus D F partium 4499 à latere Q F æquali ex conſtructione lateri P F partium 7071, remanebit recta D Q partium 2581, cujus tertia pars Q B erit partium 860$\frac{1}{3}$ è per conſequens recta B D erit partium 1720$\frac{2}{3}$; in triangulo igitur B A D nota ſunt duo latera B D, D A, notusque eſt angulus B D A, quare ut angulus B A D innoteſcat, fiat ut 9001 aggregatum duorum notorum laterum ad 5561 eorum differentiam, ita 21255 tangens ſemiſummæ angulorum D B A, D A B grad: 12 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 13131, cui in canone tangentium reſpondent grad: 7. 29, quibus ablatis à gradibus 12 ſemiſummæ, remanebit angulus B A D grad: 4. 31, quibus additis gradibus 30 anguli D A F, conſurget angulus B A F grad: 34. 31; cujus duplum grad: 69. 2 erit quantitas anguli propugnaculi in pentagono.

Operatio ſecunda pro Exagono.

SUpponatur ſecundò polygonum eſſe exagonum, lineam A P partium 10000, P O partium 5000, angulum P A F grad: 30, angulum P F O grad: 45, ut ſupra dictum eſt, quærանturque cæteri anguli, ut in pentagono factum eſt, & invenietur angulus P F A grad. 135 angulus A P F grad. 15, angulusque D F O grad: 60, angulus D F A grad: 120, angulus A D F grad: 30, angulus F D P grad. 150, angulus D F P grad: 15, angulus A D B grad: 150, quibus inventis quærendæ ſunt lineæ, quarum F P, & Q F erunt pedum 7071, ut ſupra, cæteræ vero diverſam quantitatem habebunt, quæ reperienda erit, ut itaque linea D P nota fiat, conſiderandum eſt triangulum D P F, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus F P, ut latus D P innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli P D F grad. 150 ad latus F P partium 7071, ita 25881 ſinus anguli D F P grad. 15 ad latus D P, quod invenietur partium 3659, cum autem duo anguli D P F, D F P ſint æquales, triangulum D P F erit iſoſceles, ideoque latus D F erit æquale lateri D P, nempe partium 3659, quibus ablatis à partibus 10000 rectæ A P remanebit recta A D partium 6341, ablata vero recta D F partium 3659 à recta F Q partium 7071, remanebit recta Q D partium 3412, quibus tripartitis, quotiente autem duplicato, portio B D prodibit partium 2274, qua habita conſideretur triangulum A B D, in quo

cum

cum nota ſint duo latera B D, D A, notusque ſit angulus B D A, ut angulus B A D innoteſcat, fiat ut 8615 aggregatum duorum laterum notorum ad 4067 eorum differentiam, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum D B A, D A B grad: 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 12649, cui in canone tangentium reſpondent grad: 7.13, quibus ablatis à grad: 15 ſemiſummæ remanebit angulus B A D grad. 7.47, quibus additis gradibus 30 anguli D A F conſurget angulus B A F grad. 37.47, cujus duplum grad. 75.34 erit quantitas anguli propugnaculi.

Operatio tertia pro Dodecagono.

SUpponatur tertiò polygonum eſſe Dodecagonum, & manente eadem quantitate linearum A P, P O, F P, F Q, nec non angulorum P F O, P A O, P F A, A P F, ſeu D P F, querantur cæteri anguli, invenieturque angulus D F O grad: 75, angulus D F A gr: 105, angulus A D F grad: 45, F D P grad: 135, D F P grad: 30, A D B grad: 135, quibus cognitis conſiderandum eſt triangulum D P F, in quo noti ſunt anguli omnes, notumque eſt latus F P, ut ex dictis patet, quare ut latus D P reperiatur, fiat ut 70710 ſinus anguli F D P grad: 135 ad latus F P partium 7071, ita 50000 ſinus anguli D F P grad: 30 ad latus D P, quod invenietur partium 5000, & ut latus D F conſurgat, fiat ut 70710 ſinus anguli F D P grad: 135 ad latus F P partium 7071, ita 25881 ſinus anguli D P F grad. 15 ad latus D F, quod invenietur partium 2588, quibus ſublatis à partibus 7071 rectæ F Q, remanebit recta Q D partium 4483, cujus tertiæ partis duplum conſtituet rectam B D partium 2988, ablato autem latere D P partium 5000 à recta A P partium 10000, remanebit latus A D partium 5000, in triangulo igitur A B D, cum nota ſint duo latera, notusque ſit angulus ab ipſis comprehenſus, ut angulus B A D innoteſcat, fiat ut 7988 aggregatum duorum laterum B D, D A ad 2012 eorum differentiam, Ita 41421 tangens ſemiſummæ angulorum D B A, D A B grad. 22.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 10433, cui in canone tangentium reſpondent grad: 5.57, quibus abla-

ablatis à grad: 22. 30 ſemiſummæ conſurget angulus B A D grad. 16.30, qui additi grad:30 anguli D A F conſtituent angulum B A F grad. 46.33, cujus duplum grad: 93.6 erit quantitas anguli propugnaculi in dodecagono, qui erit paulò major recto.

In minimis munimentis data cortina, datoque latere polygoni exterioris cæteras lineas invenire.

Prop. XXVII. Probl.

Figura VII.

SIt latus Polygoni exterioris B C, ad cujus terminos B & C à puncto A centro figuræ ductæ ſint duæ diametri A B, A C, ſitque cortina H I parallela ipſi B C, à cujus extremitatibus H, & I terminentur duæ lineæ defenſionum C H, B I, quæ cum diametris A C, A B faciant hinc inde dimidium anguli propugnaculi H C E, I B D, ad quas uſque à punctis I, & H ducantur duæ rectæ H F, I G normaliter erectæ ſuper cortina H I, quæ erunt alæ propugnaculorum. Ut vero quantitas omnium linearum innoteſcat conſideranda ſunt duo triangula G H I, G L C, & præcipuę lineæ notæ fient; quoniam angulus H C E notus eſt ex conſtructione, & angulus H E C notus eſt, cum ſit complementum ad duos rectos dimidij anguli polygoni D E A per prop:13 lib:pri. Eucl: etiam angulus C H E, ſeu G H I innoteſcet, cum ſit complementum duorum angulorum H C E, H E C ſimul ſumptorum ad duos rectos per prop:32 lib.pri. Eucl: ex quo, eadem ratione, notus fiet angulus H G I, quare, cum in triangulo H G I noti ſint anguli, notaque ſit baſis H I ex hypotheſi, cum ſit data cortina, etiam lateris G I quantitas conſurget per ratiocinium triangulorum, at quia cortina H I poſita eſt parallela lateri polygoni exterioris B C, angulus L C G æqualis erit angulo G H I per prop.29 lib.pri. Eucl: eademque ratione angulus C L G erit æqualis angulo H I G, & angulus L G C æqualis eſt angulo H G I, per prop.15 lib.pri. Eucl. cum ſint anguli ad verticem, in triangulo igitur L G C omnes anguli noti erunt, & latus L C prodibit ſubtrahendo dimidium cortinæ N I à dimidio lateris polygoni M C, cum enim cortina ſit ex conſtructione parallela lateri polygoni, & recta G I perpendicularis ipſi H I, ſi producatur I G uſque ad L in latere polygoni exterioris

exiſten-

exiſtente, erit recta I L perpendicularis etiam ipſi B C, quod ſi ex medietate lateris polygoni exterioris M ducatur normalis MN, orthogonaliter cadens ſuper medietatem cortinæ N, erit parallela ipſi L I, quare duæ lineæ M L, N I conjungentes duas priores erunt inter ſe æquales per prop: 33 lib. pri. Eucl. cumque M C compoſita ſit ex rectis M L, & L C, ſi ſubducatur recta M L æqualis dimidio cortinæ N I, remanebit recta L C; in triangulo igitur L G C, præter angulos, notum erit latus L C, quare per ratiocinium triangulorum etiam hypothenuſa G C, ſeu facies innoteſcet, quæ omnia ex operatione infra poſita melius apparebunt.

Operatio.

SUpponatur itaque polygonum eſſe quadratum ſitque B C pedum 750, angulus H C E, ſeu dimidium anguli propugnaculi quadrati grad: 30, erit angulus defenſionis interior C H E grad. 15 ſupponaturque cortina H I pedum 300; his præcognitis ut ala G I innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus H I pedum 300, ita 26794 tangens anguli G H I grad: 15 ad latus G I, quod invenietur pedum 80.3.8.2, ſublata autem medietate cortinæ N I pedum 150 à medietate lateris polygoni M C pedum 375, recta L C conſurget pedum 225; in triangulo igitur L G C, cum noti ſint anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus L C, ut hypothenuſa G C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus L C, pedum 225, ita 386370 ſecans anguli L G C grad. 75 ad hypothenuſam, ſeu faciem G C, quæ invenietur pedum 232.

Concluſio.

NOn ſemper itaque neceſſe eſt quod cortina ſit in proportione dupla faciei, nec quod linea defenſionis ſtringentis ſit major eadem cortina, vel in medietate ejuſdem terminetur; clare enim patet, quod facies eſſe poteſt major dimidio cortinæ, & linea defenſionis ſtringentis æqualis eidem cortinæ, & intra ipſius medietatem cadere poteſt, quod ſi facies fieret æqualis etiam duobus tertijs cortinæ, & linea defenſionis figentis ultra medietatem cortinæ extenderetur, ut aliqui faciunt, munimenta ſubſiſtere poſſent, quarum conſtructionem prætermittimus brevitatis cauſa, cum in calculandis lineis eædem operationes inſtituendæ, eademque trian-

Digitized by Google

gula conſideranda ſint, ſic angulus propugnaculi diverſimodè conſtrui poteſt; quare hoc animadvertendum eſt in munimentis conſtruendis, ne linea defenſionis figentis ultra ictum bombardæ manualis extendatur, cæteræque lineæ ſint, quam fieri poteſt, amplæ, & ita inter ſe correſpondentes, ut omnes partes defendi poſſint. Pro munimentis vero delineandis ſtatuere opportet angulum propugnaculi alicujus quantitatis ex ipſo enim cæteri anguli conſurgunt, ſic aliquam proportionem inter cortinam & faciem ex ipſis enim, ſive veris, ſive ſuppoſitis cæteræ lineæ innoteſcunt, quæ inventæ poterunt augeri, & minui pro ut opus erit.

Annotatio circa linearum, & angulorum variationem.

CUm tam lineæ, quam anguli variationem ſemper ſubeant, ſive propter differentiam polygonorum, ſive propter varios muniendi modos, dum linea quædam, vel angulus aliquis augetur, aut minuitur, alteratio aliqua, & in lineis, & in angulis conſpicitur, quæ aliquando melius, aliquando deterius munimentum reddit; quare ſi quis cognoverit, quænam futura ſit, ad unius partis mutationem, cæterarum munimenti partium variatio, multa commoda inde exaurire, multaque incommoda evitare poterit, ideoque ſequentia noſtra theoremata, quæ circa variationem linearum, & angulorum variationem verſantur, huic operi inſerere voluimus, cum haud ſpernendæ utilitatis ea fore exiſtimamus.

Si à puncto, in quo coeunt facies, & ala propugnaculi, ducatur quædam recta linea uſque ad capitalem, quæ cadat infra faciem, angulus, quem faciet dicta linea cum capitale erit major dimidio anguli propugnaculi, & è contra.

Prop: XXVIII. Theor.

Figura XV.

SIt facies GO ala GD, & capitalis OE erit dimidium anguli propugnaculi GOE, à puncto vero G, in quo coeunt facies GO, & ala GD, ducatur recta GF uſque ad capitalem OE, ita ut

fiat

Digitized by Google

fiat angulus G F E; his peractis, prædictus angulus major erit angulo G O F, ſeu dimidio anguli propugnaculi. Cum enim angulus G F E, reſpectu angulorum exiſtentium in triangulo O G F ſit angulus externus, per pr: 16 lib: pri: Eucl: erit major angulo G O E, ſeu dimidio anguli propugnaculi, ex quo etiam ſequitur quod ſi illa linea, quæ ducta fuerit à puncto, in quo facies & ala propugnaculi coeunt, ad capitalem, ut G F, efficiet cum eadem capitale angulum G F E majorem angulo G O E, ipſa linea cadet infra faciem, nempe intra triangulum P G O, quod etiam cognoſci poterit ex prop: 21 lib. pri. Eucl.

Si à puncto, in quo coeunt facies, & capitalis, ducatur quædam recta linea ad partes alæ propugnaculi ſupra faciem, producaturque ala quouſque ipſam tangat, angulus ſupradictæ lineæ, & alæ productæ erit minor angulo alæ & faciei.

Prop. XXIX. Theorema.

SIt facies G Q, & capitalis F G coeuntes in puncto G, à quo ducatur recta G O ſupra faciem G Q, producaturque ala E Q, quouſque occurrat prædictæ lineæ, à qua terminetur in puncto O; his peractis angulus G O E erit minor angulo G Q E; Cum enim angulus G Q E, reſpectu angulorum exiſtentium in triangulo O Q G, ſit externus erit major angulo interno, & oppoſito G O Q per prop: 16 lib. pri. Eucl. qui efficitur à linea G O, & ala producta E O. Figura XIV.

Quo magis augetur angulus propugnaculi eo minor fit facies, dum latus polygoni interioris, & cortina eoſdem terminos retineant.

Propl. XXX. Theorema.

SIt angulus propugnaculi Q G Q, facies Q G, & ala propugnaculi Q E, erit dimidium anguli propugnaculi Q G F, cum totus angulus propugnaculi biſariam dividatur à capitali GF, quem Figura XIV.

Digitized by Google

augendo, facies fiet minor. Fiat itaque primò angulus OGI major angulo QGI, ducendo à puncto G, in quo capitalis FG, & facies QG coeunt, rectam GO ſupra faciem GQ, producaturque ala QG uſque in punctum O, ita ut fiat triangulum GOQ, productaque recta GQ uſque in C, & GO, uſque in B, orientur duo triangula QCE, OBE, in quibus angulus CQE erit minor recto, ſic etiam angulus BOE, ſi enim angulus externus QEF erit rectus angulus internus, & oppoſitus CQE erit minor recto, & eo magis ſi angulus QEF erit minor recto, per prop:16 lib:pri: Eucl. eademque ratione angulus BOE erit minor recto, cumque duo anguli BOE, EOG ſint æquales duobus rectis, per prop. 13 lib. pri. Eucl: angulus EOG erit major recto, angulus vero OQG erit minor recto, cum ſit æqualis angulo CQE, per prop. 15 lib. pri. Eucl: quare angulus QOG erit major angulo OQG, ideoque latus QG, majorem angulum ſubtendens, majus erit latere OG, facies igitur OG quæ oritur, ex angulo majore OGF, erit minor facie QG, quæ oritur ex angulo minore QGF.

Figura XV. Fiat ſecundo angulus GFE major angulo GOE ducendo à puncto G, in quo facies, & ala propugnaculi coeunt, rectam GF infra faciem GO, producaturque recta FG uſque in V, ita ut fiat triangulum GVD, in quo angulus VGD erit minor recto, cum enim duo anguli GDV, VGD ſint minores duobus rectis, per prop. 17 lib. pri. Eucl: & angulus GDV eſſe debeat ex conſtructione, vel rectus, vel obtuſus angulus VGD erit minor recto, ex quo ſequitur, quod angulus DGF ſit major recto, cum duo anguli VGD, DGF ſint æquales duobus rectis, ut ſupra dictum eſt, cumque duo anguli PGF, PFG ſint minores duobus rectis, per prop: ſuperius citatam, & angulus PGF, ſit major recto, angulus PFG erit minor recto, ex quo ſequitur, quod angulus GFO, in triangulo FGO, ſit obtuſus, & per conſequens omnium maximus, quare etiam latus GO ipſum ſubtendens erit omnium laterum maximum; quo magis igitur augebitur angulus propugnaculi eo minor fiet facies, quod intelligendum eſt, dum latus polygoni interioris, & cortina eoſdem terminos retinent.

***

Quo

Quo magis augetur angulus propugnaculi, eadem manente quantitate lineæ colli, & capitalis, eo major evadit ala propugnaculi.

Prop. XXXI. Theorema.

SIt Q G Q angulus propugnaculi, erit Q G F ejus dimidium, eritque F G capitalis, Q G facies, E F linea colli, Q E ala propugnaculi, quæ fiet eo minor, quo major evadet angulus propugnaculi, eadem tamen manente quantitate lineæ colli, & capitalis; ſi enim augebitur angulus Q G F, addendo ipſi angulum O G Q, ita ut fiat angulus O G F major angulo Q G F, recta G O ducenda erit extra triangulum G Q I, quare ad hoc, ut ala, & facies coeant in eodem puncto, producenda erit recta E Q uſque in O, & ſic ala propugnaculi fiet major. Figura XIV.

Quo major fiet angulus propugnaculi ijsdem manentibus terminis lateris polygoni interioris, & cortinæ, & capitalis, eo major evadet linea defenſionis ſtringentis.

Prop: XXXII. Theor.

SIt linea defenſionis ſtringentis G C & capitalis G F erit C G F dimidium anguli propugnaculi, qui quo major fiet eo magis creſcet linea defenſionis ſtringentis. Fiat angulus B G F major angulo C G F, ducendo rectam G B extra triangulum C G F, quæ terminetur à cortina A E, & cum recta G C faciat angulum B G C. Quoniam ab eodem puncto G ductæ ſunt ad cortinam A E duæ rectæ G C, C B conſtituentes angulum C G B, terminabunt in diverſis punctis, nempe B, & C, quæ cum connectantur à portione cortinę B C, factum erit triangulum G B C, in quo angulus G C B erit major recto, cum ſit angulus defenſionis exterior, ideoque omnium angulorum in dicto triangulo exiſtentium erit maximus, quare etiam latus G B prædictum angulum ſubtendens erit major latere G C, quod minorem angulum ſubtendit, quare linea defenſionis ſtringentis G C, efficiens angulum minorem Figura XIV.

Digitized by Google

CGF minor erit linea B G, quæ angulum majorem B G F efficit.

Quo major ſit angulus propugnaculi, ijſdem manentibus terminis lateris polygoni interioris, & cortinæ, eo minor evadit ala cortinæ.

Prop. XXXIII. Theor.

Figura XIV. SIt primò angulus C G F minor angulo BGF, ducta recta G B extra triangulum C G F, etiam ala cortinæ A B, reſpondens angulo majori, minor erit ala cortinæ reſpondenti angulo minori, nempe recta A C, ſi enim producatur recta G C uſque in e, ita ut fiat æqualis ipſi G B (quæ per prop: antecedentem major eſt ipſi G C) conſtructa erunt duo triangula G e F, F G B mediante recta e F, cumque latus G e ex conſtructione ſit æquale lateri G B, & latus G F ſit commune duobus triangulus G e F, G B F, prædicta duo triangula habebunt duo latera duobus lateribus ęqualia utrumque utrique, angulus vero ſub æqualibus lateribus contentus unius trianguli major erit angulo alterius trianguli, quare, per prop: 24 lib: pri: Eucl. etiam baſis F e minor erit baſi BF, cumque angulus e C F trianguli F C e æqualis ſit angulo B C G per prop: 15 lib. pri. Eucl: ſeu angulo defenſionis exteriori erit major recto, omniumque maximus, quare latus F e ipſum ſubtendens erit majus latere C E, ſed latus B F majus eſt latere F e ut ex dictis patet, ideoque multo majus erit latere C F, quare alæ cortinæ A C ablata erit portio B C augendo angulum propugnaculi, quare quo major fiet angulus propugnaculi eo minor evadet ala cortinæ.

Figura XV. Fiat ſecundo angulus G F E major angulo G O E in figura 15 producanturque rectæ O G, F G ad cortinam uſque; Quoniam duæ rectæ non poſſunt habere unum, & idem ſegmentum commune per axioma 13. lib. pri. Eucl: linea F V habebit ſegmentum G V diverſum à ſegmento G X lineæ O X, & ſic terminabunt in diverſis punctis, nempe V, & X, orienturque duo triangula G V D, G X D, quorum angulus V G D major erit angulo X G D, cum comprehendat duos angulos X G D, V G X, quare recta G X dividens angulū V G D interſecabit baſim V D, & ſic latus X D minor erit latere V D, ex quo ſequitur, per ea, quę ſuperius dicta ſunt, quod

ala

Digitized by Google

ala cortinæ BV minor ſit ala cortinæ XD, augendo igitur angulum propugnaculi minuetur ala cortinæ quoquo modo fiat.

Quo magis minuitur angulus propugnaculi, eadem manente quantitate alæ cortinæ, ijsdem manentibus terminis cortinæ, & lateris polygoni interioris, eo major ſit ala propugnaculi.

Prop. XXXIV. Theor.

Sit angulus propugnaculi FEN, ſitque KE linea defenſionis ſtringentis erit KI ala cortinæ, & GF ala propugnaculi; ut vero angulus propugnaculi fiat minor eadem manente ala cortinæ KI, duci debet à puncto K recta quædam linea extra triangulum EKN, quæ cum recta N M faciat angulum KMN, qui erit minor angulo KEN, ſeu FEN, cum enim recta KM ducta ſit extra triangulum EKN, angulus KMN erit internus, ideoque minor angulo externo, & oppoſito KEN, per prop: 16 lib: pri: Eucl: ex quo ſequitur quod linea KM cadere non poſſit intra triangulum KEN, nam cum capitalè efficeret angulum externum, qui eſſet eſſet major angulo KEN, ad hoc itaque ut dimidiū anguli propugnaculi fiat minor, recta KM ducenda eſt extra triangulū KEN, ad quam, cum terminare debeat ala propugnaculi pro ducenda eſt recta GF quouſque eam tangat in puncto L, & ſic ala propugnaculi augebitur, quo minor igitur fiet angulus propugnaculi, &c. eo major evadet ala propugnaculi. Figura XIX.

In omnibus munimentis poteſt dari angulus propugnaculi rectus excepto quadrato.

Prop: XXV. Theor.

Ponatur ſi fieri poteſt angulus propugnaculi in quadrato grad: 90; ſitque Dd latus quadrati, erit ADC dimidium anguli gr: 45, cumque angulus propugnaculi poſitus ſit grad: 90 erit ejus dimidium, nempe angulus APK grad: 45, ideoque erit æqualis andulo ADC, quare linea HA, cadens ſuper rectas DC, PK efficiet duos angulos ADC, & APK interſe æquales, & ſic duæ lineæ Figura I.

DC,

DC, & PK, ſeu P p erunt parallelæ per prop: 28 lib: pri: Eucl. nec unquam angulum efficere poterunt, quare punctũ B non reſpiciet punctum h, & ſic facies propugnaculorum non poterunt defendi; angulus igitur propugnaculi in quadrato non poteſt fieri rectus, ſeu grad: 90.

Figura XX. In cæteris vero polygonis poteſt dari angulus propugnaculi rectus, ut in figura 20 apparet, cum enim angulus polygoni in figuris multilateris ſit major recto, dimidium anguli polygoni KIB erit major ſemirecto, ideoque major angulo ICD, qui ponitur ſemirectus. quare duæ rectæ IA, CD eſſe non poterunt parallelæ, at quia per prop: 29 lib: pri: Eucl: in parallelas rectas lineas recta incidens linea efficit duos angulos internos, & ad eaſdem partes æquales duobus rectis, angulus vero DCI minor eſt angulo AIK, duo anguli AIC, DCI minores erunt duobus rectis, quare ſi producatur recta CD ad partes DB per axioma 11 lib: pri: Eucl: interſecabit rectam HI in puncto A, & ſic prædictum punctum A reſpiciet punctum C, ex quo ſequitur quod facies poſſit defendi, quare in omnibus munimentis excepto quadrato poterit dari angulus propugnaculi rectus.

Si in dodecagono angulus propugnaculi erit grad: 90, facies erit æqualis dimidio cortinæ, & ala propugnaculi, erit æqualis dimidio faciei; linea defenſionis ſtringentis erit æqualis cortinæ.

Prop: XXXVI. Theor.

Figura XIII. SIt angulus propugnaculi in dodecagono grad: 90 erit ejus dimidium ſeu angulus CAK prad. 45, quibus ablatis ſà gradibus 75 nempe dimidio anguli polygoni prodibit per prop: 6 hujus libri, angulus defenſionis interior CDG grad: 30; ſitque facies CA æqualis dimidio cortinæ LH, & ala propugnaculi CH æqualis dimidio faciei CA, quæ perpendiculariter cadat ſuper rectam LH, producaturque facies AC ad cortinam uſque, & conſurget linea defenſionis ſtringentis AI, quæ erit æqualis cortinæ AI. Cum enim in triangulo CIH ſinus anguli CIH, ſeu grad: 30 ſit 50000 partium, quarum ſinus totus eſt 100000, erit idem ſinus totus, ſeu ſinus anguli recti ex conſtructione CHI in dupla proportione ſinus anguli CIH, ſed ex doctrina triangulorum, ut ſe habet ſinus

Digitized by Google

totus ad ſinum anguli C I H, ita ſe habet hypothenuſa C I ad latus C H, erit igitur C I dupla ipſius C H, at ejusdem C H ex conſtruſtructione dupla etiam ipſa A C eſt, quare per axioma 6 lib. pri. Eucl: duæ rectæ A C, C I ſunt inter ſe æquales, ſed A C eſt æqualis dimidio L H, erit igitur tota A I, nempe linea defenſionis ſtringentis æqualis cortinæ L H.

Quo magis augetur facies eo minor fit ala propugnaculi iiſdem manentibus terminis lineæ defenſionis ſtringentis, & lateris polygoni interioris, & capitalis.

Prop. XXXVII. Theor.

SIt facies Q G, linea defenſionis ſtringentis G C, & ala propugnaculi Q E, quæ eo minor fiet, quo magis creſcet facies, dum linea defenſionis ſtringentis, latus polygoni interioris, & capitalis eosdem retineant terminos. Producatur itaque facies G Q uſque in N, ſitque recta G N facies propugnaculi aucta per additionem portionis N Q, & à puncto N ad rectam A E ducatur perpendicularis N D parallela ipſi Q E (quod ſi recta Q E faceret angulos obliquos cum recta A E, etiam recta N D ducenda eſſet ad angulos obliquos,) eritque eadem N D ala reſpondens faciei N G, cum punctum N ſit terminus communis prædictarum duarum linearum, quarum G N eſt portio lineæ defenſionis ſtringentis G C, recta vero N D inter lineam defenſionis ſtringentis, & portionem lateris polygoni C D includitur; his peractis conſideranda erunt duo triangula Q C E, N C D, quæ erunt æquiangula, duo enim anguli C Q E, C E Q erunt æquales duobus angulis C N D, C D N cum duæ lineæ Q E, N D ſint parallelæ, & angulus N C D, ſeu Q C E erit communis, quare ſicut ſe habet latus C N trianguli C N D ad latus C Q trianguli C Q E, ita ſe habebit, per prop: 4 lib. 6. Eucl: latus D N ad latus Q E, latera enim C N, N D, & C Q, Q E ſunt circa æquales angulos C N D, C Q E, ſed latus C N minus eſt latere C Q, nam C N eſt portio ejusdem C Q, erit igitur latus N D minus latere Q E, cumque ſit Q E ala reſpondens minori faciei G Q, & N D ala reſpondens majori faciei G N, ſequitur quod aucta facie ala propugnaculi fiat minor, &c. Figura XIV.

Digitized by Google

Quo magis augetur facies ijsdem manentibus terminis lineæ defenſionis ſtringentis, lateris polygoni interioris, & capitalis, eo minuitur cortina.

Prop. XXXVIII. Theor.

Figura XIV. SIt facies propugnaculi G Q, quæ producatur uſque in N, ut ſupra, dimidium vero cortinæ reſpondens faciei G Q ſit C E, ſuper quod cadat N D ala reſpondens faciei G N, erit C D dimidium cortinæ reſpondens faciei G N, terminatur enim ab ala N D; cumque C D ſe habeat ad C E, ut N D ad Q E, cum ſint latera triangulorum æquiangulorum, ut in antecedenti propoſitione demonſtratum eſt, & ſint circa æquales angulos, latus autem N D ſit minus latere Q E, erit etiam C D dimidium ſecundæ cortinæ minus C E dimidio primæ cortinæ, & per conſequens tota ſecunda cortina erit minor prima cortina, quo magis igitur augetur facies, &c. eo minuitur cortina.

Quo major fit ala propugnaculi manentibus ijsdem angulis, ijsdemque terminis lineæ defenſionis ſtringentis, & lateris polygoni interioris eo minor fit facies.

Prop. XXXIX. Theor.

Figura XIV. SIt ala propugnaculi N D, & facies N G, quæ fiet minor quo major evadet eadem ala propugnaculi, dum omnes anguli retineant eamdem quantitatem, & tam linea defenſionis ſtringentis, quam latus polygoni interioris retineat eoſdem terminos. Producatur facies G N uſque ad cortinam A D, quam tangat linea G C in puncto C, erit eadem G C linea defenſionis ſtringentis, cujus portio C N, quæ eſt exceſſus ſupra faciem, connectens alam D N, & portionem cortinæ C D, conſtituet triangulum N C D; ſitque Q E ala major recta N D, quæ cum terminetur à rectis C Q, C E, factum erit triangulum Q C E, cumque duæ rectæ N D, Q E eſſe debeant parallelæ, duo triangula C N D, C Q E erunt æquiangula, quare

ita

ita ſe habebit hypothenuſa C Q trianguli CQE ad hypothenuſam CN trianguli CND, ut ſe habet latus Q E ad latus ND, per prop: 4 lib: 6 Eucl: ſed latus Q E ex conſtructione majus eſt latere N D, erit igitur etiam hypothenuſa CQ major hypothenuſa C N, quare à recta GC ſi auferatur portio Q C, remanebit portio G Q minor quam ſi ab ipſa auferatur portio N C, cumque ala major reſpondeat faciei minori, quo major fiet ala propugnaculi, &c. eo minor evadet facies, quod etiam eveniet ſi ala propugnaculi faciat angulos obtuſus cum cortina, eadem enim eſt ratio.

Quo magis augetur ala propugnaculi, ijsdem manentibus angulis, ijsdemque terminis faciei, eo minor fit linea colli.

Prop. XL. Theor.

Sit ala propugnaculi Q E, facies QG, capitalis GF, linea colli E F, quæ eo minor evadet quo major fiet ala propugnaculi, ijsdem tamen manentibus angulis, nec non terminis faciei. Producatur capitalis GF ut cumque, ſitque GP pars quædam radij ad quam uſque producatur ala QE, termineturque recta QI ab eadem GP in puncto I, in linea vero QI accipiatur quædam portio QK tantæ magnitudinis, quantæ eſſe debet ala major recta QE, & per punctum K, terminum ejusdem alę, ducatur latus polygoni R H terminatum à duobus radijs in punctis R, & H, parallelum lateri A F, ſecans rectam E I in duas partes E K, K I, eritque E F linea colli in latere polygoni A F, correſpondens alæ minori Q E, & K H linea colli in latere polygoni R H, correſpondens alæ majori QK. Quoniam duę lineæ E F, K H ſunt parallelæ (ſunt enim portiones duarum linearum A F, R H, quæ ex conſtructione ſunt parallelæ) duo triangula E I F, & K I H erunt æquiangula, quare per prop: ſuperius citatam, uti ſe habebit latus I K ad latus I E, ita ſe habebit latus K H ad latus E F, (ſunt enim latera circa æquales angulos,) latus autem I K minus eſt latere E I per axiom. 9 lib. pri: Eucl: erit igitur latus K H, ſeu linea colli correſpondens alæ productæ QK, minus latere E F, ſeu linea colli correſpondente alæ QE non productæ, quare quo magis augetur ala propugnaculi, &c. eo minor fit linea colli. Figura XIV.

Digitized by Google

Quo magis augetur ala propugnaculi eo magis augetur linea defenſionis ſtringentis, dum eadem ala retineat eundem terminum, vel in latere polygoni interioris, vel in linea defenſionis ſtringentis.

Prop. XLI. Theor.

Figura XIV. SIt linea defenſionis ſtringentis G C, ala vero propugnaculi Q E, qua aucta, linea defenſionis ſtringentis augebitur. Producatur primò ala E Q extra triangulum G C E, ſitque E O ala propugnaculi producta, à puncto vero G per punctum O ducatur recta G B terminans in cortina in puncto B; Quoniam recta G B ducta eſt per punctum O exiſtens extra triangulum G C F etiam eadem linea erit extra prædictum triangulum, quæ cum terminetur à cortina erit major recta G C per prop. 32 hujus libri.

ſit ſecundò in figura 19 E H linea defenſionis ſtringentis recta G O ala propugnaculi, quæ producatur in L, ſitque G L ala propugnaculi producta, per cujus terminum L ducatur recta K M parallela ipſi E H, producaturque capitalis N E in M, ita ut duæ rectæ K M, N M coeant in puncto M, & factum erit triangulum M K N æquiangulum triangulo E H N propter duas parallelas H E, K M, quare ita ſe habebit latus H E ad latus K M, ut ſe habet latus N E ad latus N M, latus vero M N ex conſtructione majus eſt latere N E, erit igitur etiam latus K M, ſeu linea correſpondens alæ productæ G F, majus latere H E, ſeu linea correſpondenti alæ non productæ G O.

Sit tertio in eadem figura 19 recta K E linea defenſionis ſtringentis, G F ala propugnaculi, quæ producatur in L, deinde à puncto K per punctum L ducatur recta K M, quæ cum recta K E efficiat angulum M K E, producaturque capitalis N E in M, factumque erit triangulum M K E, in quo, cum angulus M E K ſit major angulo K N E per prop: 16 lib: pri: Eucl: angulus vero K N E ſit major recto, cùm ſit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, etiam angulus K E M major erit recto, & ideo omnium maximus in prædicto triangulo, quare latus K M ipſum ſubtendens, ſeu linea correſpondens alæ productæ G L, majus erit latere

Digitized by Google

tere K E, ſeu linea correſpondente alæ non productæ G F, per prop: 18 lib: pri: Eucl.

Sit quartò in figura 14 ala propugnaculi Q E, quæ producatur infra latus polygoni Æ F in puncto K, per quod ducatur recta R H parallela ipſi Æ F, ſitque Q K ala propugnaculi producta erit R H latus polygoni ipſi correſpondens, in quo terminare debet linea defenſionis ſtringentis, cumque prædictum latus ſit infra latus Æ F ex conſtructione ad hoc ut ipſum tangat, linea defenſionis ſtringentis producenda erit in L, & ſic fiet major, quo magis igitur augetur ala prop: quomodocumque hoc fiat, eo magis augetur linea defenſionis ſtringentis, dum, &c.

Ala propugnaculi quo majorem efficit angulum externum cum cortina eo fit major.

Prop. XLII. Theor.

SIt A E cortina, C I facies propugnaculi, à cujus termino C ducantur tres lineæ, nempe C E, quæ cum cortina faciat angulum rectum C E A, C D, quæ faciat angulum C D A majorem recto, & C B, quæ faciat angulum C B A majorem angulo C D A; his peractis ſi ſtatuatur ala in recta C D, major erit quam ſi ſtatuatur in linea C E, & ſi ſtatuatur in C B major erit quam ſi ſtatuatur in C D. Quoniam tres lineæ C D, D E, E C conſtituunt triangulum C D E, & angulus C E D ex conſtructione eſt rectus, prædictum triangulum erit rectangulum, & C D erit hypothenuſa, cum ſubtendat angulum C E D, qui ex conſtructione eſt rectus. quæ cum major ſit lateribus erit major recta C E, & quia duæ rectę C B, D C connectuntur à recta B D, conſurgit triangulum C B D, in quo angulus C D B ex conſtructione major eſt recto, quare latus C B, ipſum ſubtendens, majus erit cæteris lateribus ſeorſim ſumptis, erit igitur recta C B major recta C D, & per conſequens etiam recta C E, ideoque ala propugnaculi quo majorem angulum externum efficit cum cortina, eo eſt major. Figura XVI.

Digitized by Google

Cortina eo magis augetur quo magis augetur latus polygoni interioris, eadem manente linea colli.

Prop. XLIII. Thor.

Figura XV.

SIt cortina D R, & linea colli hinc inde R A, & D E, latusque polygoni interioris A E, quod ſi augebitur eadem manente quantitate lineæ colli, cortina fiet major. Si enim addatur lineæ A E recta S A, erit S E latus polygoni interioris majus latere A E, à quo ſi abſcindatur recta S T æqualis ipſi D E pro linea colli, remanebit cortina T D major ipſa R D; Cortina igitur eò magis augetur, quò magis augetur latus polygoni interioris, eadem manente quantitate lineæ colli.

Cortina eo magis augetur, quo minuitur facies propugnaculi, eodem manente angulo propugnaculi, & latere polygoni interioris.

Prop. XLIV. Theor.

Figura XIV.

SIt dimidium cortinæ C D, ala propugnaculi D N, & facies N G, à qua abſcindatur portio Q N, ita ut fiat G Q facies minor ipſa G N, & recta C Q major recta C N, à puncto vero Q ducatur recta Q E parallela ipſi N D; his peractis cortina augebitur, oriuntur enim duo triangula, ſive ſint rectangula, ſive obliquangula C N D, C Q E, quæ erunt æquiangula propter duas parallelas N D, Q E; quare ita ſe habebit latus C E ad latus C D, ut latus C Q ad latus C N, latus autem C Q ex conſtructione majus eſt latere C N erit igitur etiam latus C E majus latere C D, ideoque dimidium cortinæ augebitur, & per conſequens tota cortina.

Quo magis augetur linea colli eadem manente ala propugnaculi, iiſdemque manentibus angulis eo major fit capitalis, & facies.

Prop. XLV. Theor.

Figura XVI.

SIt F I capitalis, C I facies, C I F angulus propugnaculi, C E ala ejuſdem propugnaculi, E F linea colli, qua producta eodem ma-

manente angulo propugnaculi, eademque manente ala augebitur tam capitalis, quam facies. Producatur facies I C uſque ad latus polygoni A F, a quo terminetur in puncto M, ita ut fiat triangulum I M F, lineaque colli E F producatur uſque ad punctum G, per quod ducatur recta O H, faciens cum recta A G angulum A G H æqualem angulo A F I, productaque recta M I ad rectam H O quouſque ſimul coeant in puncto H factum erit triangulum M H G; Quoniam duo anguli M F I, M G H ſunt æquales, & angulus I M F, ſeu H M G eſt communis ex conſtructione, duo triangula I M F, H M G erunt ſimilia, quare ita ſe habebit latus M H, ad latus M I, & latus H G ad latus I F, ut ſe habet latus M G ad latus M F, cum autem latus M G ex conſtructione ſit majus latere M F erit etiam latus G H majus latere F I, & latus M H majus latere M I, quare ablata communi linea C M, remanebit facies C H major facie C I, quo magis igitur augetur linea colli eadem manente ala propugnaculi, iiſdemque manentibus angulis, eo major fit capitalis, & facies.

Quò magis augetur capitalis, eodem manente angulo propugnaculi, eademque manente facie, eò minor fit linea colli.

Prop. XLVI. Theor.

SIt F G capitalis, G Q facies, Q E ala propugnaculi, erit E F linea colli, & angulus Q G F erit dimidium anguli propugnaculi, qui cum debeat retinere eamdem quantitatem, eadem manente facie G Q, ad hoc ut capitalis augeatur producenda eſt linea G F verſus H, nam ſi produceretur ad partes G, vel angulus propugnaculi variationē ſubiret, vel facies, ex linea igitur G I abſcindi debet portio G H, quæ major ſit linea G F compoſita ex recta G F, & adjuncta F H, qua ablata à recta I F, remanebit recta I H minor ipſa I F; à punto vero H ducatur recta H R parallela ipſi Æ F, quæ interſecans lineam Q I in puncto K conſtrituet triangulum I K H, cumque duæ rectæ E F, K H ſint ex conſtructione parallelæ duo triangula E F I, K H I erunt æquiangula, quare ita ſe habebit latus K H ad latus E F, ut ſe habet latus I H ad latus I F, per prop. 4 lib. 6 Eucl. latus vero I H minus eſt latere I F ex conſtructione, erit igitur etiam Figura XIV.

latus

latus KH minus latere EF, ideoque linea colli eo fiet minor quò augebitur capitalis, eodem manente angulo propugnaculi, eademque manente facie.

Quò magis augetur capitalis & facies, eadem manente linea colli, & ala propugnaculi, eò minor ſit angulus propugnaculi.

Prop. XLVII. Theor.

Figura XV.

SIt ala propugnaculi GD, linea colli DE, quæ retinere debent eamdem quantitatem, eosdemque terminos, producaturque capitalis EF ad punctum O uſque, ad quod à puncto G ducatur recta GO, quæ erit facies, eritque punctum G terminus communis alæ & faciei, & angulus GOE erit dimidium anguli propugnaculi, qui erit minor angulo GFE. Quoniam prima capitalis EF producta eſt in O, in quo coeunt capitalis EO, & facies GO, recta GF cadet infra rectam GO, cumque eadem linea GF ducta ſit à puncto G termino alæ, & faciei ad capitalem infra faciem GO angulus GFE major erit angulo GOE; quo magis igitur augetur capitalis & facies, eadem manente linea colli, & ala propugnaculi, eo minor ſit angulus propugnaculi.

Quo magis producitur capitalis, & ala propugnaculi, eadem manente linea colli, eodemque manente angulo propugnaculi, eo major ſit facies, quæ erit minori parallela.

Prop. XLVIII. Theor.

Figura XVII.

SIt capitalis DE, ala propugnaculi CF, facies FE, erit CD linea colli, & angulus FED dimidium anguli propugnaculi, quo eodem manente, invariata longitudine lineæ colli, ſi producatur capitalis, & ala propugnaculi, etiam facies augetur. Producatur itaq; capitalis DE uſque in H, ala vero CF uſque in G, punctaque G, & H connectantur facie GH, ita ut angulus DHG ſit æqualis angulo DEF, producanturque duæ rectæ HD, GC quouſque coeant

in

in puncto L,& factum erit triangulum G L H, quod erit ſimile triangulo L F E. Quoniam duo anguli F E L, & G H L ex conſtructione ſunt æquales,& angulus F L E,ſeu G L H eſt communis duo triangula L F E, L G H erunt æquiangula, quare ita ſe habebit latus G H ad latus F E, ut ſe habet latus L H ad latus L E, at latus L H majus eſt latere L E, cum ipſi adddita ſit portio E H, erit igitur etiam latus G H majus latere F E, ideoque ſi producatur capitalis, & ala propugnaculi eadem manente linea colli, eodemque manente angulo propugnaculi facies augebitur.

Quo magis augetur latus polygoni exterioris, & capitalis eo major ſit facies.

Prop: XLIX. Theor.

SIt latus polygoni exterioris Y F,cui ducatur parallela,& æqualis recta L N, ſitque capitalis E F, & facies ipſi correſpondens recta G F,producanturque duæ rectæ E F,L N quouſque coeant in puncto O, ſi ducatur à puncto G ad punctum O recta G O deſcripta erit facies prioris major. Cum enim linea Y F ſit latus polygoni exterioris angulus Y F E erit æqualis dimidio anguli polygoni, quare erit minor recto,at quia recta F G cadit infra rectam Y F, angulus G F E erit minor angulo Y F E, & per conſequens multo minor recto, ejus complementum igitur ad duos rectos, nempe angulus G F O erit major recto, & ideo in triangulo G F O erit omnium maximus,quare etiam latus G O ipſum ſubtendens erit majus latere G F, quo magis igitur augetur latus polygoni exterioris & capitalis eo major ſit facies. Figura XV.

Si linea defenſionis ſtringentis, & ala propugnaculi minuantur, etiam angulus propugnaculi fiet minor, iiſdem manentibus terminis capitalis,cortinæ & lateris polygoni interioris.

Prop: L. Theorema.

SInt duæ lineæ defenſionis ſtringentis G B major, & G C minor, ſitque recta O E ala propugnaculi major terminata à linea de- Figura XV.

fenſionis ſtringentis majore G B in puncto O, & ala Q E ſit portio ejusdem O E interſecta à linea G C in puncto Q; his poſitis linea G C faciet cum capitale F G angulum C G F minorem angulo B G F, quem facit linea B G cum eadem capitale F G. Quoniam linea G C minor eſt linea G B, & interſecat rectam O E, cadet infra lineam G B, quare dividet latus B F trianguli B F G in duas partes B C, C F, ideoque etiam angulus B C F diviſus erit in duos angulos B G C, C G F, cum ſit oppoſitus lateri B F, erit itaque angulus C G F minor angulo B G F, cum ſit pars ejusdem, ſi igitur linea defenſionis ſtringentis & ala minuantur, &c. dimidium anguli propugnaculi, & per conſequens totus angulus propugnaculi minuetur.

Quò major ſit linea defenſionis ſtringentis, & ala propugnaculi, eò minor ſit ala cortinæ eadem manente longitudine cortinæ.

Prop. LI. Theorema.

Figura XIV. SIt linea defenſionis ſtringentis G C, & cortina A E, erit recta C A ala cortinæ, quæ eò erit minor, quò major erit linea defenſionis ſtringentis. A puncto G ducatur recta G B extra triangulum G C F, quæ erit major recta G C, & abſcindet ex cortina A E portionem B C, quæ ſi auferatur à recta A C, remanebit ala cortinæ A B minor ala A C.

Producatur ſecundò linea defenſionis ſtringentis G C uſque in punctum L per quod ducatur recta R H parallela ipſi Æ F, quæ repræſentet latus polygoni interioris reſpondens lineæ defenſionis ſtringentis productæ G L, & ſuper prædictum latus cadat ala propugnaculi Q E producta uſque in K, factumque erit triangulum Q L K; Cumque duæ rectæ C E, L K ſint ex conſtructione parallelæ duo triangula Q L K, Q C E erunt æquiangula, quare per prop:4 lib:6 Eucl: ita ſe habebit latus L K ad latus C E, ut latus Q L ad latus Q C, latus autem Q L ex conſtructione majus eſt latere Q C, erit igitur etiam latus L K majus latere C D, duæ autem cortinæ A E, M K ex hypotheſi ſunt æquales quare ſi ab ipſis auferantur portiones inæquales, nempe rectæ M K portio L K, & rectæ A E portio C E, quò major erit recta L K ipſius C E, eo minor erit recta

Digitized by Google

recta M L ipſius A C per ax: 19 lib.pri. Eucli: quare quò major ſit linea defenſionis ſtringentis, & ala propugnaculi eò minor ſit ala cortinæ,&c.

Quò major ſit capitalis, eo maior ſit linea defenſionis ſigentis.

Prop: LII. Theorema.

SIt capitalis D E, & linea defenſionis figentis E B, quæ fiet major ſi augebitur eadem capitalis: Si enim producatur recta D E in H, ita ut D H ſit capitalis producta, & à puncto H ad punctum B ducatur recta H B, hæc erit linea defenſionis figentis reſpondens capitali D H major linea B E; Quoniam eadem linea B E cadit infra lineam B H conſtituet triangulum B E D, in quo cum angulus B D E ſit complementum dimidij anguli polygoni, erit major recto, ex quo ſequitur quod angulus B E D ſit minor recto, & angulus B E H, ut pote ejus complementum ad duos rectos, ſit major recto, qui hac de cauſa in triangulo B H E erit omnium maximus, quare etiam latus B H ipſum ſubtendens erit majus latere B E, quo major igitur fiet capitalis eo major fiet linea defenſionis figentis. Figura XVII.

Quo magis augetur cortina, eo magis augetur linea defenſionis ſigentis.

Prop. LIII. Theorema.

SIt cortina C B, & capitalis D H, erit linea defenſionis figentis H B, at ſi producatur cortina C B uſque in A, erit linea defenſionis figentis A H major linea H B. Cum enim in triangulo H B D latus D H ſit omnium minimum, erit etiam angulus H B D omnium minimus per prop. 19 lib. pri. Eucl: ideoque minor recto, quare angulus H B A erit major recto, cum ſit ejus complementum ad duos rectos, & per conſequens in triangulo A B H erit omnium maximus, quem cum ſubtendat latus A H erit etiam omnium laterum maximum, ideoque majus latere H B, quò magis igitur augetur cortina, eò magis augetur linea defenſionis figentis. Figura XVII.

Digitized by Google

Quo maior ſit angulus polygoni, eo minor ſit linea defenſionis ſtringentis, eodem tamen manente angulo propugnaculi, iiſdemque manentibus terminis alæ & faciei.

Prop. LIV. Theor.

Figura XIX.

SIt dimidium anguli polygoni angulus A D P, linea defenſionis ſtringentis E B, facies E O, ala propugnaculi O C; his poſitis quo major fiet dimidium anguli polygoni, & per conſequens angulus polygoni, linea defenſionis ſtringentis eo fiet minor. Ducatur itaque per punctum C recta I N interſecans lineam A D in eodem puncto C, quæ cum portione radij N P faciat angulum I N P majorem angulo A D P, ad partes autem N cadat infra lineam AD, ad partes I remanebit ſupra prædictam lineam, ideoque interſecabit triangulum O C B, ejusque latus O B dividet in duas partes O H, H B, quare linea O H minor erit linea O B, cum ſit pars ejusdem, at ſi addatur communis facies E O fiet linea E H minor linea E B, cumque linea E H ſit linea defenſionis ſtringentis correſpondens angulo majori I N P, & linea C B ſit linea defenſionis ſtringentis correſpondens angulo minori A D P, ſequitur quod linea defenſionis ſtringentis eo ſit minor, quo major ſit angulus polygoni, &c.

In munimentis rectangulis, quo major ſit angulus polygoni, & minuitur linea defenſionis ſtringentis iiſdem manentibus terminis faciei, eodemque manente angulo propugnaculi eo minor ſit ala propugnaculi.

Prop. LV. Theor.

Figura XIX.

SIt dimidium anguli polygoni A D P, & dimidium anguli propugnaculi O E C, erit facies E O, ala propugnaculi O C, & angulus alæ & cortinæ O C B, qui erit rectus per ea, quæ dicta ſunt in iſagoge; his poſitis per punctum C ducatur recta I N, quæ cum portione radij D P faciat angulum I N P majorem angulo B D P, ad quam à puncto O ducatur perpendicularis O G, factumque erit

erit triangulum O G C, in quo angulus O G C erit omnium maximus, cum ſit ex conſtructione rectus, ideoque latus O C ipſum ſubtendens erit majus latere O G, cum ſit omnium laterum maximum, latus autem O C repræſentat alam correſpondentem angulo polygoni minori, & latus O G alam correſpondentem angulo majori, quare quo majus erit dimidium anguli polygoni, & per conſequens quo magis augebitur angulus polygoni, &c. eo minor erit ala propugnaculi.

Quo major erit angulus polygoni, & ala propugnaculi eo major erit linea defenſionis ſtringentis, eadem manente quantitate cortinæ, & faciei in munimento rectangulo.

Prop. LVI. Theor.

SIt cortina I G æqualis cortinæ A C, in quarum medietatibus K, & B cadant duæ lineæ defenſionis ſtringentis Q K, E B, ſitque dimidium anguli polygoni P N G majus angulo P D C, & ala propugnaculi F G major ſit ala O C; his poſitis etiam linea defenſionis ſtringentis Q K major erit linea E B; Cum enim duo triangula O B C, F K G ex conſtructione ſint rectangula, quadrata laterum B C, O C ſimul ſumpta æquantur quadrato hypothenuſæ O B per prop: 47 lib: pri: Eucl: eademque ratione quadrata duorum laterum K G, F G æquantur quadrato hypothenuſæ F K, quadratum vero lateris B C æquale eſt quadrato lateris K G per prop: 36 lib: pri: Eucl: (ſunt enim ambo ſuper æqualibus baſibus conſtituta) at quadratum lateris F G majus eſt lateris O C quadrato, cum latus F G ex conſtructione majus ſit latere O C, ideoque quadrata duorum laterum K G, K F ſimul ſumpta majora erunt quadratis duorum laterum B C, C O ſimul ſumptis; quare quadratum lateris K F, æquale quadratis duorum laterum K G, G F, majus erit quadrato lateris B O, æquale quadratis laterum B C, C O, & K F latus majoris quadrati majus erit B O latere minoris quadrati, quod ſi rectis K F, B O addantur æquales lineæ, nempe facies F Q, O E conſurget linea K Q major linea B E; quo major igitur erit linea defenſionis ſtringentis, &c. Figura XIX.

Digitized by Google

Quo magis augetur latus polygoni eo magis augetur radius eodem manente angulo centri.

Prop. LVII. Theor.

Figura XVIII.

SIt latus polygoni C D, duoque radij C E, D E concurrentes ambo in punctū E, erit C E D angulus centri, quo eodem manente ſi producatur latus polygoni duo radij fient majores. Producatur itaque latus polygoni D C uſque in B, ſitque B D latus polygoni productum, à punctis vero B, & D ducantur duo radij B A, D A, inter ſe æquales concurrentes ambo in punctū A, ita ut faciant angulum B A D æqualem angulo C E D; & factum erit triangulum B A D, quod cum habeat angulum centri B A D æqualem angulo C E D, etiam anguli A B D, A D B erunt æquales angulis E C D, E D C, cum tam anguli A B D, A D B ſimul ſumpti, quam anguli E C D, E D C ſimul ſumpti ſint per prop: 32 lib: pri: Eucl: complementum ad duos rectos anguli B A C, & C E D, qui ex conſtructione ſunt æquales, anguli autem A B D, A D B, nec non E C D, E D C ſeorſim ſumpti continent dimidium prædicti complementi per prop: 5 lib. pri. Eucl: cum duo radij ex conſtructione ſint æquales, quare duo triangula B A D, D C E erunt æquiangula, ideoque ut ſe habebit latus D B ad latus D C, ita ſe habebit latus B A ad latus C E, latus autem D B majus eſt ex conſtructione latere D C, erit igitur etiam latus B A majus latere C E, quo magis itaque augebitur latus polygoni, eo major fiet radius.

Quo minor fit angulus polygoni eadem manente quantitate lateris polygoni eo minor fit radius, & eo major fit angulus centri.

Prop. LVIII. Theor.

Figura XVIII.

SIt latus polygoni B D, dimidium anguli polygoni ſit angulus F D B, ſeu F B D, & radius B F, ſeu D F, qui fiet minor quo minus erit dimidium anguli polygoni, & per conſequens quo minor erit angulus polygoni, eritque eo major angulus centri. Ducantur itaque à punctis B, D duo radij B A, D A coeuntes in puncto A, qui cum recta B D faciant duos angulos A B D, A D B minores duo-

bus

bus angulis FBD, FDB, prædicti duo radij interſecabunt duos angulos FBD, FDB, ideoque cadent intra triangulum BFD, quare per prop. 21 lib. pri. Eucl. duæ rectæ BA, DA ſimul ſumptæ æquales ſunt duabus rectis BF, DF ſimul ſumptis, & angulus BAD per citatam propoſitionem major eſt angulo BFD, cumque ex conſtructione duæ rectæ BF, DF ſint inter ſe æquales, nec non duæ rectæ BA, DA tam recta DF, quam recta BF erit major recta BA, ſeu DA; quo minor igitur ſit angulus polygoni, &c. eo minor ſit radius, & eo major angulus centri.

In munimentis rectangulis linea defenſionis ſtringentis cadens in medio cortinæ erit major cortina, dum facies non ſit minor dimidio cortinæ.

Prop. LIX. Theorema.

CAdat BG linea defenſionis ſtringentis in G medietatem cortinæ cD, ſitque BF facies, FG vero pars lineæ defenſionis ſtringentis, quæ cum ala propugnaculi FD perpendiculariter erecta ſuper cortina, & dimidio ejuſdem cortinæ GD, efficit triangulum rectangulum FGD, habens angulum rectum GDC; his poſitis tota linea GB major erit cortina cD; cum enim facies eſſe non debeat minor dimidio cortinæ erit FB, vel æqualis vel major ipſa CG, at FG major eſt recta GD, cum ſit hypothenuſa trianguli rectanguli FGD, quare tota GB major erit cortina cD; linea igitur defenſionis ſtringentis cadens in medio cortinæ major erit ipſa cortina. Figura IV.

Si in dodecagono linea defenſionis ſtringentis terminabit in medio cortinæ, & erit æqualis facies dimidio cortinæ, angulusque propugnaculi erit rectus; ala propugnaculi faciens angulum rectum cum cortina erit major dimidio faciei.

Prop. LX. Theor.

SIt facies AC æqualis dimidio cortinæ GD, lineaque defenſionis ſtringentis DA cadat in medio cortinæ D, ſitque angulus propugnaculi rectus, cujus dimidium CAK ſit grad: 45; his poſi- Figura XIII.

tis

tis ala propugnaculi erit minor dimidio faciei; cum enim angulus polygoni ſit grad: 150, ut pote angulus dodecagoni erit angulus GKQ grad: 75, cum ſit ejus dimidium, à quo ſi ſubtrahatur angulus DAK ex hypotheſi grad: 45 conſurget angulus CDG grad: 30, cumque in triangulo CGD angulus DCG ſit rectus erit linea CD hypothenuſa, & per conſequens major linea GD, ſeu AC ipſi æqualis per axio: primum lib. pri. Eucl: cum vero CD ſe habeat ad CG, ut ſinus totus ad ſinum anguli CDG, prædictus vero ſinus CDG ſit dimidium ſinus totius, etiam recta CG erit dimidium ipſius CD, & per conſequens major dimidio ipſius DG, ſeu faciei ipſi æqualis.

Si cortina erit pedum 480, & facies ſit æqualis dimidio cortinæ, lineaque defenſionis ſtringentis non extendatur ultra medietatem cortinæ, linea defenſionis figentis non perveniet ad pedes 800.

Prop. LXI. Theor.

Figura XIII. SIt polygonum dodecagonum, in quo reperietur linea defenſionis ſtringentis maxima per, ea quæ dicta ſunt in prop: 56 hujus libri, quam repræſentet recta AD terminans in medio cortinæ D, & facies propugnaculi ſit AC æqualis ipſi GD, dimidio cortinæ PG, quæ ponitur pedum 480; his poſitis linea defenſionis figentis non poterit pervenire ad pedes 800. Cum enim in triangulo rectangulo GCD notum ſit latus GD ut pote dimidium cortinæ ex hypotheſi pedum 240, notusque ſit angulus rectus, ex conſtructione DGC, & angulus CDG, ut in antecedenti propoſitione demonſtratum eſt, grad: 30, etiam latus CG innoteſcet, ſi fiat ut ſinus totus ad 57735 tangentem anguli CDG grad: 30, ita latus GD pedum 240 ad latus CG, quod invenietur pedum 138.5.6.4, cumque in antecedenti propoſitione probatum ſit alam eſſe in proportione ſubdupla lineæ CD erit eadem CD pedum 277.1.2.8, cui ſi addatur facies AC erit tota AD pedum 517.1.2.8, quibus additis pedibus 240 rectæ PD ſumma erit pedum 757.1.2.8, ad quam pervenire non poterit recta AP per prop: 20 lib. pri. Eucl.

Con-

Digitized by Google

Concluſio.

EX demonſtratis theorematibus, omnia accidentia ferè, quæ ex variatione tam linearum, quam angulorum in munimentis oriuntur, colligi poſſe exiſtimamus, quibus cognitis facile erit evitare ea, que debiliora reddere ſolent eadem munimenta; ex quantitate enim linearum percipietur vis, & magnitudo defenſionum, quæ alterantur, dum lineæ, & anguli mutantur. Si quis itaque obſervaverit aliquam lineam non habere debitam quantitatem poterit ipſam vel augere, vel minuere, augendo vel minuendo alias lineas, vel angulorum quantitatem, prout opus fuerit, ut ſi ala propugnaculi fuerit nimis brevis eam augere poterit augendo quantitatem anguli propugnaculi, & lineæ defenſionis ſtringentis, vel minuendo faciem, vel lineam colli ſi ſatis amplæ fuerint, ſic ſi linea defenſionis figentis erit nimis longa eam minuere poterit minuendo capitalem, vel cortinam; tali modo procedendo omnes partes munimenti reducere poterit ad eam quantitatem, quam magis aptam ad ipſum rectè muniendum cognoverit.



Digitized by Google

GEOMETRIÆ MILITARIS.

LIBER SECVNDVS.

Definitiones ad munimentorum regularium duplicium, & triplicium, tam rectangulorum, quam obliquangulorum delineationem ſpectantes.

OMnes definitiones angulorum nec, non linearum ſpectantes ad delineationem munimentorum ſimplicium, ſpectant etiam ad delineationem munimentorum duplicium &,triplicium tam rectangulorum, quam obliquangulorum, quænam vero dicantur munimenta duplicia,& quæ triplicia, quæ rectangula, & quæ obliquangula in iſagoge dictum eſt, quare paucas definitiones adijciemus.

1. Platea ſuperior eſt ſpatium inter duas facies, & duas alas propugnaculi,incluſum.

2. Secunda platea inferior eſt ſpatium inter lineam ad partes alæ propugnaculi plateam ſuperiorem terminantem, & lineam alæ parallelam exterius ductam,incluſum.

3. Tertia platea eſt ſpatium inter lineam exterius terminantem ſecundam plateam, & lineam ipſi parallem, & exterius ductam,incluſum.

4. Humerus eſt pars alæ progugnaculi,quæ plateas tegit.

Axio-

Axiomata.

1. Linea colli ſit quam fieri poteſt maxima.

2. Ala propugnaculi ſit quam fieri poteſt maxima.

3. Latitudo uniuſcujusque plateæ tanta ſit ut tormenta comodè aptari, & explodi poſſint.

4. Humerus abſcondere debet unum tormentum in unaquaque platea, ita ut non poſſit ledi à tormentis inimicorum.

5. Linea defenſionis ſtringentis, & figentis eſt eadem, cujus longitudo extendi non debet ultra ictum bombardæ manualis.

6. In munimentis tamen multorum laterum poteſt dari linea defenſionis ſtringentis, & defenſionis figentis diverſæ longitudinis.

Annotatio.

IN demonſtrandis propoſitionibus antecedentis libri præcipuè illis, quæ ope trigonometriæ reſſolvendæ fuerunt, diffusè egimus adhoc ut memoriæ revocaremus fundamenta trigonometrica, & appareret qua ratione ſupputationes inſtitutæ eſſent, nunc quia in ſequentibus eadem triangula conſideranda ſunt, breviores erimus, operationesque ſtatim demonſtrabimus, citandò tantùm propoſitiones Euclidis, & etiam noſtras ubi opus erit.

Super dato munimento quadrato ſimplici munimentum quadratum duplex rectangulum delineare.

Prop. I. Probl.

DEſcribatur munimentum quadratum ſimplex per prop. 21 lib. pri. producanturque duæ lineæ defenſionis ſtringentis quousque ſimul coeant, nec non alæ progugnaculorum, ita ut linea defenſionis ſtringentis cadat in medium cortinæ, ſitque CG cortina ejusdem quadrati, H E, vel V E linea defenſionis ſtringentis, H M, vel V S facies, quæ erit æqualis dimidio cortinæ per citatam propoſitionem, & M G, vel S C ala propugnaculi, erit E V A, ſeu E H I dimidium anguli propugnaculi grad: 30 per prop. 5 lib. 1, & M E G, ſeu S E C angulus defenſionis interior gr: 15 per prop. 6 lib. 1, angulusque E M G, ſeu C S D erit grad: 75 per prop. 7 lib. 1. Figura XXV.

Digitized by Google

His præcognitis ponatur cortina C G pedum 480, à qua abſcindantur duæ portiones C D, F G, quarum unaquæque ſit æqualis octavæ parti cortinæ, & ſic continebit pedes 60, tantaque erit latitudo plateæ inferioris, deinde à punctis D, & F ducantur parallelæ ipſis E H, E V duæ rectæ D W, F X, producanturque duæ capitales I W, A X quouſque cum ipſis coeant in punctis W, & X, nec non duæ alæ M G, S C donec prædictas D W, F X tangant in punctis e, f, quibus parallelæ ducantur à punctis D, & F rectæ D Y, F Z terminatæ à lineis defenſionum D W, F X in punctis Y, & Z. His peractis ut ala C f nota fiat conſiderandum eſt triangulum f C F, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus C F pedum 420, quod oritur ſubducendo pedes 60 à ped: 480 cortinæ, ut latus C f innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 26794 tangens anguli f F C ad latus f C, quod invenietur pedum 112.5.3.4, tantaque erit quantitas alæ, lineaque f F conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 103527 ſecans anguli f F C grad: 15 ad hypothenuſam f F, quæ invenietur pedum 434.8.1.3, cui æqualis eſt recta D e; ut vero F Z reperiatur à puncto Z ad rectam G e ducatur recta Z r parallela ipſi F G, & constructum erit triangulum Z e r æquiangulum triangulo M E G per prop: 29 lib. pri. Eucli: quare in prædicto triangulo noti erunt anguli, notumque latus Z r æquale lineæ F G ped: 60, ut igitur latus, e r, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus Z r pedum 60, ita 26794 tangens anguli e Z r grad: 15 ad latus, e r, quod invenietur pedum 16.0.7.6, quibus ablatis à pedibus 112.5.3.4 rectæ G e, remanebit recta G r pedum 96.4.5.8, cui æqualis eſt recta F Z per prop: 33 lib: pri: Eucl: ipſique æqualis erit recta D Y, & ut hypothenuſa Z e conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus Z r pedum 60, ita 103527 ſecans anguli e Z r grad: 15 ad hypothenuſam Z e, quæ invenietur pedum 62.1.1.6, cui æqualis erit recta f Y. Nunc ut recta f X reperiatur ſic procedendum eſt; à puncto f ad punctum V ducatur recta f V, ita ut fiant duo triangula f V S, f V X, deinde conſideretur triangulum f V S, in quo, cum duo anguli V S f, C S E ſint ad verticem, angulus V S f erit æqualis angulo C S E, nempe grad: 75, notumque erit latus V S pedum 240, ut potè facies munimenti ſimplicis, nec non latus S f pedum 48.2.2.9, cum ſit differentia inter alam C S ped: 64.3.0.5, per prop: 8 lib: pri: & alam C f nuper inventam ped: 112.5.3.4, quare ut angulus f V S innoteſcat, fiat ut aggregatum

duo-

duorum laterum V f, f S pedum 288.2.2.9 ad eorum differentiam pedum 191.7.7.1, ita 130322 tangens ſemiſummæ angulorum S f V, S V f grad: 52.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 86708, cui in canone tangentium reſpondent grad: 40. 56, qui additi ſemiſummæ conſtituunt angulum V f S grad: 93. 26, ablati vero conſtituunt angulum f V S grad: 11. 34, cui æqualis eſt angulus V f X, propter duas parallelas V E, X F per prop: 29 lib. pri: Eucl: habitis angulis, ut latus V f innoteſcat, fiat ut 99820 ſinus anguli V f S grad: 93. 26 ad latus V S pedum 240, ita 96592 ſinus anguli V S f grad: 75 ad latus V f, quod invenietur pedum 232.2.3.8, quo invento conſiderandum eſt triangulum V f X, in quo noti ſunt duo anguli V X f, V f X ut ex dictis patet, & per conſequens notus erit angulus X V f per prop: 32 lib: pri: Eucl: grad: 138.26, quare ut latus X f innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli V X f grad: 30 ad latus V f pedum 232.2.3.8, ita 66349 ſinus anguli X V f grad: 138.26 ad latus X f, quod invenietur pedum 308.1. 7.5 tantaque erit quantitas faciei reſpondentis alæ f C, dum propugnaculum non habuerit humeros, quod ſi habuerit humeros facies erit recta X Y, quæ ut conſurgat addantur pedes 62.1.1.6 rectæ f Y pedibus 308.1.7.5, & prodibit recta X Y pedum 370 2. 9.1; at ſi pedibus 434.8.1.3 rectæ f F addantur pedes 308.1.7.5 rectæ X f linea defenſionis X F prodibit pedum 742.9.8.8. Vt vero linea colli innoteſcat conſiderandum eſt triangulum A X F, in quo noti ſunt omnes anguli, notumque eſt latus X F, ut ex dictis patet, quare ut latus A F conſurgat, fiat ut 70710 ſinus anguli X A F grad: 135 ad latus X F pedum 742.9.8.8, ita 50000 ſinus anguli A X F grad: 30 ad latus A F, quod invenietur pedum 525.3.7.6, à quibus ablatis pedibus 420 rectæ C F, remanebit portio C A pedum 105. 3.7.6, tantaquæ erit quantitas lineæ colli, & ſic inventæ erunt omnes partes in prædicto munimento, excepto humero, de quo alibi.

Super dato munimento exagono ſimplici munimentum duplex rectangulum delineare, linearumque quantitatem invenire.

Prop. II. Probl.

DEſcibatur munimentum exagonum ſimplex, ſitque C G cortina, in cujus medium E cadant duæ lineæ defenſionis ſtrin- Figura XXVI.

 gentis

gentis V E,H E, in quibus abſcindantur facies V S, H M æquales dimidio cortinæ, à punctis vero S, & M ducantur alæ propugnaculorum S C, M G; his peractis abſcindantur ex cortina C G duæ portiones C D, C F æquales quarta parte faciei, à punctis vero D, & F ducantur duæ rectæ F X, D W parallelæ ipſis E V, E H, producanturque capitales I H, A V quouſque coeant cum rectis F X, D W in punctis X, & W, & alæ C S, G M quousque ipſas tangant in punctis f, & e, quæ omnia translata ſuper cætera polygoni latera delineatum munimentum erit, in quo dimidium anguli polygoni erit grad:60, cujus complementum ad duos rectos, nempe angulus X A G erit grad:120, additis vero gradibus 15 dimidio anguli polygoni, prodibit per prop: 3 lib:1 angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium, ſeu angulus A X f erit grad: 37.30, quibus ablatis à grad:60 dimidij anguli polygoni conſurget angulus f F C grad: 22.30 per prop: 6 lib:1. His præcognitis ſupponatur cortinam C G eſſe pedum 480, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ F G, remanebit recta C F pedum 420, quare in triangulo rectangulo f C F noti erunt omnes anguli, notumque erit latus C F, ut latus igitur f C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 41421 tangens anguli C F f graduum 22.30 ad latus f C, quod invenietur pedum 173.9.6.8, cui æqualis eſt recta G e, ut vero terminantis plateæ inferioris lineæ quantitas nota fiat, à punctis D, & F ducantur rectæ D Y, F Z, & à puncto Z ducatur recta Z r, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, deinde ut latus, e r, innoteſcat fiat ut ſinus totus ad latus Z r pedum 60, ita 41421 tangens anguli e Z r grad:22.30 ad latus e r, quod invenietur pedum 24.8.5.2, quibus ablatis à pedibus 173.9.6.8 prodibit recta G r, cui æqualis eſt recta Z F, eritque pedum 149.1.1.6, & ut hypothenuſa Z e conſurgat fiat ut ſinus totus ad latus Z r pedum 60, ita 108239 ſecans anguli e Z r grad:22.30 ad hypothenuſam Z e, quæ invenietur pedum 64.9.4.3, cui æqualis eſt recta f Y. Nunc ut recta X f nota fiat, primò ducatur recta V f, ut ſupra, ita ut fiant duo triangula S f V, V X f, ſecundò inveniatur recta S C, quæ prodibit, ſi fiat ut ſinus totus ad latus F C pedum 240, ita 41421 tangens anguli S E C grad:22.30 ad latus S C, quod invenietur pedum 99.4.1.0, quibus ablatis à pedibus 173.9.6.8 rectæ C f, remanebit recta S f pedum 74.5.5.8; in triangulo igitur f V S nota erunt duo latera, S f jam inventum, & latus V S pedum 240, cum ſit facies munimen-

nimenti ſimplicis, notusque erit angulus V S f grad: 67.30, cum ſit æqualis angulo C S E per prop. 13 lib. 1 Eucl: qui eſt complementum anguli S E C ad quadrantem, quare ut cæteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 314. 5.5.8 ad eorum differentiam, ita 149660 tangens ſemiſummæ angulorum S f V, S V f grad: 56. 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 78713, cui in canone tangentium reſpondent grad: 38.13, qui ablati à ſemiſumma grad: 56.15 conſtituunt angulum minorem f V S grad: 18.2, additi vero ſemiſummæ conſtituunt angulum majorem V f S grad: 94.28; cognitis angulis, ut latus f V innoteſcat, fiat ut 99696 ſinus anguli S f V grad: 94.28 ad latus V S pedum 240, ita 92387 ſinus anguli f S V grad: 67.30 ad latus f V, quod invenietur pedum 222.4.0.4, quo habito conſiderandum eſt triangulum f V X, in quo cum notum ſit latus V f inventum, notique ſint anguli, ut conſideranti patebit, ut latus X f innoteſcat, fiat ut 60876 ſinus anguli V X f grad: 37.30 ad latus V f pedum 222.4.0.4, ita 82445 ſinus anguli X V f grad: 124.28 ad latus X f, quod invenietur pedum 301.2.0.4, tantaque erit facies, dum propugnaculum non habuerit humeros, additis vero pedibus 64.9.4.3, tota facies X Y prodibit pedum 366.1.4.7, qua inventa, ut linea defenſionis reperiatur, conſiderandum eſt triangulum f C F, in quo cum noti ſint anguli ut ex dictis patet, notumque ſit latus C F, ut hypothenuſa F f innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 108239 ſecans anguli C F f grad: 22.30 ad hypothenuſam f F, quæ invenietur pedum 454.6. 0.3, quibus additis pedibus 301.2.0.4 rectę X f, tota X F conſurget pedum 755.8.0.7. Linea vero colli, cum remaneat ejusdem quantitatis ac in munimento ſimplici, ea nota fiet ſi inventa fuerit in eodem munimento ſimplici, conſideretur itaque triangulum S C E, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus E C pedum 240, ut hypothenuſa S E innoteſcat fiat ut ſinus totus ad latus C E ped: 240, ita 108239 ſecans anguli S E C grad: 22.30 ad hypothenuſam S E, quæ invenietur pedum 259.7.7.3, quibus additis pedibus 240 faciei V S, conſurget linea defenſionis ſtringentis V E pedum 499.7.7.3, deinde fiat ut 86602 ſinus anguli E A V ad latus V E pedum 499.7.7.3, ita 60876 ſinus anguli E V A grad: 37. 30 ad latus E A, quod invenietur pedum 351.3.1.0, à quibus ablatis pedibus 240, remanebit linea colli C A pedum 111,3.1,0.

Super.

Super dato munimento ſimplici dodecagono, munimentum duplex rectangulum delineare, linearumque quantitates invenire.

Prop: III. Probl.

Figura XXVII.

DEſcribatur munimentum dodecagonum ſimplex, in quo linea defenſionis ſtringentis cadat in medium cortinæ, ſitque C G cortina, quæ ſtatuatur pedum 480, H M, vel V S facies pedum 240 G M, vel C S ala propugnaculi pedum 138.5.6.4. per prop. 24 lib. 1, ſitque angulus propugnaculi grad: 90, erit ejus dimidium, ſeu angulus A V S grad: 45, angulus vero S E C grad: 30, & angulus E S C grad: 60 per citatam propoſitionem, angulusque V A E erit grad: 105, cum ſit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos; his poſitis abſcindantur duæ portiones C D, F G, ut ſupra, ducanturque duæ rectæ D W, F X parallelæ ipſis E H, E V, producanturque duæ alæ C S, G M, in f, & e, ipſisque ducantur parallelæ duæ rectæ D Y, F Z, & à puncto Z ducatur recta Z r parallela ipſi F G, ut in ſuperioribus propoſitionibus factum eſt, deinde conſideretur triangulum f C F, in quo cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus C F pedum 420, ut in antecedentibus propoſitionibus, ut latus f C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 57735 tangens anguli C F f grad. 30 ad latus f C, quod invenietur pedum 242.4.8.7, & ut hypothenuſa inveniatur, fiat ut 50000 ſinus anguli f F C grad: 30 ad latus f C pedum 242.4.8.7, ita ſinus totus ad hypothenuſam f F, quæ invenietur pedum 484.9.7.4, qua habita indaganda erit quantitas rectę f X, ductaque recta V f conſideretur triangulum f V S, in quo notus eſt angulus V S f per prop: 15 lib: pri: Eucl: grad: 60, notumque eſt latus V S ex hypotheſi pedum 240, nec non latus f S pedum 103.9.2.3, cum ſit differentia inter alam C S, & alam C f, quare ut cęteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 343.9.2.3 ad eorum differentiam pedum 136.0.7.7, ita 173205 tangens ſemiſummæ angulorum S f V, S V t grad: 60 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 68530, cui in canone tangentium reſpondent gradus 34.25, qui additi ſemiſummæ conſtituunt angulum V f S grad: 94.25, ablatis vero à ſemi-

à ſemiſumma angulus f V S conſurget grad: 25.35, ideoque anguli omnes noti erunt, quare ut latus V f innoteſcat, fiat ut 99703 ſinus anguli V f S grad: 94.25 ad latus V S pedum 240, ita 86602 ſinus anguli V S f grad: 60 ad latus V f, quod invenietur pedum 208.4.6.3, quo invento conſiderandum eſt triangulum X V f, in quo notus eſt angulus V X f ex hypotheſi grad: 45, nec non angulus V f X grad: 25.35, cum ſi æqualis angulo f V S per prop: 29 lib. 1 Eucl. & per prop: 32 lib. 1 Eucl: etiam angulus X V f notus erit grad: 109.25, notumque eſt latus V f inventum ſuperius, quare ut latus X f innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli V X f grad: 45 ad latus V f pedum 208.4.6.3, ita 94312 ſinus anguli X V f grad: 109.25 ad latus X f, quod invenietur pedum 278.0.4.5, tantaque erit quantitas faciei correſpondentis alæ C f, quando propugnaculum non habebit humeros, ut vero tota X Y, ſeu ipſi æqualis W Z conſurgat, conſiderandum eſt triangulum e Z r, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus Z r pedum 60, ut hypothenuſa Z e conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus Z r ped: 60, ita 115470 ſecans anguli e Z r grad: 30 ad hypothenuſam Z e, quæ invenietur pedum 69.2.8.2, quibus additis pedibus 278.0.4.5 rectæ W e, ſeu X f, tota X Y conſurget pedum 347.3.2.7, & ut latus e r reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam Z e pedum 69.2.8.2, ita 50000 ſinus anguli e Z r grad: 30 ad latus e r, quod invenietur pedum 34.6.4., quibus ablatis à pedibus 242.4.8.7 rectæ G e, ſeu C f, remanebit recta G r pedum 207.8.4.6, cui æqualis eſt recta F Z, ſeu D Y per prop. 33 lib. 1. Eucl: linea vero defenſionis prodibit pedum 763.0.1.9 addendo pedibus 278.0.4.5 rectæ X f pedes 484.9.7.4 rectæ f F, qua habita ut linea colli innoteſcat, conſiderandum eſt triangulum A X F in quo, cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus X F, ut latus A F innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli X A F ad latus X F pedum 763.0.1.9, ita 70710 ſinus anguli F X A grad: 45 ad latus A F, quod invenietur pedum 558.6.3.2, à quibus ablatis pedibus 420 rectæ C F, remanebit portio A C pedum 138.6.3.2, tantaque erit linea colli.

Annotatio.

EX his tribus propoſitionibus patet, quod mediante munimento ſimplici rectè conſtrui poteſt munimentum duplex rectangulum,

 gulum,

gulum, linea enim defenſionis nunquàm excedere poteſt ictum bombardæ manualis, nam cum in dodecagono inventa ſit pedum 673.1.0.7 in alijs polygonis minorem numerum laterum habentibus ſemper erit minor per prop:56 lib: pri: lineaque colli eſt ſatis ampla; in ſequentibus vero demonſtrabimus quod eadem ſemper manente quantitate lineæ defenſionis, & lineæ colli munimentum conſtrui poſſit.

In munimento quadrato duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. IV. Probl.

Figura XXV.

SIt linea defenſionis XF pedum 750, & linea colli AC pedum 120, angulusque propugnaculi ſit grad: 60, erit ejus dimidium, nempe angulus AXF grad: 30, & angulus defenſionis interior XFA grad: 15, ut alias dictum eſt, quo mediante invenietur angulus CfF grad: 75, angulusque fCF ex conſtructione eſt rectus; in triangulo igitur AXF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus XF ex hypotheſi pedum 750, quare ut latus AF innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli XAF grad: 135 ad latus XF pedum 750, ita 50000 ſinus anguli AXF grad: 30 ad latus AF, quod invenietur pedum 530. 3. 3. 3, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli AC, remanebit recta CF pedum 410. 3. 3. 3, quibus additis pedibus 60 portionis FG, per prop. 1 hujus libri, tota cortina GC conſurget pedum 470. 3. 3. 3, ut vero ala propugnaculi nota fiat, conſiderandum eſt triangulum fCF, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus CF, ut latus fC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 410. 3. 3. 3, ita 26794 tangens anguli CFf grad. 15 ad latus Cf, quod invenietur pedum 109.9.4.4, & hypothenuſa fF conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 410.3.3.3, ita 103527 ſecans anguli CFf grad: 15 ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 424.8.0.5, quibus ablatis à pedibus 750 rectæ XF conſurget recta Xf pedum 325.1.9.5 quæ erit facies reſpondens alę Cf, cui addita recta fY pedum 62.1.1.6, prodibit recta XY pedum 387.3.1.1, & ablatis pedibus

16.

16.0.7.6 à pedibus 109.9.4.4 conſurget recta D Y pedum 93.8.6.8; duæ enim rectæ Z e, e r retinent quantitatem inventam in prop: 11 hujus libri, dum anguli retineant eamdem quantitatem, eadem enim eſt ratio.

In munimento exagono duplici, & rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop: V. Probl.

Sit linea defenſionis X F pedum 750, & linea colli A C pedum 120, ut ſupra, angulusque propugnaculi grad: 75, erit ejus dimidium, nempe angulus A X F grad: 37.30, & angulus defenſionis interior X F A grad: 22.30, quo mediante invenietur angulus C f F grad: 67.30, angulus f C F rectus eſt ex conſtructione, & angulus X A F eſt grad: 120, cum ſit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, quæ omnia in prop. 2 hujus libri apparent; in triangulo igitur A X F noti erunt omnes anguli, notumque erit latus X F ex hypotheſi pedum 750, quare ut latus A F innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli X A F gr: 120 ad latus X F pedum 750, ita 60876 ſinus anguli A X F grad: 37.30 ad latus A F, quod invenietur ped: 527.2.0.4, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli A C, remanebit recta C F pedum 407.2.0.4, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, ut in antecedenti propoſitione, tota cortina G C conſurget pedum 467.2.0.4, ut vero ala propugnaculi nota fiat conſiderandum eſt triangulum f C F, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus C F, ut latus f C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 407.2.0.4, ita 41421 tangens anguli C F f grad: 22.30 ad latus f C, quod invenietur pedum 168.6.6.7, & hypothenuſa f F conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 407.2.0.4, ita 108239 ſecans anguli f F C grad: 22.30 ad hypothenuſam f F, quæ invenietur pedum 440.7.1.6, quibus ablatis à pedibus 750 rectæ X F, remanebit recta X f pedum 309.2.8.4, quæ erit facies correſpondens alæ f C, cui addita recta f Y pedum 64.9.4.3 per prop. 2 hujus libri conſurget recta X Y pedum 373.9.4.3, & ablatis pedibus 24.8.5.2 diffe- Figura XXVI.

rentiæ inter duas rectas f C, Y D, per citatam propoſitionem, à pedibus 168.6.6.7. prodibit recta Y D pedum 144.6.6.7.

In munimento dodecagono duplici, & rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli ped. 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop: VI. Probl.

Figura XXVII.

SIt linea defenſionis X F pedum 750, & linea colli A C pedum 120, angulusque propugnaculi ſit grad: 90, erit ejus dimidium, nempe angulus A X F grad: 45, & angulus defenſionis interior X F A grad: 30 per prop: 3 hujus libri, in qua patet quod angulus C f F ſit grad: 60, angulus X A F grad: 105, & angulus f C F rectus; in triangulo igitur A X F noti erunt omnes anguli, notumque erit latus X F ex hypotheſi pedum 750, quare ut latus A F innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli X A F grad: 105 ad latus X F pedum 750, ita 70710 ſinus anguli A X F grad: 45 ad latus A F, quod invenietur pedum 549.0.3.6, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli A C, remanebit recta C F pedũ 429.0.3.6, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, ut in antecedentibus propoſitionibus tota, cortina G C conſurget pedũ 489.0.3.6, ut vero ala propugnaculi nota fiat conſiderandũ eſt triangulũ f C F, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus C F, ut latus f C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 429.0.3.6, ita 57735 tangens anguli C F f grad: 30 ad latus f C, quod invenietur pedum 247.7.0.3, & hypothenuſa f F conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus C F pedũ 429.0.3.6, ita 115470 ſecans anguli f F C grad: 30 ad hypothenuſam f F, quæ invenietur pedum 495.4.0.7, quibus ablatis à pedibus 750 lineæ defenſionis X F, remanebit recta X f pedum 254.5.9.3, tantaque erit quantitas faciei correſpondentis alæ f C, cui addita recta f Y pedum 69.2.8.2 per prop. 3 hujus libri conſurget recta X Y pedum 373.9.4.3, & ablatis pedibus 34.6.4.1 differentiæ inter duas rectas f C, Y D, per citatam propoſitionem, à pedibus 247.7.0.3, remanebit recta Y D pedum 213.0.6.2.

Anno-

Annotatio.

QUod munimentum bene defendatur, dum longitudo lineæ defenſionis ſtatuitur pedum 750,& lineæ colli pedum 120,ex tribus ultimis propoſitionibus ſatis conſtat,cum ex ratiocinio triangulorum appareat,quod cortina,facies & ala propugnaculi ſatis amplę evadant, imò tale munimentum præſtantius erit munimento in tribus primis propoſitionibus deſcripto, nam ala propugnaculi non multùm decreſcit,& linea colli evadit amplior,quare ſuper prima platea conſtrui poteſt ſuggeſtum,& ſic augeri poteſt numerus tormentorum magno cum incommodo obſidentium; in omni munimento itaque dari poteſt linea defenſionis, & linea colli ejusdem longitudinis,(quod tamen non evenit in qualibet quantitate, ut alibi demonſtrabimus) cum enim quadratum exagonum,& dodecagonum poſſint defendi, etiam polygona intermedia defendi poterunt, at in ſequentibus demonſtrabimus, quod ſtatui poſſit quantitas lineæ defenſionis, & faciei, & quod in omni polygono linea defenſionis, & facies ſervare poſſint eamdem quantitatem.

In munimento pentagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. VII. Probl.

SIt propoſitum munimentum pentagonum, cujus anguli indagandi ſunt modo dicto in propoſitionibus ad angulos ſpectantes,nempe à prima uſque ad ſeptimam incluſivè libri primi, & invenietur angulus propugnaculi grad:69, ejus dimidium,ſeu angulus HAI grad: 34.30, dimidium anguli polygoni ſeu,angulus LIQ grad: 54,angulus defenſionis interior HLK grad: 19. 30, angulus LHK grad: 70. 30,angulusque AIL grad: 126, ſitque linea defenſionis AL pedum 740, & facies AH pedum 300; his poſitis linea HL innoteſcet ſubducendo faciem AH pedum 300 à linea defenſionis AL pedum 740,invenieturque recta HL pedum 440, Figura XXIV.

 qua-

qua habita in triangulo rectangulo H L K noti erunt anguli, notaque erit hypothenuſa H L, quare ut latus H K innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 33380 ſinus anguli H L K grad. 19.30 ad latus H K, quod invenietur pedum 146. 8.7.2, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus K L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 94264 ſinus anguli K H L grad: 70.30 ad latus K L, quod invenietur pedum 414. 7.6.1, quibus additis pedibus 60 rectæ M L, conſurget tota cortina K M pedum 474.7.6.1, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum I A L, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A L ex hypotheſi pedum 740, ut latus I L innoteſcat, fiat ut 80901 ſinus anguli A I L grad: 126 ad latus A L pedum 740, ita 56640 ſinus anguli I A L grad. 34.30 ad latus I L, quod invenietur pedum 518.0.8.5, à quibus ablatis pedibus 414. 7.6.1 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 103.3.2.4, tantaque erit linea colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant, à puncto N ad rectam H K ducatur perpendicularis N a parallela ipſi O K, cui erit etiam ęqualis, & factum erit triangulum N a H, in quo, cum notum ſit latus N a, notique ſint anguli, ſunt enim æquales angulis trianguli H L K, ut hypothenuſa H N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 10604 ſecans anguli H N a grad: 19.30 ad hypothenuſam H N, quæ invenietur pedum 63.6. 5.0, & ut latus H a conſurgat fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 35411 tangens anguli H N a grad: 19.30 ad latus H a, quod invenietur pedum 21.2.4.6, quibus ablatis à pedibus 146. 8.7.2 rectæ H K, remanebit recta a K pedum 125.6.2.6, & additis pedibus 63.6.5.0 rectæ H N pedibus 300 rectæ A H, tota A N conſurget pedum 363.6.5.0.

In munimento nonagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. VIII. Probl.

Figura XXIV. SIt propoſitum munimentum nonagonum, cujus anguli indagandi ſunt, ut ſupra, & invenietur dimidium anguli polygoni, ſeu

ſeu angulus L I Q grad:70, angulus propugnaculi grad: 85, ejus dimidium, ſeu angulus H A I gr: 42: 30, angulus defenſionis interior H L K grad: 27.30, angulus L H K grad: 62.30, angulusque A I L grad: 110; ſitque linea defenſionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300; his poſitis linea H L innoteſcet ſubducendo faciem A H pedum 300 à linea defenſionis A L pedum 740, invenieturque recta H L pedum 440, qua habita in triangulo rectangulo H L K noti erunt anguli, notaque erit hypothenuſa H L, quare ut H K innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 46174 ſinus anguli H L K grad: 27.30 ad latus H K, quod invenietur pedum 203.1.6.5, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus H L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 88701 ſinus anguli K H L grad: 62.30 ad latus K H, quod invenietur pedum 390. 2. 8. 4, quibus additis pedibus 60 rectæ L M conſurget tota cortina K M pedum 450.2.8.4; ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum I A L, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A L ex hypotheſi pedum 740, ut latus I L innoteſcat, fiat ut 93969 ſinus anguli A I L grad: 110 ad latus A L pedum 740, ita 67559 ſinus anguli I A L grad: 42: 30 ad latus I L, quod invenietur pedum 532.2.2.9, à quibus ablatis pedibus 390.2.8.4 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 141. 9.4.5, tantaque erit quantitas lineæ colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant, conſiderandum eſt triangulum H N a, in quo, cum noti ſint anguli, eo quod æquales ſunt angulis trianguli H L K, notumque ſit latus N a ut hypothenuſa H N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N a, pedum 60, ita 112738 ſecans anguli H N a grad: 27.30 ad hypothenuſam H N, quæ invenietur pedum 67.6.4.2, quibus additis pedibus 300 rectæ A H tota A N conſurget pedum 367.6.4.2, & ut latus H a reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 52056 tangens anguli H N a grad: 27.30 ad latus H a, quod invenietur pedum 31: 2.3.3 quibus ablatis à pedibus 203.1.6.5 rectæ H K, remanebit recta a K, ſeu ipſi æqualis recta N O pedum 171.9.3.2.

In munimento dodecagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. IX. Probl.

Figura XXIV.

SIt propoſitum munimentum dodecagonum, cujus anguli indagandi ſunt, ut dictum eſt in antecedentibus propoſitionibus,& invenietur dimidium anguli polygoni, ſeu angulus L I Q grad:75, angulus propugnaculi grad:90, ejus dimidium, ſeu angulus H A I grad:45, angulus defenſionis interior grad:30, ſeu angulus A L K, angulus L H K grad: 60, angulusque A I L grad: 105; ſitque linea defenſionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300, erit recta H L pedum 440, ut ſupra; in triangulo igitur rectangulo H L K noti erunt omnes anguli, notaque erit hypothenuſa H L, quare ut latus H K innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 50000 ſinus anguli H L K grad:30 ad latus H K quod invenietur pedum 220, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus K L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 86602 ſinus anguli L H K grad: 60 ad latus K L, quod invenietur pedum 381.0.4.8, quibus additis pedibus 60 rectæ M L tota cortina K M conſurget pedum 441. 0.4.8, & ut linea colli nota fiat, conſiderandum eſt triangulum I A L, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A L ex hypotheſi pedum 740, ut latus I L innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli A I L grad: 105 ad latus A L pedum 740, ita 70710 ſinus anguli I A L grad: 45 ad latus I L, quod invenietur pedum 541.7. 1.5, à quibus ablatis pedibus 381.0.4.8 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 160.6.6.7, tantaque erit quantitas lineæ colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant conſiderandum eſt triangulum H N a, in quo, cum noti ſint anguli, eo quod æquales ſunt angulis trianguli H L K, notumque ſit latus N a, ut hypothenuſa H N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 115470 ſecans anguli H N a, grad:30 ad hypothenuſam H N, quæ in-

invenietur pedum 69.2.8.2, quibus additis pedibus 300 faciei A H tota A N conſurget pedum 369.2.8.2, & ut latus H a reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H N pedum 69.2.8.2, ita 50000 ſinus anguli H N a, grad: 30 ad latus H a, quod invenietur pedum 34.6.4.1, quibus ablatis à pedibus 220, remanebit recta a K, ſeu ipſi æqualis recta N O pedum 185.3.5.9.

Annotatio.

CUm itaque pentagonum, nonagonũ, & dodecagonum rectè muniri poſſint poſita linea defenſionis pedũ 740, & facie pedũ 300, etiam cætera polygona bene muniri poterũt, ſolũ in quadrato aliquod dubium remanet, cum enim in propoſitione prima hujus libri facies inventa ſit pedum 308.1.1.5, & linea colli correſpondens prædictæ faciei pedum 105.3.7.6, ſi minueretur facies, etiam linea colli fieret minor, nec multum creſceret minuendo lineam defenſionis, quæ in eadem propoſitione inventa eſt pedum 742.9.8.8, ideoque eadem linea colli non extenderetur ultra pedes 100, quæ quantitas aliquibus videbitur parva, Nos vero ſufficientem exiſtimamus, propugnaculi enim latitudo ſatis ampla evaderet, tormentaque ſuper alis æque bene aptari poſſent, verum eſt, quod ſi quis vellet ſuggeſtum ſuper tali propugnaculo elevare, debilius ipſum conſtruere coactus eſſet, poſſet tamen ictibus tormentorum reſiſtere; manente prædicta quantitate igitur lineæ defenſionis, & faciei omne polygonum muniri poterit, quod ſi munimenti partes augendæ eſſent augendo lineam defenſionis, ſervare ſemper poterunt prædictæ duæ lineæ, nempe facies, & linea defenſionis eamdem proportionem, ut alibi apparebit, nunc vero demonſtrabimus quod facies, & ala propugnaculi eandem ſemper ſervare poſſint proportionem à pentagono ad dodecagonum, quo caſu in polygonis majoribus munimenta neceſſariò habere debent alas in cortina.

* * *

Digitized by Google

In munimento pentagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum 120 cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. X. Probl.

Figura VIII.

SIt propoſitum munimentum petagonum, quod in hoc caſu habere poterit alas in cortina, ſed parvas, & ſubſiſtere poterit ſine alis in cortina; ſint angulorum quantitates eædem, quæ in antecedentibus propoſitionibus, nempe dimidium anguli polygoni, ſeu angulus M L Q grad. 54, angulus propugnaculi grad: 69, ejus dimidium, ſeu angulus P F Q grad: 34.30, angulus defenſionis interior F N L grad: 19.30, ejus complementum ad quadrantem, ſeu angulus M P N grad: 70.30, angulusque F L N grad: 126; cognitis angulis indagandæ ſunt linearum quantitates, quæ ut notæ fiant conſiderandum eſt primò triangulum P M N, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus P M ex hypotheſi pedum 120, ut latus M N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus M P pedum 120, ita 282391 tangens anguli M P N grad: 70.30 ad latus M N, quod invenietur pedum 338.8.6.9, & ut hypothenuſa conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus P M pedum 120, ita 299574 ſecans anguli M P N grad: 70.30 ad hypothenuſam P N, quæ invenietur pedum 359.4.8.8, quibus additis pedibus 300 faciei F P, linea defenſionis F N conſurget pedum 659.4.8.8, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum L F N, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus F N pedum 659.4.8.8, ut latus L N innoteſcat, fiat ut 80901 ſinus anguli F L N grad: 126 ad latus F N pedum 659.4.8.8, ita 56640 ſinus anguli L F N grad: 34.30 ad latus L N, quod invenietur pedum 461.7.1.7, à quibus ablatis pedibus 338.8.6.9 rectę M N remanebit portio L M pedum 122.8.4.8, tantaque erit linea colli; cum autem recta M N inventa ſit pedum 338.8.6.9, ſi ipſi adderentur pedes 60, prodiret cortina pedum 398.8.6.9, quæ eſſet ſatis ampla per axio:2 primi libri, & ſic ſubſiſtere poſſet munimentum abſque alis in cortina, at quia linea defenſionis F N multò minor eſt ictu bombardæ manualis, cum inventa ſit pedum 659.4.8.8, poterit alia linea defenſionis addi major ipſa F N, quæ tamen ultra ictum bombardæ non extendatur,

tur, v.g. pedum 750, quæ erit linea defenſionis figentis, & linea FN erit defenſionis ſtringentis, & ſic cortina fiet major, cujus longitudo ut inveniatur conſiderandum eſt triangulum NFO, in quo, cum notus ſit angulus defenſionis exterior FNO, (eſt enim complementum ad duos rectos anguli defenſionis interioris) notumque ſit latus FN inventum, & latus FO ex hypotheſi, etiam cæteri anguli, & latus NO innoteſcent; fiat igitur ut latus FO ex hypotheſi pedū 750 ad 33380 ſinum anguli FNO gr: 160.30, ita latus FN pedum 659.4.8.8 ad ſinum anguli FON, qui invenietur 29351, cui in canone ſinuum reſpondet gradus 16.22, totidemque gradus continebit angulus FON, quibus ablatis à gradibus 19. 30 anguli FNI, prodibit angulus NFO grad: 3.8, quo habito, ut latus NO conſurgat, fiat ut 33380 ſinus anguli FNO grad: 160. 30 ad latus FO pedum 750, ita 5465 ſinus anguli NFO grad. 3.8 ad latus NO, quod invenietur ped. 122.7.9 0, tantaque erit quantitas alæ cortinæ, qua addita lineæ MN pedum 338.8.6.9, tota cortina conſurget pedum 461.6. 5.9, cumque ala cortinæ ſit nimis parva, ut munimentum melius defendatur addere opportebit ſecundam plateam, quam terminabit recta ST, cujus longitudo ut reperiatur auferantur pedes 21.2.4.6 differentiæ inter duas lineas ST, PM per prop. 7 hujus libri, à pedibus 120, & reſiduum pedum 98.7.5.4 erit quantitas rectę ST, & ſi addantur pedes 63. 6. 5.0 rectæ PS per citatam propoſitionem, prodibit recta FS pedum 363. 6. 5. 0.

In munimento nonagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum, 120 cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XI. Probl.

Sit propoſitum munimentum nonagonum, quod in hoc caſu neceſſario habere debebit alas in cortina, & poterit nihilominus habere duplicem plateam, ut infra patebit; ſint itaque angulorum quantitates eædem, quæ in antecedentibus propoſitionibus, nempe dimidium anguli polygoni, ſeu angulus MLQ grad: 70, angulus propugnaculi, grad: 85, ejus dimidium, ſeu angulus PFQ grad: 42.30, angulus defenſionis interior FNL grad: 27.30, Figura VIII.

angulus M P N grad:62.30, angulusque F L N grad: 110, cognitis angulis, indagandæ ſunt linearum quantitates, quæ ut notæ fiant conſiderandum eſt primò triangulum P M N, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus P M ex hypotheſi pedum 120, ut latus M N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus P M pedum 120, ita 192098 tangens anguli M P N grad:62.30 ad latus M N, quod invenietur pedum 230.5.1.7, & ut hypothenuſa conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus P M pedum 120, ita 216568 ſecans anguli M P N grad:62.30 ad hypothenuſam P N, quæ invenietur pedum 259.8.8.1, quibus additis pedibus 300 faciei F P conſurget linea defenſionis F N pedum 559.8.8.1, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum L F N, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus F N, ut latus L N innoteſcat, fiat ut 93969 ſinus anguli F L N grad: 110 ad latus F N pedum 559.8.8.1, ita 67559 ſinus anguli L F N grad:42.30 ad latus L N, quod invenietur pedum 420.5.2.6, à quibus ablatis pedibus 230. 5.1.7. remanebit recta L M pedum 190 0.0.9, tantaque erit lineæ colli quantitas, cum autem recta M N inventa ſit pedum 230. 5.1.7, etiamſi ipſi adderentur pedes 60, eſſet nimis parva, quare predictum munimentum neceſſario habere debet alas in cortina; ſtatuatur itaque linea defenſionis figentis F O, quæ ſupponatur pedum 750, qua mediante, ut inveniatur alæ cortinæ, & ſubinde ipſius cortinæ quantitas, conſiderandum eſt triangulum N F O, in quo, cum notus ſit angulus defenſionis exterior, eadem ratione, qua ſupra, notumque ſit latus F N inventum, & latus F O ex hypotheſi, etiam cæteri anguli, & latus N O innoteſcent; fiat igitur ut latus F O ex hypotheſi pedum 750 ad 46174 ſinum anguli F N O grad:152.30, ita latus F N pedum 559.8.8.1 ad ſinum anguli F O N, qui invenietur 34469, cui in canone ſinuum reſpondent grad.19.1, tantaque erit quantitas anguli F O N, quo mediante invenietur angulus N F O grad: 7.29, quo habito ut latus N O conſurgat, fiat ut 46174 ſinus anguli F N O grad:152.30 ad latus F O pedum 750, ita 13023 ſinus anguli N F O grad.7.29 ad latus N O, quod invenietur pedum 211.5.3.1, tantaque erit quantitas alæ cortinæ, qua addita rectæ M N pedum 230.5.1.7., tota cortina M O conſurget pedum 442.0.4.8; quare predictum munimentum neceſſario habere debebit alas in cortina, quod etiam eveniet in polygonis plura latera habentibus, ex duabus enim ultimis propoſitionibus apparet,

paret, quod dum eadem manet faciei, & alæ propugnaculi quantitas, eo minor fit linea defenſionis ſtringentis, & eo major linea colli, ex quo ſequitur quod tali methodo poſſint conſtrui munimenta, quæ etiam eſſe poſſunt duplicia, cum ala propugnaculi, & linea colli ſint ſatis amplæ, quod ſi linea T S eſſet nimis parva duci poſſet interius linea X V relicto ſpatio M X pedum 60 pro latitudine plateæ inferioris, qua ita conſtructa, aduc remanebit ſpatium X L ſatis amplum pro ſuperſtruendò ſuggeſtu ſi opus eſſet, cum enim linea colli in prædicto munimento inventa ſit pedum 190.0.0.9, ſi ab ipſis auferantur pedes 60 remanebit ſpatium X L pedum 130.0.0.9.

In munimento exagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, & cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XII. Probl.

Sit propoſitum polygonum exagonum, cujus cortina O F ſit pedum 432, ala F E pedum 144, & facies C E pedum 288, nempe facies in proportione dupla alæ, & cortina in proportione ſeſquialtera faciei, deſcriptaque linea defenſionis ſtringentis C N, & linea defenſionis figentis C O, conſideretur triangulum rectangulum E N F, in quo cum noti ſint anguli per prop 2 hujus libri, notumque ſit latus E F, ut hypothenuſa E N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus E F pedum 144, ita 261312 ſecans anguli F E N grad:67.30 ad hypothenuſam E N, quæ invenietur pedum 376.2.8.9, quibus additis pedibus 288 faciei C E, linea defenſionis ſtringentis C N prodibit pedum 664.2.8.9, & ut latus N F conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus E F pedum 144, ita 241421 tangens anguli N E F grad:67.30 ad latus N F, quod invenietur pedum 347.6.4.6, quibus ablatis à pedibus 432 cortinæ O F, remanebit ala cortinæ N O pedum 84.3.5.4, ut vero linea defenſionis figentis nota fiat conſiderandum eſt triangulum C O N, in quo, cum nota ſint duo latera C O, O N, notusque ſit angulus O N C, (eſt enim angulus defenſionis exterior,) & per conſequens ſemiſumma reliquo- Figura XXX.

 rum

Digitized by Google

rum angulorum,ut angulus N O C innoteſcat,fiat ut aggregatum duorum laterum notorum pedum 748.6.4.3 ad eorum differentiam pedum 579.9.3.5,ita 19891 tangens ſemiſummæ angulorum N B O, N O B grad: 11.15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 15408, cui in canone tangentium reſpondent grad: 8.46, qui additi grad. 11. 15 ſemiſummæ conſtituent angulum C O N grad: 20.1, quo habito, fiat ut 34220 ſinus anguli N O C grad:20.1 ad latus N C pedum 664.2.8.9, ita 38268 ſinus anguli O N C grad: 157.30 ad latus O C, quod invenietur pedum 742, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis figentis; ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum C N I, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus C N inventum pedum 664.2.8.9, ut latus N I innoteſcat, fiat 86602 ſinus anguli O I C grad: 150 ad latus C N pedum 664.2.8.9, ita 60876 ſinus anguli N C I grad: 37.30 ad latus N I, quod invenietur pedum 466.9.5.5, à quibus ablatis pedibus 347.6.4.6 rectæ N F remanebit recta F I pedum 119.3.0.9, tantaque erit lineæ colli quantitas. Hoc munimentum habere debet ſecundam plateam, cum enim habeat alam cortinæ nimis parvam, egrè defenderetur niſi haberet ſecundam plateam, quam terminabit recta S T, cujus longitudo ut inveniatur, à pedibus 144 rectæ E F auferantur pedes 24.8.5.2 differentiæ inter duas lineas E F, S T per prop:2 hujus libri, & prodibit recta S T pedum 119.1.4.8, & additis pedibus 64.9.4.2 rectę E S, per citatam propoſitionem, pedibus 288 rectæ B E, tota B S conſurget pedum 352.9.4.2.

In munimento dodecagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XIII. Probl.

Figura XXX. SIt propoſitum munimentum dodecagonum cujus, cortina ſit R G pedum 432, ala propugnaculi D G pedum 144, & facies D B pedum 288, ductiſque rectis C M, C R, & inventis angulis modo ſuperius dicto, conſideretur triangulum rectangulum D M G, in quo, cum noti ſint anguli, (ſupponuntur enim inventi) notum-

notumque ſit ex hypotheſi latus D G, ut hypothenuſa D M innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli D M G grad:30 ad latus D G pedum 144, ita ſinus totus ad hypothenuſam D M, quæ invenietur pedum 288, quibus additis pedibus 288 faciei D B, linea defenſionis ſtringentis prodibit pedum 576, deinde ut latus M G conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam D M pedum 288, ita 86602 ſinus anguli M D G grad:60 ad latus M G, quod invenietur pedum 249.4.1.3, quibus ablatis à pedibus 432 cortinæ R G remanebit ala cortinæ R M pedum 182.5.8.7, qua habita ut linea defenſionis figentis innoteſcat, conſiderandum eſt triangulum B R M, in quo cum notus ſit angulus B M R grad. 150, nota erit ſemiſumma reliquorum angulorum grad: 15, notaque inſuper ſunt duo latera jam inventa B M, M R, quare ut angulus M R B innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum B M, M R pedum 758.5.8.7 ad eorum differentiam pedum 393.4.1.3, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum ad baſim B R ad tangentem differentiæ eorumdē, quæ invenietur 13895, cui in canone tangentium reſpondent grad: 7.54, quibus additis grad. 15 ſemiſummæ antedictæ, conſurget angulus M R B grad:22.54, quo habito, ut latus B R trianguli M R B inveniatur, fiat ut 38912 ſinus anguli M R B grad:22.54 ad latus M B pedum 576, ita 50000 ſinus anguli R M B grad: 150 ad latus R B, quod invenietur pedum 740.1.3.1, tantaque erit longitudo lineæ defenſionis figentis, & ut linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum B M K, in quo, cum noti ſint anguli, ut conſideranti patebit, notumque ſit latus B M inventum pedum 567, ut latus M K innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli M K B gr:105 ad latus B M pedum 576, ita 70710 ſinus anguli M B K grad: 45 ad latus M K, quod invenietur pedum 421.6.5.9, à quibus ablatis pedibus 249.4.1.3 rectæ M G, remanebit G K pedum 172.2.4.6, tantaque erit quantitas lineæ colli; Cum autem prædictum munimentum habeat alam propugnaculi ſatis amplam erit capax ſecundæ plateæ, & habere poterit humeros in propugnaculis, ſit itaque X V linea terminans ſecundam plateam, cujus longitudo vt reperiatur, à pedibus 144 rectæ D G auferantur pedes 34.6.4.1 differentiæ inter rectam D G, & rectam X V per prop:9 hujus libri, & reſiduum pedum 109.3.5.9 erit longitudo rectæ X V, & pedibus 288 rectæ B D additis pedibus 69.2.8.2 rectæ D X per citatam propoſitionem, conſurget recta B X pedum

357,

BF G, BGF per citatam propoſitionem, cujus complementum ad quadrantem, ſeu angulus BRF erit grad: 50, & angulus BVD inven etur ſubducendo angulum ZVB, ęqualem angulo BGF grad: 20, à dimidio anguli polygoni ZVD grad: 54, eritque grad: 34, quare angulus propugnaculi in hoc caſu erit grad: 68, & angulus VDB per prop: 32 lib. 1 Eucl: erit grad: 106, cum ſit complementum ad duos rectos duorum angulorum DVB, DBV, ut vero ala RF nota fiat conſiderandum eſt triangulum RFG, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus RG pedum 510, ut latus GF innoteſcat, fiat ut 98480 ſinus anguli RFG grad: 110 ad latus RG pedum 510, ita 76604 ſinus anguli FRG grad: 50 ad latus FG, quod invenietur pedum 396.7.1.0, & ut latus RF conſurgat, fiat ut 98480 ſinus anguli RFG grad: 110 ad latus RG pedum 510, ita 34202 ſinus anguli RGF grad: 20 ad latus RF, quod invenietur pedum 177.1.2.2, tantaque erit quantitas alæ, ut vero recta FD nota fiat conſiderandum eſt primò triangulum FRB, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus RF, ut latus BF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus RF, ita 119175 tangens anguli FRB grad: 50 ad latus FB, quod invenietur pedum 211.0.8.5, cui æqualis eſt recta BG, qua ſublata à recta VG, remanebit recta VB pedum 538.9.1.5, quare in triangulo DVB noti erunt omnes anguli, notumque erit latus VB, ut igitur latus BD innoteſcat, fiat ut 96126 ſinus anguli VDB graduum 106 ad latus VB pedum 538.9.1.5, ita 55919 ſinus anguli DVB grag. 34 ad latus DB, quod invenietur pedum 313.4.5.3, à quibus ablatis pedibus 211.0.8.5, remanebit linea DF pedum 102.3.6.8, quæ erit linea colli correſpondens alæ RF, at ſi addenda erit exterius alia platea, à recta BF abſcindatur portio FA pedum 60, & à puncto A ducatur recta AQ parallela ipſi RF, cujus quantitas ut inveniatur, conſiderandum eſt triangulum QAB, in quo latus BF innoteſcet auferendo pedes 60 à pedibus 211.0.8.5, eritque pedum 151.0.8.5, notique erunt omnes anguli, ut ex dictis patet, quare ut latus QA innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus AB pedum 151.0.8.5, ita 83909 tangens anguli QBA grad: 40 ad latus QA, quod invenietur pedum 126.7.7.3, tantaque erit quantitas lineæ QA terminantis infimam plateam, quæ erit ſatis ampla, ut vero recta AC conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam AB pedum 151.0.8.5, ita 93969 ſinus anguli ABX grad: 70 ad latus AX, quod invenietur pedum 141.9.7.3,

cujus

cujus duplum pedum 283.9.4.6, erit longitudo cortinæ A C, quæ ſi nimis parva videatur augenda erit augendo lineam defenſionis, ſit itaque linea defenſionis pedum 800, deinde fiat ut 750, ad 800, ita 283.9.4.6, ad cortinam A C, quæ invenietur pedum 302.8.7.5, & ut recta D F conſurgat, fiat ut 750, ad 800, ita 102.3.6.8 ad rectam D F, quæ invenietur pedum 109.1.9.2, quod ſi habere debebit munimentum tres plateas ſpatium D F bifariam dividatur, eritque ſpatium D E pedum 54.5.9.6 latitudo primæ plateæ, ſpatium E F pedum 54.5.9.6 latitudo ſecundæ plateæ, & ſpatium F A pedum 60 latitudo infimæ plateæ, cæteræ vero lineæ, cum antea inventæ ſint ſatis amplæ, eo ampliores evadent augendo lineam defenſionis, ſic omnia polygona habentia majorem numerum laterum quam quinque poterunt hoc modo muniri, poſito angulo defenſionis interiore gr: 20 quo caſu retinebunt ſemper eamdem quantitatem omnes lineæ, excepta linea colli, quæ ſemper major fiet.

In munimento exagono obliquangulo tam duplici, quam triplici data linea defenſionis pedum 750, facie pedum 240, datisque angulis, cæterarum quantitates invenire.

Prop. XVI. Probl.

SIT propoſitum munimentum exagonum, cujus linea defenſionis ſit pedum 750, nempe V G, & facies V R pedum 240, ſitque, ut alibi dictum eſt, angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium, ſeu angulus D V B erit grad: 37. 30, quo mediante invenietur angulus defenſionis interior R G F grad: 22.30, cui æqualis eſt angulus O F G, quarum ſumma grad: 45 conſtituet angulum externum R B F, ideoque in triangulo R F B noti erunt omnes anguli, angulus enim R F B rectus eſt ex conſtructione, angulus F B R inventus eſt grad: 45, angulusque F R B erit etiam grad: 45, cum ſit illius complementum ad quadrantem, ſic in triangulo R F G notus erit angulus R F G grad: 112. 30 compoſitus enim eſt ex angulo recto R F B, & ex angulo defenſionis interiore R G F grad: 22. 30, & angulus F R G grad: 45, cum idem ſit ac angulus F R B, notumque fiet latus R G, ſi à recta V G pedum 750 ſubducatur Figura XXVIII.

catur

Digitized by Google

gulum, linea enim defenſionis nunquam excedere poteſt ictum bombardæ manualis, nam cum in dodecagono inventa ſit pedum 673.1.0.7 in alijs polygonis minorem numerum laterum habentibus ſemper erit minor per prop:56 lib: pri: lineaque colli eſt ſatis ampla; in ſequentibus vero demonſtrabimus quod eadem ſemper manente quantitate lineæ defenſionis, & lineæ colli munimentum conſtrui poſſit.

In munimento quadrato duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datiſque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. IV. Probl.

Figura XXV. Sit linea defenſionis XF pedum 750, & linea colli AC pedum 120, angulusque propugnaculi ſit grad: 60, erit ejus dimidium, nempe angulus AXF grad: 30, & angulus defenſionis interior XFA grad:15, ut alias dictum eſt, quo mediante invenietur angulus CfF grad:75, angulusque fCF ex conſtructione eſt rectus; in triangulo igitur AXF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus XF ex hypotheſi pedum 750, quare ut latus AF innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli XAF grad:135 ad latus XF pedum 750, ita 50000 ſinus anguli AXF grad:30 ad latus AF, quod invenietur pedum 530.3.3.3, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli AC, remanebit recta CF pedum 410.3.3.3, quibus additis pedibus 60 portionis FG, per prop.1 hujus libri, tota cortina GC conſurget pedum 470.3.3.3, ut vero ala propugnaculi nota fiat, conſiderandum eſt triangulum fCF, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus CF, ut latus fC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 410.3.3.3, ita 26794 tangens anguli CFf grad.15 ad latus Cf, quod invenietur pedum 109.9.4.4, & hypothenuſa fF conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 410.3.3.3, ita 103527 ſecans anguli CFf grad:15 ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 424.8.0.5, quibus ablatis à pedibus 750 rectæ XF conſurget recta Xf pedum 325.1.9.5 quæ erit facies reſpondens alę Cf, cui addita recta fY pedum 62.1.1.6, prodibit recta XY pedum 387.3.1.1, & ablatis pedibus

16.

16.0.7.6 à pedibus 109.9.4.4 conſurget recta DY pedum 93.8.6.8; duæ enim rectæ Ze, e r retinent quantitatem inventam in prop: 11 hujus libri, dum anguli retineant eamdem quantitatem, eadem enim eſt ratio.

In munimento exagono duplici, & rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop: V. Probl.

SIt linea defenſionis XF pedum 750, & linea colli AC pedum 120, ut ſupra, angulusque propugnaculi grad: 75, erit ejus dimidium, nempe angulus AXF grad: 37. 30, & angulus defenſionis interior XFA grad: 22.30, quo mediante invenietur angulus CfF grad: 67.30, angulus fCF rectus eſt ex conſtructione, & angulus XAF eſt grad: 120, cum ſit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, quæ omnia in prop. 2 hujus libri apparent; in triangulo igitur AXF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus XF ex hypotheſi pedum 750, quare ut latus AF innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli XAF gr: 120 ad latus XF pedum 750, ita 60876 ſinus anguli AXF grad: 37.30 ad latus AF, quod invenietur ped: 527.2.0.4, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli AC, remanebit recta CF pedum 407.2.0.4, quibus additis pedibus 60 rectæ FG, ut in antecedenti propoſitione, tota cortina GC conſurget pedum 467.2.0.4, ut vero ala propugnaculi nota fiat conſiderandum eſt triangulum fCF, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus CF, ut latus fC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 407.2.0.4, ita 41421 tangens anguli CFf grad: 22.30 ad latus fC, quod invenietur pedum 168.6.6.7, & hypothenuſa fF conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 407.2.0.4, ita 108239 ſecans anguli fFC grad: 22. 30 ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 440.7.1.6, quibus ablatis à pedibus 750 rectæ XF, remanebit recta Xf pedum 309.2.8.4, quæ erit facies correſpondens alæ fC, cui addita recta fY pedum 64.9.4.3 per prop. 2 hujus libri conſurget recta XY pedum 373.9.4.3, & ablatis pedibus 24. 8. 5. 2 diffe-

Figura XXVI.

rentiæ inter duas rectas fC, YD, per citatam propoſitionem, à pedibus 168.6.6.7, prodibit recta YD pedum 144.6.6.7.

In munimento dodecagono duplici, & rectangulo data linea defenſionis pedum 750, & linea colli ped. 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop: VI. Probl.

Figura XXVII. Sit linea defenſionis XF pedum 750, & linea colli AC pedum 120, angulusque propugnaculi ſit grad: 90, erit ejus dimidium, nempe angulus AXF grad: 45, & angulus defenſionis interior XFA grad: 30 per prop: 3 hujus libri, in qua patet quod angulus CfF ſit grad: 60, angulus XAF grad: 105, & angulus fCF rectus; in triangulo igitur AXF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus XF ex hypotheſi pedum 750, quare ut latus AF innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli XAF grad: 105 ad latus XF pedum 750, ita 70710 ſinus anguli AXF grad: 45 ad latus AF, quod invenietur pedum 549.0.3.6, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli AC, remanebit recta CF pedũ 429.0.3.6, quibus additis pedibus 60 rectæ FG, ut in antecedentibus propoſitionibus tota cortina GC conſurget pedũ 489.0.3.6, ut vero ala propugnaculi nota fiat conſiderandũ eſt triangulũ fCF, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus CF, ut latus fC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 429.0.3.6, ita 57735 tangens anguli CFf grad: 30 ad latus fC, quod invenietur pedum 247.7.0.3, & hypothenuſa fF conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus CF pedũ 429.0.3.6, ita 115470 ſecans anguli fFC grad: 30 ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 495.4.0.7, quibus ablatis à pedibus 750 lineæ defenſionis XF, remanebit recta Xf pedum 254.5.9.3, tantaque erit quantitas faciei correſpondentis alæ fC, cui addita recta fY pedum 69.2.8.2 per prop. 3 hujus libri conſurget recta XY pedum 373.9.4.3, & ablatis pedibus 34.6.4 differentiæ inter duas rectas fC, YD, per citatam propoſitionem, à pedibus 247.7.0.3, remanebit recta YD pedum 213.0.6.2.

Anno-

Annotatio.

QUod munimentum bene defendatur, dum longitudo lineæ defenſionis ſtatuitur pedum 750,& lineæ colli pedum 120,ex tribus ultimis propoſitionibus ſatis conſtat,cum ex ratiocinio triangulorum appareat,quod cortina,facies & ala propugnaculi ſatis amplę evadant, imò tale munimentum præſtantius erit munimento in tribus primis propoſitionibus deſcripto, nam ala propugnaculi non multùm decreſcit,& linea colli evadit amplior,quare ſuper prima platea conſtrui poteſt ſuggeſtum,& ſic augeri poteſt numerus tormentorum magno cum incommodo obſidentium; in omni munimento itaque dari poteſt linea defenſionis, & linea colli ejuſdem longitudinis,(quod tamen non evenit in qualibet quantitate, ut alibi demonſtrabimus) cum enim quadratum exagonum,& dodecagonum poſſint defendi, etiam polygona intermedia defendi poterunt, at in ſequentibus demonſtrabimus, quod ſtatui poſſit quantitas lineæ defenſionis, & faciei, & quod in omni polygono linea defenſionis, & facies ſervare poſſint eamdem quantitatem.

In munimento pentagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datiſque angulis cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. VII. Probl.

SIt propoſitum munimentum pentagonum, cujus anguli indagandi ſunt modo dicto in propoſitionibus ad angulos ſpectantes,nempe à prima uſque ad ſeptimam incluſivè libri primi, & invenietur angulus propugnaculi grad:69, ejus dimidium,ſeu angulus HAI grad: 34.30, dimidium anguli polygoni ſeu, angulus LIQ grad: 54,angulus defenſionis interior HLK grad: 19. 30, angulus LHK grad: 70. 30, angulusque AIL grad: 126, ſitque linea defenſionis AL pedum 740, & facies AH pedum 300; his poſitis linea HL innoteſcet ſubducendo faciem AH pedum 300 à linea defenſionis AL pedum 740,invenieturque recta HL pedum 440, Figura XXIV.

 qua-

qua habita in triangulo rectangulo H L K noti erunt anguli, notaque erit hypothenuſa H L, quare ut latus H K innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 33380 ſinus anguli H L K grad. 19.30 ad latus H K, quod invenietur pedum 146. 8.7.2, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus K L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 94264 ſinus anguli K H L grad: 70.30 ad latus K L, quod invenietur pedum 414. 7.6.1, quibus additis pedibus 60 rectæ M L, conſurget tota cortina K M pedum 474.7.6.1, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum I A L, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A L ex hypotheſi pedum 740, ut latus I L innoteſcat, fiat ut 80901 ſinus anguli A I L grad: 126 ad latus A L pedum 740, ita 56640 ſinus anguli I A L grad. 34.30 ad latus I L, quod invenietur pedum 518.0.8.5, à quibus ablatis pedibus 414. 7.6.1 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 103.3.2.4, tantaque erit linea colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant, à puncto N ad rectam H K ducatur perpendicularis N a parallela ipſi O K, cui erit etiam ęqualis, & factum erit triangulum N a H, in quo, cum notum ſit latus N a, notique ſint anguli, ſunt enim æquales angulis trianguli H L K, ut hypothenuſa H N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 10604 ſecans anguli H N a grad: 19.30 ad hypothenuſam H N, quæ invenietur pedum 63.6. 5.0, & ut latus H a conſurgat fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 35411 tangens anguli H N a grad: 19.30 ad latus H a, quod invenietur pedum 21.2.4.6, quibus ablatis à pedibus 146. 8.7.2 rectæ H K, remanebit recta a K pedum 125.6.2.6, & additis pedibus 63.6.5.0 rectæ H N pedibus 300 rectæ A H, tota A N conſurget pedum 363.6.5.0.

In munimento nonagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. VIII. Probl.

Figura XXIV. SIt propoſitum munimentum nonagonum, cujus anguli in dagandi ſunt, ut ſupra, & invenietur dimidium anguli polygoni, ſeu

ſeu angulus L I Q grad:70, angulus propugnaculi grad: 85, ejus dimidium, ſeu angulus H A I gr: 42: 30, angulus defenſionis interior H L K grad: 27.30, angulus L H K grad: 62.30, angulusque A I L grad:110; ſitque linea defenſionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300; his poſitis linea H L innoteſcet ſubducendo faciem A H pedum 300 à linea defenſionis A L pedum 740, invenieturque recta H L pedum 440, qua habita in triangulo rectangulo H L K noti erunt anguli, notaque erit hypothenuſa H L, quare ut H K innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 46174 ſinus anguli H L K grad: 27.30 ad latus H K, quod invenietur pedum 203.1.6.5, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus H L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 88701 ſinus anguli K H L grad: 62.30 ad latus K H, quod invenietur pedum 390.2.8.4, quibus additis pedibus 60 rectæ L M conſurget tota cortina K M pedum 450.2.8.4; ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum I A L, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A L ex hypotheſi pedum 740, ut latus I L innoteſcat, fiat ut 93969 ſinus anguli A I L grad: 110 ad latus A L pedum 740, ità 67559 ſinus anguli I A L grad: 42.30 ad latus I L, quod invenietur pedum 552.2.2.9, à quibus ablatis pedibus 390.2.8.4 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 141.9.4.5, tantaque erit quantitas lineæ colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant, conſiderandum eſt triangulum H N a, in quo, cum noti ſint anguli, eo quod æquales ſunt angulis trianguli H L K, notumque ſit latus N a ut hypothenuſa H N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N a, pedum 60, ita 112738 ſecans anguli H N a grad: 27.30 ad hypothenuſam H N, quæ invenietur pedum 67.6.4.2, quibus additis pedibus 300 rectæ A H tota A N conſurget pedum 367.6.4.2, & ut latus H a reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 52056 tangens anguli H N a grad: 27.30 ad latus H a, quod invenietur pedum 31.2.3.3 quibus ablatis à pedibus 203.1.6.5 rectæ H K, remanebit recta a K, ſeu ipſi æqualis recta N O pedum 171.9.3.2.

In munimento dodecagono duplici rectangulo data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datiſque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. IX. Probl.

Figura XXIV.

SIt propoſitum munimentum dodecagonum, cujus anguli indagandi ſunt, ut dictum eſt in antecedentibus propoſitionibus,& invenietur dimidium anguli polygoni, ſeu angulus L I Q grad:75, angulus propugnaculi grad:90, ejus dimidium, ſeu angulus H A I grad:45, angulus defenſionis interior grad:30, ſeu angulus A L K, angulus L H K grad: 60, angulusque A I L grad: 105; ſitque linea defenſionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300, erit recta H L pedum 440, ut ſupra; in triangulo igitur rectangulo H L K noti erunt omnes anguli, notaque erit hypothenuſa H L, quare ut latus H K innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 50000 ſinus anguli H L K grad:30 ad latus H K quod invenietur pedum 220, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus K L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H L pedum 440, ita 86602 ſinus anguli L H K grad: 60 ad latus K L, quod invenietur pedum 381.0.4.8, quibus additis pedibus 60 rectæ M L tota cortina K M conſurget pedum 441. 0.4.8, & ut linea colli nota fiat, conſiderandum eſt triangulum I A L, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus A L ex hypotheſi pedum 740, ut latus I L innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli A I L grad: 105 ad latus A L pedum 740, ita 70710 ſinus anguli I A L grad: 45 ad latus I L, quod invenietur pedum 541.7. 1.5, à quibus ablatis pedibus 381.0.4.8 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 160.6.6.7, tantaque erit quantitas lineæ colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant conſiderandum eſt triangulum H N a, in quo, cum noti ſint anguli, eo quod æquales ſunt angulis trianguli H L K, notumque ſit latus N a, ut hypothenuſa H N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N a pedum 60, ita 115470 ſecans anguli H N a, grad:30 ad hypothenuſam H N, quæ in-

invenietur pedum 69.2.8.2, quibus additis pedibus 300 faciei A H tota A N conſurget pedum 369.2.8.2, & ut latus H a reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam H N pedum 69.2.8.2, ita 50000 ſinus anguli H N a, grad: 30 ad latus H a, quod invenietur pedum 34.6.4.1, quibus ablatis à pedibus 220, remanebit recta a K, ſeu ipſi æqualis recta N O pedum 185.3.5.9.

Annotatio.

CUm itaque pentagonum, nonagonũ, & dodecagonum rectè muniri poſſint poſita linea defenſionis pedũ 740, & facie pedũ 300, etiam cætera polygona bene muniri poterũt, ſolũ in quadrato aliquod dubium remanet, cum enim in propoſitione prima hujus libri facies inventa ſit pedum 308.1.1.5, & linea colli correſpondens prædictæ faciei pedum 105.3.7.6, ſi minueretur facies, etiam linea colli fieret minor, nec multum creſceret minuendo lineam defenſionis, quæ in eadem propoſitione inventa eſt pedum 742.9.8.8, ideoque eadem linea colli non extenderetur ultra pedes 100, quæ quantitas aliquibus videbitur parva, Nos vero ſufficientem exiſtimamus, propugnaculi enim latitudo ſatis ampla evaderet, tormentaque ſuper alis æque bene aptari poſſent, verum eſt, quod ſi quis vellet ſuggeſtum ſuper tali propugnaculo elevare, debilius ipſum conſtruere coactus eſſet, poſſet tamen ictibus tormentorum reſiſtere; manente prædicta quantitate igitur lineæ defenſionis, & faciei omne polygonum muniri poterit, quod ſi munimenti partes augendæ eſſent augendo lineam defenſionis, ſervare ſemper poterunt prædictæ duæ lineæ, nempe facies, & linea defenſionis eamdem proportionem, ut alibi apparebit, nunc vero demonſtrabimus quod facies, & ala propugnaculi eandem ſemper ſervare poſſint proportionem à pentagono ad dodecagonum, quo caſu in polygonis majoribus munimenta neceſſariò habere debent alas in cortina.

* * *

Digitized by Google

In munimento pentagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum 120 cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. X. Probl.

Figura VIII. SIt propoſitum munimentum petagonum, quod in hoc caſu habere poterit alas in cortina, ſed parvas, & ſubſiſtere poterit ſine alis in cortina; ſint angulorum quantitates eædem, quæ in antecedentibus propoſitionibus, nempe dimidium anguli polygoni, ſeu angulus M L Q grad. 54, angulus propugnaculi grad: 69, ejus dimidium, ſeu angulus P F Q grad: 34.30, angulus defenſionis interior F N L grad: 19.30, ejus complementum ad quadrantem, ſeu angulus M P N grad: 70.30, angulusque F L N grad: 126; cognitis angulis indagandæ ſunt linearum quantitates, quæ ut notæ fiant conſiderandum eſt primò triangulum P M N, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus P M ex hypotheſi pedum 120, ut latus M N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus M P pedum 120, ita 282391 tangens anguli M P N grad: 70.30 ad latus M N, quod invenietur pedum 338.8.6.9; & ut hypothenuſa conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus P M pedum 120, ita 299574 ſecans anguli M P N grad: 70.30 ad hypothenuſam P N, quæ invenietur pedum 359.4.8.8, quibus additis pedibus 300 faciei F P, linea defenſionis F N conſurget pedum 659.4.8.8, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum L F N, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus F N pedum 659.4.8.8, ut latus L N innoteſcat, fiat ut 80901 ſinus anguli F L N grad: 126 ad latus F N pedum 659.4.8.8, ita 56640 ſinus anguli L F N grad: 34.30 ad latus L N, quod invenietur pedum 461.7.5.7, à quibus ablatis pedibus 338.8.6.9 rectæ M N remanebit portio L M pedum 122.8.4.8, tantaque erit linea colli; cum autem recta M N inventa ſit pedum 338.8.6.9, ſi ipſi adderentur pedes 60, prodiret cortina pedum 398.8.6.9, quæ eſſet ſatis ampla per axio:2 primi libri, & ſic ſubſiſtere poſſet munimentum abſque alis in cortina, at quia linea defenſionis F N multò minor eſt ictu bombardæ manualis, cum inventa ſit pedum 659.4.8.8, poterit alia linea defenſionis addi major ipſa F N, quæ tamen ultra ictum bombardæ non extendatur,

tur, v.g. pedum 750, quæ erit linea defenſionis figentis, & linea FN erit defenſionis ſtringentis, & ſic cortina fiet major, cujus longitudo ut inveniatur conſiderandum eſt triangulum NFO, in quo, cum notus ſit angulus defenſionis exterior FNO, (eſt enim complementum ad duos rectos anguli defenſionis interioris) notumque ſit latus FN inventum, & latus FO ex hypotheſi, etiam cæteri anguli, & latus NO innoteſcent; fiat igitur ut latus FO ex hypotheſi pedū 750 ad 33380 ſinum anguli FNO gr: 160.30, ita latus FN pedum 659.4.8.8 ad ſinum anguli FON, qui invenietur 29351, cui in canone ſinuum reſpondēt gradus 16.22, totidemque gradus continebit angulus FON, quibus ablatis à gradibus 19.30 anguli FNL, prodibit angulus NFO grad: 3.8, quo habito, ut latus NO conſurgat, fiat ut 33380 ſinus anguli FNO grad: 160.30 ad latus FO pedum 750, ita 5465 ſinus anguli NFO grad. 3.8 ad latus NO, quod invenietur ped. 122.7.9.0, tantaque erit quantitas alæ cortinæ, qua addita lineæ MN pedum 338.8.6.9, tota cortina conſurget pedum 461.6.5.9, cumque ala cortinæ ſit nimis parva, ut munimentum melius defendatur addere opportebit ſecundam plateam, quam terminabit recta ST, cujus longitudo ut reperiatur auferantur pedes 21.2.4.6 differentiæ inter duas lineas ST, PM per prop. 7 hujus libri, à pedibus 120, & reſiduum pedum 98.7.5.4 erit quantitas rectę ST, & ſi addantur pedes 63 6.5.0 rectæ PS per citatam propoſitionem, prodibit recta FS pedum 363.6.5.0.

In munimento nonagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum, 120 cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XI. Probl.

Sit propoſitum munimentum nonagonum, quod in hoc caſu neceſſario habere debebit alas in cortina, & poterit nihilominus habere duplicem plateam, ut infra patebit; ſint itaque angulorum quantitates eædem, quæ in antecedentibus propoſitionibus, nempe dimidium anguli polygoni, ſeu angulus MLQ grad: 70, angulus propugnaculi, grad: 85, ejus dimidium, ſeu angulus PFQ grad: 42.30, angulus defenſionis interior FNL grad: 27.30, Figura VIII.

 angu-

Digitized by Google

angulus M P N grad:62.30, angulusque F L N grad: 110, cognitis angulis, indagandæ ſunt linearum quantitates, quæ ut notæ fiant conſiderandum eſt primò triangulum P M N, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus P M ex hypotheſi pedum 120, ut latus M N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus P M pedum 120, ita 192098 tangens anguli M P N grad:62.30 ad latus M N, quod invenietur pedum 230.5.1.7, & ut hypothenuſa conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus P M pedum 120, ita 216568 ſecans anguli M P N grad:62.30 ad hypothenuſam P N, quæ invenietur pedum 259.8.8.1, quibus additis pedibus 300 faciei F P conſurget linea defenſionis F N pedum 559.8.8.1, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum L F N, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus F N, ut latus L N innoteſcat, fiat ut 93969 ſinus anguli F L N grad: 110 ad latus F N pedum 559.8.8.1, ita 67559 ſinus anguli L F N grad:42.30 ad latus L N, quod invenietur pedum 420.5.2.6, à quibus ablatis pedibus 230. 5.1.7. remanebit recta L M pedum 190 0.0.9, tantaque erit lineæ colli quantitas, cum autem recta M N inventa ſit pedum 230. 5.1.7, etiamſi ipſi adderentur pedes 60, eſſet nimis parva, quare predictum munimentum neceſſario habere debet alas in cortina; ſtatuatur itaque linea defenſionis figentis F O, quæ ſupponatur pedum 750, qua mediante, ut inveniatur alæ cortinæ, & ſubinde ipſius cortinæ quantitas, conſiderandum eſt triangulum N F O, in quo, cum notus ſit angulus defenſionis exterior, eadem ratione, qua ſupra, notumque ſit latus F N inventum, & latus F O ex hypotheſi, etiam cæteri anguli, & latus N O innoteſcent; fiat igitur ut latus F O ex hypotheſi pedum 750 ad 46174 ſinum anguli F N O grad:152.30, ita latus F N pedum 559.8.8.1 ad ſinum anguli F O N, qui invenietur 34469, cui in canone ſinuum reſpondent grad. 19.1, tantaque erit quantitas anguli F O N, quo mediante invenietur angulus N F O grad: 7.29; quò habito ut latus N O conſurgat, fiat ut 46174 ſinus anguli F N O grad:152.30 ad latus F O pedum 750, ita 13023 ſinus anguli N F O grad.7.29 ad latus N O, quod invenietur pedum 211.5.3.1, tantaque erit quantitas alæ cortinæ, qua addita rectæ M N pedum 230.5.1.7., tota cortina M O conſurget pedum 442.0.4.8; quare predictum munimentum neceſſario habere debebit alas in cortina, quod etiam eveniet in polygonis plura latera habentibus, ex duabus enim ultimis propoſitionibus apparet,

paret, quod dum eadem manet faciei, & alæ propugnaculi quantitas, eo minor fit linea defenſionis ſtringentis, & eo major linea colli, ex quo ſequitur quod tali methodo poſſint conſtrui munimenta, quæ etiam eſſe poſſunt duplicia, cum ala propugnaculi, & linea colli ſint ſatis amplæ, quod ſi linea T S eſſet nimis parva duci poſſet interius linea X V relicto ſpatio M X pedum 60 pro latitudine plateæ inferioris, qua ita conſtructa, aduc remanebit ſpatium X L ſatis amplum pro ſuperſtruendò ſuggeſtu ſi opus eſſet, cum enim linea colli in prædicto munimento inventa ſit pedum 190. o. o.9, ſi ab ipſis auferantur pedes 60 remanebit ſpatium X L pedum 130. o. o. 9.

In munimento exagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, & cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XII. Probl.

SIt propoſitum polygonum exagonum cujus cortina O F ſit pedum 432, ala F E pedum 144, & facies C E pedum 288, nempe facies in proportione dupla alæ, & cortina in proportione ſeſquialtera faciei, deſcriptaque linea defenſionis ſtringentis C N, & linea defenſionis figentis C O, conſideretur triangulum rectangulum E N F, in quo cum noti ſint anguli per prop 2 hujus libri, notumque ſit latus E F, ut hypothenuſa E N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus E F pedum 144, ita 261312 ſecans anguli F E N grad: 67.30 ad hypothenuſam E N, quæ invenietur pedum 376.2.8.9, quibus additis pedibus 288 faciei C E, linea defenſionis ſtringentis C N prodibit pedum 664.2.8.9, & ut latus N F conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus E F pedum 144, ita 241421 tangens anguli N E F grad: 67.30 ad latus N F, quod invenietur pedum 347.6.4.6, quibus ablatis à pedibus 432 cortinæ O F, remanebit ala cortinæ N O pedum 84.3.5.4, ut vero linea defenſionis figentis nota fiat conſiderandum eſt triangulum C O N, in quo, cum nota ſint duo latera C O, O N, notusque ſit angulus O N C, (eſt enim angulus defenſionis exterior,) & per conſequens ſemiſumma reliquo- Figura XXX.

rum angulorum, ut angulus N O C innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum notorum pedum 748. 6, 4. 3 ad eorum differentiam pedum 579.9.3.5, ita 19891 tangens ſemiſummæ angulorum N BO, NOB grad: 11. 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 15408, cui in canone tangentium reſpondent grad: 8.46, qui additi grad. 11. 15 ſemiſummæ conſtituent angulum CON grad: 20.1, quo habito, fiat ut 34220 ſinus anguli NOC grad: 20.1 ad latus NC pedum 664. 2. 8. 9, ita 38268 ſinus anguli ONC grad: 157. 30 ad latus OC, quod invenietur pedum 742, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis figentis; ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum CNI, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus CN inventum pedum 664. 2. 8. 9, ut latus NI innoteſcat, fiat 86602 ſinus anguli OIC grad: 150 ad latus CN pedum 664. 2. 8. 9, ita 60876 ſinus anguli NCI grad: 37. 30 ad latus NI, quod invenietur pedum 466.9. 5.5, à quibus ablatis pedibus 347.6.4.6 rectæ NF remanebit recta FI pedum 119.3.0.9, tantaque erit lineæ colli quantitas. Hoc munimentum habere debet ſecundam plateam, cum enim habeat alam cortinæ nimis parvam, egrè defenderetur niſi haberet ſecundam plateam, quam terminabit recta ST, cujus longitudo ut inveniatur, à pedibus 144 rectæ EF auferantur pedes 24.8.5.2 differentiæ inter duas lineas EF, ST per prop: 2 hujus libri, & prodibit recta ST pedum 119.1.4.8, & additis pedibus 64. 9.4. 2 rectę ES, per citatam propoſitionem, pedibus 288 rectæ BE, tota BS conſurget pedum 352. 9.4. 2.

In munimento dodecagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XIII. Probl.

Figura XXX. Sit propoſitum munimentum dodecagonum cujus, cortina ſit RG pedum 432, ala propugnaculi DG pedum 144, & facies DB pedum 288, ductiſque rectis CM, CR, & inventis angulis modo ſuperius dicto, conſideretur triangulum rectangulum DMG, in quo, cum noti ſint anguli, (ſupponuntur enim inventi) notum-

notumque ſit ex hypotheſi latus D G, ut hypothenuſa D M innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli D M G grad:30 ad latus D G pedum 144, ita ſinus totus ad hypothenuſam D M, quæ invenietur pedum 288, quibus additis pedibus 288 faciei D B, linea defenſionis ſtringentis prodibit pedum 576, deinde ut latus M G conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam D M pedum 288, ita 86602 ſinus anguli M D G grad:60 ad latus M G, quod invenietur pedum 249.4.1.3, quibus ablatis à pedibus 432 cortinæ R G remanebit ala cortinæ R M pedum 182.5.8.7, qua habita ut linea defenſionis figentis innoteſcat, conſiderandum eſt triangulum B R M, in quo cum notus ſit angulus B M R grad. 150, nota erit ſemiſumma reliquorum angulorum grad: 15, notaque inſuper ſunt duo latera jam inventa B M, M R, quare ut angulus M R B innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum B M, M R pedum 758.5.8.7 ad eorum differentiam pedum 393.4.1.3, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum ad baſim B R ad tangentem differentiæ eorumdē, quæ invenietur 13895, cui in canone tangentium reſpondent grad: 7.54, quibus additis grad. 15 ſemiſummæ antedictæ, conſurget angulus M R B grad:22.54, quo habito, ut latus B R trianguli M R B inveniatur, fiat ut 38912 ſinus anguli M R B grad:22.54 ad latus M B pedum 576, ita 50000 ſinus anguli R M B grad:150 ad latus R B, quod invenietur pedum 740.1.3.1, tantaque erit longitudo lineæ defenſionis figentis, & ut linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum B M K, in quo, cum noti ſint anguli, ut conſideranti patebit, notumque ſit latus B M inventum pedum 567, ut latus M K innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli M K B gr:105 ad latus B M pedum 576, ita 70710 ſinus anguli M B K grad:45 ad latus M K, quod invenietur pedum 421.6.5.9, à quibus ablatis pedibus 249.4.1.3 rectæ M G, remanebit G K pedum 172.2.4.6, tantaque erit quantitas lineæ colli; Cum autem prædictum munimentum habeat alam propugnaculi ſatis amplam erit capax ſecundæ plateæ, & habere poterit humeros in propugnaculis, ſit itaque X V linea terminans ſecundam plateam, cujus longitudo vt reperiatur, à pedibus 144 rectæ D G auferantur pedes 34.6.4.1 differentiæ inter rectam D G, & rectam X V per prop:9 hujus libri, & reſiduum pedum 109.3.5.9 erit longitudo rectæ X V, & pedibus 288 rectæ B D additis pedibus 69.2.8.2 rectæ D X per citatam propoſitionem, conſurget recta B X pedum

Digitized by Google

357.2.8.2. Ex dictis itaque patet, quod in talibus munimentis, quo minor eſt numerus laterum polygoni eo minor eſt linea colli, & ala cortinæ, ideoque, quadratum, & pentagonum, tali modo munitum egrè defendi poſſet.

Concluſio.

EX allatis propoſitionibus apparet, quod quattuor modis ſtatui poſſunt munimenta duplicia rectangula, nempe mediante munimento ſimplicì, ſecundo ſtatuendo lineam defenſionis, & lineam colli, tertio ſtatuendo lineam defenſionis & faciem, quarto ſtatuendo, faciem, & alam propugnaculi, quorum duo primi cæteris ſunt præſtantiores, cum melius aptari poſſint quolibet polygono, duo tamen reliqui ſperni non debet, cum aliquando adhibendi ſint; colligitur præterea ex dictis, quod quando conſtruitur munimentum duplex mediante munimento ſimplici, ducendo lineas defenſionum parallelas lineis defenſionis ſtringentis, cortina, & linea colli retinere poſſunt ſemper eamdem quantitatem in omnibus polygonis, cæteræ vero lineæ, nempe facies ala propugnaculi, linea defenſionis eò majores fiunt, quò major eſt numerus laterum polygoni, at ſi linea defenſionis, & linea colli eamdem retineant quantitatem, ala propugnaculi eò fiet major quò major erit numerus laterum polygoni, cortina vero modò creſcet, modò deſcet, ſic ſi linea defenſionis, & facies ſint ſemper ejusdem quantitatis in omni polygono, cortina, linea colli, & ala ſemper variationem ſubibunt, & ſi facies cum ala propugnaculi erunt ſemper eædem in omni polygono, vel cortina, vel linea defenſionis variare debebit, poterit tamen, vel cortina, vel linea defenſionis figentis eamdem retinere quantitatem, & linea colli ſemper diverſa erit; in delineandis itaque munimentis duplicibus rectangulis unum ex prædictis fundamentis adhiberi poterit, ſumpta appoſita linearum quantitate prò vera, vel etiam prò ſuppoſita, dum opus, augere, vel minuere linearum longitudines fuerit, ſic alterabitur linearum quantitas, at non porportio,

quæ

quæ tamen ſervanda erit ordinis non neceſſitatis cauſa, deſcripto enim munimento poterunt eius partes alterari pro ut melius videbitur, antequam omnino ſtatuantur.

Annotatio.

CUm obſervatum ſit eò melius, & diutius ſubſiſtere poſſe munimenta quo majorem alam habent, & lineam colli, & quò majorem numerum tormentorum in ipſis abſcondant humeri, excogitaverunt neoterici (inter quos fuit dominus Comes Paganus) munimenta, quorum alæ propugnaculorum efficiunt angulos rectos cum linea defenſionis, & obliquos cum cortina, & hoc modo ampliorem reddiderunt lineam colli, & alam propugnaculi cui, addiderunt tertiam plateam; talia munimenta Nobis libuit obliquangula triplicia appellare, ut in iſagoge, de quibus infra erit ſermo.

In munimento quadrato obliquangulo duplici, vel triplici data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datiſque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XIV. Probl.

SIt in propoſito munimento quadrato linea defenſionis V G pedum 740, à quibus ablatis pedibus 300 faciei V R, remanebit recta R G pedum 440, ſitque angulus D V B grad: 30, quo mediante invenietur angulus defenſionis interior B G F grad: 15, cui æqualis eſt angulus B F G, cum triangulum B F G ſit iſoſceles, ut ex ipſa conſtructione patet, quorum ſumma gr: 30 erit quantitas anguli externi R B F per prop: 32 lib. 1. Eucl: cujus complementum ad quadrantem, ſeu angulus B R F erit gr: 60, angulus enim R F B, cum ſit angulus alæ, & lineæ defenſionis eſt ex conſtructione rectus, & angulus R F G erit graduum 105, cum ſit compoſitus ex angulo recto R F B, & angulo defenſionis exteriore Figura XXXII.

N BFG,

BFG, anguluſque D V B erit grad: 120, cum ſit complementum ad duos rectos duorum angulorum D V B, D B V per prop: 32 lib. pri: Eucl: quare ut ala propugnaculi nota fiat, conſiderandum eſt triangulum R F G, in quo, cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus R G, ut latus R F innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli R F G grad: 105 ad latus R G pedum 440, ita 25881 ſinus anguli R G F grad: 15 ad latus R F, quod invenietur pedum 117.8.9.4, tantaque erit alæ propugnaculi quantitas, qua habita, ut latus F B innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus R F pedum 117.8 9.4, ita 173205 tangens anguli F R B grad: 60 ad latus F B, quod invenietur pedum 204 1.9.8, cui æqualis eſt latus B G, quo ablato à tota V G, remanebit recta V B pedum 545.8.0.2 quare in triangulo V D B, cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus V B, ut latus D B innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli V D B grad: 120 ad latus V B pedum 545.8.0.2, ita 50000 ſinus anguli D V B grad: 30 ad latus D B, quod invenietur pedum 315.1.2.0, à quibus ablatis pedibus 204.1.9.8, remanebit portio D F pedum 110.9.2.2, tantaque erit lineæ colli quantitas, ut linea vero F G nota fiat conſiderandum eſt triangulum B F Y, in quo, cum noti ſint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus F B, ut latus F Y innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus F B pedum 204.1.9.8, ita 373205 tangens anguli F B Y ad latus F Y, quod invenietur pedum 197.2.3.8, cujus duplum pedum 394.4.7.6 erit quantitas rectæ F G, quæ eſſet cortina, dum ultra rectam R F nulla alia extaret platea, at ſi adderetur platea F R Q A terminata à recta Q A, recta A C eſſet cortina, quæ ut innoteſcat conſiderandum eſt triangulum B A X, in quo latus B A prodibit auferendo à tota B F pedum 204.1.9.8 pedes 60 rectæ F A, eritque recta B A pedum 144, anguluſque B A X notus erit, cum enim recta A C eſſe debeat parallela ipſi F G angulus B A X æqualis erit angulo B F Y, quare ut latus A X innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus A B pedum 144.1.9.8, ita 96592 ſinus anguli A B X, ad latus A X, quod invenietur pedum 139.2.8.3, cujus duplum pedum 278.5.66 erit quantitas rectæ A C, ſeu cortinæ correſpondentis alæ Q A, cujus altitudo, cum eſſe debeat minor altitudine plateæ ſuperioris, longitudo cortinæ ſubſiſtere poterit, ſufficit enim quod ſpatium F G ſit majus pedum 300, ut vero recta Q A conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus A B pedum 144.1.9.8, ita 57735 tangens anguli Q B A grad: 30 ad latus Q A, quod in-

Invenietur pedum 83.2.5.2, quod ſi propugnaculum habere debebit tres plateas, à recta D F, quæ eſt linea colli correſpondens rectæ F R, abſcindatur portio F E pedum 60, & remanebit recta D E pedum 50. 9. 2. 2, eritque tale ſpatium ſufficiens, cum non opus ſit aliud ſuggeſtũ ſuperſtruere dum munimentum habet tres plateas, at ſi linea Q A terminans ultimam plateam eſſet parva adeò, ut humerus abſcindi non poſſet conſtrui deberet humerus T S R, qui tegeret duas ſuperiores, relicta infima detecta, quod ſi cortina A C videretur nimis parva, longitudo lineæ defenſionis V G pedum 740 accipi poterit pro ſuppoſita, & ſtatui vera longitudo ejusdem lineæ pedum 800, cæterarumque linearum quantitatem reducere ad quantitatem ipſi correſpondentem; fiat itaque ut 740 ad 800, ita 278.5.6.6 ad veram cortinam A C, quæ invenietur pedum 301.1.5.2, & ſic erit ſatis ampla, ut vero facies V R reperiatur, fiat ut 740 ad 800, ita 300 ad aliud, & invenietur facies V R pedum 324.3.2.4, & ut linea Q A terminans ultimam, ſeu infimam plateam conſurgat fiat ut 740 ad 800, ita 83.2.5.2 ad rectam Q A, quæ invenietur pedum 90.0.0.2, tandem ut recta D F inveniatur, fiat ut 740 ad 800, ita 110.9.2.2 ad rectam D F, ſeu lineam colli correſpondentem alæ R F, quæ invenietur pedum 119. 9. 1. 5, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ E F remanebit recta D E pedum 59.9.1.5, & ſic omnes partes erunt ſatis amplæ, & humerus poterit extendi uſque ad rectam Q A, de quo alibi.

In munimentis obliquangulis duplicibus, vel triplicibus dato angulo defenſionis interiore grad: 20 linea defenſionis pedum 750, & facie pedum 240, cæterum linearum quantitates invenire.

Prop. XV. Probl.

Supponatur polygonum eſſe pentagonum, ſitque facies V R pedum 240, linea defenſionis V G pedum 750, à quibus ablatis pedibus 240 faciei V R, remanebit recta R G pedum 510, ſitque angulus defenſionis interior R G F grad: 20, angulusque lineæ defenſionis, & alæ R F B rectus, erit per prop: 32 lib. 1 Eucl: angulus G B Y grad: 70, angulusque R F G erit grad: 110, cum ſit compoſitus ex angulo recto R F B, & angulo defenſionis interiore, angulus V B D grad: 40, cum ſit æqualis ſummæ duorum angulorum Figura XXIX.

 BFG,

Digitized by Google

BFG, BGF per citatam propoſitionem, cujus complementum ad quadrantem, ſeu angulus BRF erit grad: 50, & angulus BVD inven etur ſubducendo angulum ZVB, ęqualem angulo BGF grad: 20, à dimidio anguli polygoni ZVD grad: 54, eritque grad: 34, quare angulus propugnaculi in hoc caſu erit grad: 68, & angulus VDB per prop: 32 lib. 1 Eucl: erit grad: 106, cum ſit complementum ad duos rectos duorum angulorum DVB, DBV, ut vero ala RF nota fiat conſiderandum eſt triangulum RFG, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus RG pedum 510, ut latus GF innoteſcat, fiat ut 98480 ſinus anguli RFG grad: 110 ad latus RG pedum 510, ita 76604 ſinus anguli FRG grad: 50 ad latus FG, quod invenietur pedum 396.7.1.0, & ut latus RF conſurgat, fiat ut 98480 ſinus anguli RFG grad: 110 ad latus RG pedum 510, ita 34202 ſinus anguli RGF grad: 20 ad latus RF, quod invenietur pedum 177.1.2.2, tantaque erit quantitas alæ, ut vero recta FD nota fiat conſiderandum eſt primò triangulum FRB, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus RF, ut latus BF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus RF, ita 119175 tangens anguli FRB grad: 50 ad latus FB, quod invenietur pedum 211.0.8.5, cui æqualis eſt recta BG, qua ſublata à recta VG, remanebit recta VB pedum 538.9.1.5, quare in triangulo DVB noti erunt omnes anguli, notumque erit latus VB, ut igitur latus BD innoteſcat, fiat ut 96126 ſinus anguli VDB graduum 106 ad latus VB pedum 538.9.1.5, ita 55919 ſinus anguli DVB grag. 34 ad latus DB, quod invenietur pedum 313.4.5.3, à quibus ablatis pedibus 211.0.8.5, remanebit linea DF pedum 102.3.6.8, quæ erit linea colli correſpondens alæ RF, at ſi addenda erit exterius alia platea, à recta BF abſcindatur portio FA pedum 60, & à puncto A ducatur recta AQ parallela ipſi RF, cujus quantitas ut inveniatur, conſiderandum eſt triangulum QAB, in quo latus BF innoteſcet auferendo pedes 60 à pedibus 211.0.8.5, eritque pedum 151.0.8.5, notique erunt omnes anguli, ut ex dictis patet, quare ut latus QA innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus AB pedum 151.0.8.5, ita 83909 tangens anguli QBA grad: 40 ad latus QA, quod invenietur pedum 126.7.7.3, tantaque erit quantitas lineæ QA terminantis infimam plateam, quæ erit ſatis ampla, ut vero recta AC conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam AB pedum 151.0.8.5, ita 93969 ſinus anguli ABX grad: 70 ad latus AX, quod invenietur pedum 141.9.7.3, cujus

cujus duplum pedum 283.9.4.6, erit longitudo cortinæ A C, quæ ſi nimis parva videatur augenda erit augendo lineam defenſionis, ſit itaque linea defenſionis pedum 800, deinde fiat ut 750, ad 800, ita 283.9.4.6, ad cortinam A C, quæ invenietur pedum 302.8.7.5, & ut recta D F conſurgat, fiat ut 750, ad 800, ita 102.3.6.8 ad rectam D F, quæ invenietur pedum 109.1.9.2, quod ſi habere debebit munimentum tres plateas ſpatium D F bifariam dividatur, eritque ſpatium D E pedum 54.5.9.6 latitudo primæ plateæ, ſpatium E F pedum 54.5.9.6 latitudo ſecundæ plateæ, & ſpatium F A pedum 60 latitudo infimæ plateæ, cæteræ vero lineæ, cum antea inventæ ſint ſatis amplæ, eo ampliores evadent augendo lineam defenſionis, ſic omnia polygona habentia majorem numerum laterum quam quinque poterunt hoc modo muniri, poſito angulo defenſionis interiore gr: 20 quo caſu retinebunt ſemper eamdem quantitatem omnes lineæ, excepta linea colli, quæ ſemper major fiet.

In munimento exagono obliquangulo tam duplici, quam triplici data linea defenſionis pedum 750, facie pedum 240, datisque angulis, cæterarum quantitates invenire.

Prop. XVI. Probl.

SIT propoſitum munimentum exagonum, cujus linea defenſionis ſit pedum 750, nempe V G, & facies V R pedum 240, ſitque, ut alibi dictum eſt, angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium, ſeu angulus D V B erit grad: 37. 30, quo mediante invenietur angulus defenſionis interior R G F grad: 22. 30, cui æqualis eſt angulus O F G, quarum ſumma grad: 45 conſtituet angulum externum R B F, ideoque in triangulo R F B noti erunt omnes anguli, angulus enim R F B rectus eſt ex conſtructione, angulus F B R inventus eſt grad: 45, angulusque F R B erit etiam grad: 45, cum ſit illius complementum ad quadrantem, ſic in triangulo R F G notus erit angulus R F G grad: 112. 30 compoſitus enim eſt ex angulo recto R F B, & ex angulo defenſionis interiore R G F grad: 22. 30, & angulus F R G grad: 45, cum idem ſit ac angulus F R B, notumque fiet latus R G, ſi à recta V G pedum 750 ſubducatur Figura XXVIII.

 catur

catur recta V R pedum 240, invenieturque pedum 510, quare ut latus R F innoteſcat; fiat ut 92387 ſinus anguli R F G grad: 112.30 ad latus R G pedum 510, ita 38268 ſinus anguli R G F ad latus R F, quod invenietur pedum 211.2.4.9, tantaque erit quantitas alæ R F, cui æqualis erit linea F B per prop: 6 lib: 1 Eucl: cum duo anguli F R B, F B R ſint æquales; ut vero linea F G nota fiat conſiderandum eſt triangulum F B G, in quo cum duo anguli B F G, B G F æquales ſint, ut ex ditis patet, etiam duo latera B F, B G æqualia erunt per citatam propoſitionem, quare, ſi à puncto B ducatur ad rectam F G perpendicularis recta B Y, biſariam dividet latus F G, totumque triangulum F B G in duo triangula rectangula F B Y, & G B Y, in quibus cum noti ſint anguli, notaque ſi hypothenuſa ut baſis innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam F B, vel B G pedum 211.2.4.9, ita 92387 ſinus anguli F B Y grad: 67.30 ad baſim F Y, vel G Y, quæ invenietur pedum 195.1.6.6, cujus duplum pedum 390.3.3.2 erit quantitas rectæ F G, quæ eſſet cortina, niſi exterius alia platea conſtruenda eſſet, ut vero recta F D reperiatur conſiderandum eſt triangulum B V D, in quo angulus V B D inventus eſt grad: 45, angulus B V D ex conſtructione eſt grad: 37. 30, & angulus V D B erit grad 97.30 cum ſit complementum duorum angulorum D V B, D B V ad duos rectos, latusque V B notum fiet, ſubducendo rectam B G à recta V G, eritque pedum 538.7.5.1, quare ut latus D B innoteſcat, fiat ut 99144 ſinus anguli V D B grad: 97.30 ad latus V B pedum 538.7.5.1, ita 60876 ſinus anguli B V D grad: 37.30 ad latus B D, quod invenietur pedum 330.8.0.1, à quibus ſublatis pedibus 211.2.4.9 rectæ F B, remanebit recta F D pedum 119.5.5.2, quæ erit linea colli correſpondens alæ R F, ut vero linea Q A terminans infimam plateam nota fiat conſiderandum eſt triangulum Q A B, in quo latus B F conſurget ſubducendo à tota B F pedum 211.2.4.9 pedes 60 rectæ F A, eritque pedũ 151. 2.4 9, notiq; ſunt anguli, cum ſint æquales angulis trianguli R F B, quare ut latus Q A innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus A B pedum 151.2.4.9, ita 70710 ſinus anguli A B Q grad: 45 ad latus Q A, quod invenietur pedum 151.2.4.9, eritque æqualis ipſi A B, cum duo anguli A Q B, A B Q ſint æquales, & ut recta A X conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam A B pedum 151.2.4.9 ita 92387 ſinus anguli A B X grad: 67.30 ad latus A X, quod invenietur pedum 139.7.3.4, cujus duplum pedum 279.4.6.8 erit quantitas cortinæ

A C,

A C, quæ ſi videatur parva augenda erit,ut in antecedentibus propoſitionibus, ſit itaque linea defenſionis pedum 800, qua ſtatuta, fiat ut 750 ad 800, ita 279.4.6.8, ad cortinam A C, quæ invenietur pedum 298.0.9.9, cumque ſit ferè pedum 300 ſubſiſtere poterit, cæteræ autem lineæ cum antea ſatis amplæ inventæ ſint, nullum dubium eſt,an habeant debitam quantitatem, at ſi habere debebit munimentum tres plateas à recta F D abſcindatur recta E F pedum 60, eritque D E latitudo primæ plateæ, E F latitudo ſecundæ,F A latitudo tertiæ.

Munimentum octangulum obliquangulum tam duplex,quam triplex conſtruere, linearumque quantitatem invenire.

Prop. XVII. Probl.

Conſtruatur primò munimentum octangulum rectangulum duplex,modo dicto in prima propoſitione,& duabus ſequentibus, in quo cortina ſtatuatur pedum 480, qua mediante indagandæ ſunt cæteræ lineæ,ut demonſtratum eſt in citatis propoſitionibus,& invenietur linea defenſionis I M, vel A N pedum 759.8.1.1, facies A B vel I H pedum 291.5.2.0, ala B C, vel H G pedum 207.1.1.8. linea colli correſpondens prædictæ alæ O C, vel G P pedum 122.2.5.6, linea B N, vel H M pedum 468.2.9.1, rectaque N M pedum 360,abſciſis hinc inde ex cortina rectis M C,N G pedum 60; his poſitis à punctis B. & H ducantur rectæ B D, H F perpendiculares rectis A H, I M productis uſque in R, & Q, & à puncto E,recta E T perpendicularis ipſi M N,deinde ut recta E N nota fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum E T N, in quo,cum notus ſit angulus rectus E T N, angulus defenſionis interior, qui ſupponitur inventus modo dicto in prop: 6 lib: 1 grad: 26.15, & per conſequens angulus T E N grad: 63.45, notaque ſit baſis T N pedum 180, cum ſit dimidium rectæ M N, ut hypothenuſa E N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus T N pedum 180, ita 111498 ſecans anguli T N E grad: 26. 15 ad hypothenuſam E N, quæ invenietur pedum 200. 6. 9. 6, quibus ablatis à pedibus 468.2.9.1, rectæ B N remanebit recta B E pedum 267.5.9.5, qua habita conſiderandum eſt triangulum rectangulum B D E, in quo Figura XXXI.

nota

Digitized by Google

nota eſt hypothenuſa B E inventa, notus eſt angulus rectus B D E ex conſtructione, angulusque B E D grad: 52. 30, eſt enim æqualis duobus internis, & oppoſitis E D F, E F D, & per conſequens notus erit angulus D B E grad: 37. 30, quare ut latus B D innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam B E pedum 267. 5. 9. 5, ita 79335 ſinus anguli B E D grad: 52. 30 ad latus B D, quod invenietur pedum 212. 2. 9. 6, tantaque erit longitudo exterior alæ, & ut D E inveniatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam B E pedum 267. 5. 9. 5, ita 60876 ſinus anguli D B E grad: 37. 30 ad latus D E quod reperietur pedum 162. 9. 0. 1, quibus additis pedibus 60 rectę D K tota E K erit pedum 222. 9. 0. 1, quibus iterum additis pedibus 60 rectæ K Q, tota E Q erit pedum 282. 9. 0. 1, ut vero recta E Z conſurgat conſiderandum eſt triangulum E A Z, in quo cum anguli ſupponantur inventi modo dicto in citatis propoſitionibus, notumque ſit latus A E pedum 559. 1. 1. 5 (compoſitum eſt enim ex facie A B pedum 291. 5. 2. 0, & recta B E inventa pedum 267. 5. 9. 5) ut latus E Z innoteſcat, fiat ut 99785 ſinus anguli A Z E grad: 86. 15 ad latus A E pedum 559. 1. 1. 5, ita 65934 ſinus anguli Z A E grad: 41. 15 ad latus Z E, quod invenietur pedum 369. 4. 4. 1, à quibus ablatis pedibus 282. 9. 0. 1 rectæ E Q, remanebit ſpatium Q Z pedum 85. 8. 7. 9, ſic ſpatium D Z continebit omnes plateas, & recta B D à principio inventa terminabit exterius plateam infimam, & & etiam humerum, tandem ut cortina D F conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam D E pedum 162. 9. 0. 1, ita 89687 ſinus anguli D E S grad: 63. 45 ad latus D S, quod invenietur pedum 146. 1. 0. 1, cujus duplum pedum 292. 2. 0. 2 erit quantitas cortinæ F D, quæ erit ſatis ampla, cum non multum differat à pedibus 300, quod ſi quis majorem habere voluerit poterit parumper augere angulum propugnaculi, & ſic fiet major.

Permanente eadem quantitate cortinæ, faciei, & alæ propugnaculi quodlibet polygonum munire.

Prop: XVIII. Probl.

Figura XXXII. Deſcribatur munimentum quadratum, cujus cortina ſit A C, facies V Q vel Z N, ala Q A, vel N C, latus polygoni exterioris V Z; his poſitis quolibet polygono aptari poterunt prædictæ

dictæ lineæ. A punctis itaque V, & Z, terminantibus rectam V Z ducantur duæ rectæ facientes utrumque angulum æqualem dimidio anguli polygoni, quæ producantur quouſque in eodem puncto coeant, eritque eorum inclinatio angulus centri, ut ſi muniendum ſit pentagonum ducantur duæ rectæ V i, Z i, quæ cum recta V Z faciant utrumque angulum i V Z, i Z V, equalem dimidio anguli polygoni pentagoni, eritque V i Z angulus centri prædicti, ſic procendendo in omnibus polygonis conſtrui poterit quodlibet munimentum, in quo latus polygoni exterioris, cortina, facies, & ala retinebunt eamdem quantitatem, quam habent in quadrato, linea vero colli ſemper fiet major, & angulus propugnaculi magis creſcet, ideoque aliquando fieret major recto, in exagono enim angulus propugnaculi eſſet rectus, & ſic in majoribus polygonis angulus propugnaculi eſſet major recto, nam cum dimidium anguli polygoni in exagono, ſeu angulus V Z i ſit grad: 60, ſi ab ipſis auferantur grad: 15 anguli V Z A æqualis angulo defenſionis exteriori quadrati, reſiduum, grad: 45 conſtituet dimidium anguli propugnaculi exagoni O Z i, totusque angulus propugnaculi erit grad: 90, cumque prædictus angulus ſemper creſcat quò magis creſcit angulus polygoni, in majoribus polygonis erit major recto, ex quo ſequitur quod etiamſi angulus propugnaculi ſit obtuſus munimentum defendi poſſit, cum enim quadratum habeat ſufficientem defenſionem, nulla ratio convincit, cur etiam alia polygona habentia eaſdem lineas, eumdemque angulum defenſionis, defendi non poſſint, at verum eſt quod non bene erit munimenta conſtruere hoc modo, cum aliter conſtrui poſſint ita ut habeat majorem defenſionem; quadratum itaque petagonum, & exagonum conſtrui debebunt modo dicto in antecedentibus propoſitionibus, heptagonum vero modo dicto in hac propoſitione, ſed eadem manente quantitate linearum exagoni, ideoque conſtructo munimento exagono, ſi ducantur duo radij, qui cum latere polygoni exterioris faciant utrumque angulum æqualem dimidio anguli polygoni heptagoni conſtructum erit dictum munimentum, conſtructio munimenti octagoni extat in antecedenti propoſitione, quo mediante conſtrui poterunt alia munimenta habentia majorem mumerum laterum quam octangulum, modo dicto in hac propoſitione, & ſic etiam angulus propugnaculi non evadet multo major recto, cum enim dimidium an-

Digitized by Google

guli polygoni dodecagoni ſit grad:75, ſi ab ipſo auferatur angulus defenſionis interior octanguli grad:26.15, reſiduum erit grad:48, 45, cujus duplum grad:97.30, erit quantitas anguli propugnaculi, qui erit paulò major recto.

Concluſio.

PRo munimentis igitur obliquangulis ſtatui debet longitudo faciei,& lineæ defenſionis,quæ pervenire debebit uſque ad ſecundam plateam ſi munimentum tres plateas habebit,& conſtructo uno munimento cætera conſtrui poſſunt ipſo mediante, ideoque omne polygonum muniri poterit ut quadratum aucto angulo propugnaculi, ſic ſi quis habere voluerit munimentum,in quo lineæ retineant eamdem quantitatem quam habent in pentagono ut in propoſitione 15 hujus libri apparet,vel eam, quæ inventa in exagono eſt in propoſitione 16 hujus libri, inſtituendo operationem deſcriptam in antecedenti propoſitione, quodlibet polygonum munire poterit; pro determinanda vero quantitate lineę defenſionis,& faciei accipi poterit una ex illis in propoſitionibus ad munimenta rectangula ſpectantis inventis, poterunt etiam munimenta obliquangula à quadrato uſque ad octangulum incluſivè conſtrui mediante munimento rectangulo, ut in propoſitione 16, & 17 hujus libri apparet, reliqua mediante octangulo delineanda erunt, alias vel cortina,vel facies fieret nimis parva.

Annotatio.

CUm extent aliquæ linearum proportiones, quæ in delineandis munimentis ſi adhiberentur aliqua abſurda orirentur, ſic cum aliqua conſideranda ſint circa angulum propugnaculi aliquos caſus inferius inſerere voluimus, aliquoſque linearum effectus, quibus cognitis quædam inconvenientia evitari poterunt,quæ ſi occurerent alicujus incommodi eſſent.

In

Digitized by Google

Si in exagono angulus propugnaculi eſſet grad: 60, & cortina pedum 480, linea defenſionis figentis eſſet nimis ampla.

Prop: XIX. Theor.

DEſcribatur primò progugnaculum, vel dimidium propugnaculi quadrati A B D L, cujus facies ſit A B, ala B D, linea colli D L, quæ producatur uſque ad punctum H, in quo ſit medietas cortinæ, & ad ipſum uſque producatur recta A B, eritque recta A H linea defenſionis ſtringentis à puncto autem D ducatur recta D Z parallela ipſi L X, & recta D P faciens cum recta D Z angulum P D Z æqualem dimidio anguli polygoni exagoni, producaturque recta P D uſque ad lineam L X, quam tanget in puncto K, deinde à puncto B ad punctum F rectæ P K ducatur perpendicularis B F, ſitque recta P F æqualis ipſi D H, à puncto vero P ducatur parallela ipſi H A recta P M terminata à recta L X producta in M, producaturque recta B F, quouſque tangat rectam P M in puncto N, & ſic deſcriptæ erunt omnes partes prædicti munimenti, in quo recta N M erit facies, N F ala propugnaculi, F P dimidium cortinæ, P M linea defenſionis ſtringentis, P M K dimidium anguli propugnaculi gr:30, P K X dimidium anguli polygoni; cum enim recta D Z parallela ſit rectæ K X, erit angulus P K X æqualis angulo P D Z, qui cum ex conſtructione ſit æqualis dimidio anguli polygoni erit etiam P K X æqualis dimidio anguli polygoni, per prop: 29 lib. 1 Eucl: eademque ratione probatur angulum P M K continere grad:30, eſt enim propter duas parallelas H A, P M æqualis angulo H A X, ſeu dimidio anguli propugnaculi munimenti quadrati, quod cum contineat grad: 30 totidem gradus continebit etiam angulus P M K, eritque dimidium propugnaculi in propoſito munimento, cum totus angulus propugnaculi ex hypotheſi ſit grad:60, ſic recta P M erit linea defenſionis ſtringentis, M N facies, N F ala propugnaculi, quæ in hoc caſu erit perpendicularis cortinæ F R, cujus dimidium eſt recta F P æqualis ipſi D H. His poſitis ut angulus defenſionis interior N P F, ſeu M P K conſurgat, ſubducantur grad:30 anguli P M K à gradibus 69 anguli P K X, per prop:6 lib. pri: eritque grad:30, quo habito conſiderandum eſt

Figura XXXV.

triangulum NPF, in quo cum notum ſit latus PF, notuſque ſit angulus PFN, qui ex conſtructione eſt rectus, & angulus FPN inventus gr: 30, ut latus NF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus PF ex hypotheſi pedum 240, ita 57735 tangens anguli NPF grad: 30 ad latus NF, quod invenietur pedum 138. 5.6.4, & ut hypothenuſa conſurgat, fiat ut 50000 ſinus anguli NPF grad: 30 ad latus NF pedum 138.5.6.4, ita ſinus totus ad hypothenuſam NP, quæ invenietur pedum 277.1.2.8; ut vero facies MN nota fiat conſiderandum eſt primò triangulum rectangulum BFD, in quo inveniendi ſunt anguli obliqui, quorum angulus BDF invenietur ſubducendo angulum PDH ab angulo recto BDH, angulus autem PDH innoteſcet ſubducendo angulum DLK grad: 45 ab angulo DKX grad: 60, eritque grad: 15, quibus ablatis à gradibus 90, remanebit angulus BDF grad: 75, cujus complementum ad quadrantem grad: 15 erit quantitas anguli FBD, in triangulo igitur BFD, cum noti ſint omnes anguli, notaque ſit hypothenuſa BD, (eſt enim ala quadrati) ut latus BF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam BD pedum 64.3.0.5, ita 96592 ſinus anguli FDB ad latus BF, quod invenietur pedum 61.1.1.3, quibus ablatis à pedibus 138. 5.6.4 rectæ NF remanebit recta NB pedum 77.4.5.1, qua habita, ductaque recta NA, conſideretur triangulum NBA, in quo nota ſunt duo latera, nempe latus NB inventum pedum 77.4.5.1, & latus BA pedum 240, ut pote facies propugnaculi in quadrato, notuſque erit angulus NBA ſi inveniatur angulus HBF ipſi æqualis per prop: 15 lib: pri: Eucl: cumque per prop: 7 lib: pri: angulus HBD ſit grad 75, ſi ab ipſis auferantur grad: 15 anguli FBD, remanebit angulus HBF, & ipſi æqualis angulus NBA grad: 60, quare, ut cæteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 317.4.5.1 ad eorum differentiam pedum 162.5.4.9, ita 173205 tangens ſemiſummæ angulorum BNA, BAN grad: 60 ad tangentem differentiæ eorundem, quę invenietur 88688, cui in canone tangentium reſpondent gr: 41.34, qui additi gradibus 60 ſemiſummæ conſtituunt angulum majorem grad: 101.34, ablatis vero à ſemiſumma, angulus minor conſurget gr: 19.29, cumque ex duobus lateribus notis latus BA ſit majus, angulus BNA ipſi oppoſitus erit major angulo BAN per prop: 18 lib: pri: Eucl: cognitis angulis, ut latus NA innoteſcat, fiat ut 97969 ſinus anguli BNA grad: 101.34 ad latus BA pedum 240,

ita

Digitized by Google

ita 86602 ſinus anguli A B N grad: 60 ad latus N A, quod invenietur pedum 121.1.5.3; quo cognito in triangulo M N A notum erit prædictum latus, notuſque erit angulus N M A grad: 30, ut ſupra dictum eſt, nec non angulus M N A grad: 19.26 per prop.29 lib. 1 Eucl: & angulus N A M erit grad: 130. 34, per prop:31 lib.1.Eucl. quare ut latus M N innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli A M N gr:30 ad latus N A pedum 212 1.5.3, ita 75964 ſinus anguli M A N grad 130.34 ad latus M N, quod invenietur pedum 322.5.1.9, tantaque erit quantitas faciei, cui addita recta N P pedum 277.1.2.8, prodibit recta M P pedum 599. 6.47, tantaque erit lineæ defenſionis ſtringentis longitudo, qua habita conſiderandum eſt triangulum M P K, in quo cum noti ſint anguli ut ex dictis patet notumque ſit latus P M, ut latus P K innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli P K M grad:120 ad latus P M pedum 599. 6.4.7, ita 50000 ſinus anguli P M K grad:30 ad latus P K, quod invenietur pedum 346.2.0.8, à quibus ablatis pedibus 240 rectæ P D, remanebit linea colli F K pedum 106.2.0.8, tandem ut linea defenſionis figentis nota fiat, conſiderandum eſt triangulum M ℞ P, in quo cum nota ſint duo latera M P, P ℞, notaque ſit ſumma duorum angulorum P M ℞, P ℞ M grad:30, cum ſit æqualis angulo M P K per prop:32 lib:pri:Eucl: ut cæteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum laterum M P, P ℞ pedum 839.6.4.7 ad eorum differentiam pedum 359.6.4.7, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum P ℞ M, P M ℞ grad: 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11476, cui in canone tangentium reſpondent gr:6.33, quibus ablatis à gr:15 ſemiſummæ angulus ℞ M P conſurget grad:8.27, & ut latus M ℞ reperiatur, fiat ut 14694 ſinus anguli P M ℞ grad.8.27 ad latus ℞ P pedum 240, ita 50000 ſinus anguli M P ℞ grad:150 ad latus M ℞, quod invenietur pedum 816.6.5.9, tantaque eſſet linea defenſionis figentis, quæ cum extenderetur ultra pedes 800 ſecundum nos eſſet nimis longa; non poterit igitur dari in exagono angulus propugnaculi grad:60 dum cortina ſit pedum 480.

* * *

In exagono ſimplici dato angulo propugnaculi grad.60, dataque linea defenſionis pedum 800, cortinam invenire.

Prop. XX. Probl.

Fiugra XXXV.

CUm in antecedenti propoſitione appareat, quod in prædicto munimento exagono dato angulo propugnaculi gr: 60 omnes lineæ ſatis amplæ evadant, ſed ſolum linea defenſionis figentis debitam quantitatem excedat, ſi minuatur cortina etiam prædicta linea defenſionis figentis fiet minor, cum enim probatum ſit in prop: 53 pri:libri quod quò magis creſcit linea defenſionis figentis eo, magis creſcit cortina, ſi minuatur eadem linea defenſionis figentis, eò minor fiet etiam cortina, ex quo ſequitur quod diminuta cortina etiam linea defenſionis figentis fiat minor, ſi igitur diminutio cortinæ tanta non erit ut defenſioni munimenti noceat, munimentum prædicto modo conſtructum ſubſiſtere poterit. Sit itaque linea defenſionis figentis M ℞ pedum 800 linea defenſionis ſtringentis M P pedum 599.6.4.7 ut in antecedenti propoſitione, & angulus M P K grad: 30 erit angulus M P ℞ grad: 150; in triangulo igitur M P ℞, cum nota ſint duo latera, notusque ſit unus angulus uni ex notis lateribus oppoſitus, ut angulus M ℞ P innoteſcat, fiat ut latus M ℞ ex hypotheſi pedum 800 ad 50000 ſinum anguli M P ℞ grad: 150, ita latus M P pedum 599.6.4.7 ad ſinum anguli M ℞ P, qui invenietur 37477, cui in canone ſinuum reſpondent grad: 22.1, quibus ablatis à gradibus 30 anguli M P K prodibit angulus ℞ M P grad: 7:59, quo invento ut latus P ℞ conſurgat, fiat ut 50000 ſinus anguli M P ℞ grad: 150 ad latus ℞ M pedum 800, ita 13888 ſinus anguli ℞ M P grad 7.59 ad latus ℞ P, quod invenietur pedum 222.2.0.8, tantaque erit ala cortinæ, cui addita recta P F tota cortina erit pedum 462.2.0.8 quæ erit ſatis ampla, ideoque tale munimentum erit bene conſtructum, & ipſo mediante faciliмè conſtrui poterunt munimenta, quorum polygona habebunt majorem numerum laterum quam exagonum, modo dicto in propoſitione 18 hujus libri, & ſic omnia munimenta habebunt lineas ſatis amplas, & angulus propugnaculi uſque ad dodecagonum nunquam fiet major recto,

cum

Digitized by Google

cum enim angulus polygoni dodecagoni ſit graduum 150, erit dimidium ejus grad: 75, à quibus ablatis grad: 30 anguli defenſionis interioris, reſiduum erit grad: 45, cujus duplum grad: 90 erit quantitas anguli propugnaculi, & ſic nunquam erit major recto.

In pentagono dato angulo propugnaculi gr: 60, dataque cortina ped: 480, in cujus medio cadat linea defenſionis ſtringentis, cæterarum linearum quantitates invenire munimentumque ſimplex conſtruere.

Prop. XXI. Probl.

Sit recta P F pedum 240 dimidium cortinæ R F, in cujus medio P cadat linea defenſionis ſtringentis M P parallela lineæ defenſionis ſtringentis quadrati A H ad hoc ut angulus P M K ſit gr: 30; quo mediante invenietur angulus M P F, ſeu N P F grad: 24 cujus complementum ad quadrantem gr: 66 conſtituet angulum P N F; in triangulo igitur rectangulo P N F noti ſunt anguli, notumque eſt latus P F pedum 240 ex hypotheſi, quare ut latus N F innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus P F pedum 240, ita 44522 tangens anguli N P F grad: 24 ad latus N F, quod invenietur pedum 106.8.5.2, & ut hypothenuſa N P reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus P F pedum 240, ita 109463 ſecans anguli N P F gr: 24 ad hypothenuſam N P, quæ invenietur pedum 262.7.1.1; ut vero facies nota fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum F B D, in quo ut angulus B D F innoteſcat ſubducantur grad: 45 anguli H D Z à grad: 45 anguli P D Z, & prodibit angulus P D H grad: 9 quibus ſublatis à grad: 90 anguli recti H D B conſurget angulus B D F gr: 81, cujus complementum ad quadrantem grad: 9 erit quantitas anguli F B D; cognitis angulis, ut latus B F innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam B D pedum 60, ita 98768 ſinus anguli B D F grad: 81 ad latus B F, quod invenietur pedum 59, quibus ſublatis à pedibus 106: 8.5.2 rectæ N F, prodibit recta N B pedum 52.5.9.2, ductaque recta N A, conſiderandum eſt triangulum A N B, in quo notum eſt latus A B pedum 240, cum ſit facies propugnaculi in munimento quadrato, ut in prop: 19 hujus libri dictum eſt, nec Figura XXXV.

non

Digitized by Google

non latus N B inventum pedum 52.5.9.2, angulusque N B A erit grad:66, cum enim duæ rectæ A H, M P ſint ex conſtructione parallelæ, duo anguli P N F, H B F erunt inter ſe æquales per prop: 29 lib:pri:Eucl: & per prop:15 lib: pri: Eucl: etiam duo anguli N B A, H B F erunt inter ſe æquales, quare per pri: axio: lib: pri: Eucl: duo anguli P N F, N B A erunt inter ſe æquales, cumque angulus P N F contineat grad:66, ut ſuperius dictum eſt, totidem gradus continebit angulus N B A, ut igitur cæteri anguli trianguli N B A innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum laterum A B, B N pedum 292.5.9.2 ad eorum differentiam pedum 187.4.0.4, ita 153986 tangens ſemiſummæ angulorum B N A, B A N grad:57 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 98629, cui in canone tangentium reſpondent grad:44.36, quibus ablatis à gradibus 57 ſemiſummæ, conſurget angulus B A N grad:12.24 additi vero prędictis gradibus ſemiſummæ, conſtituunt angulum A N B grad: 101. 36, quibus habitis, ut latus N A reperiatur, fiat ut 97957 ſinus anguli A N B grad:101.36 ad latus A B pedum 240, ita 91354 ſinus anguli N B A grad:66 ad latus N A, quod invenietur pedum 223.8.2.2 quo cognito conſiderandum eſt triangulum M N A, in quo notus eſt angulus N M A ex hypotheſi grad:30, nec non angulus M N A grad:12.24, eſt enim æqualis angulo B A N, cum ſint anguli alterni, quare ut latus M N innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli N M A grad:30 ad latus N A pedum 223.8.2.2, ita 67430 ſinus anguli N A M grad:137.36 ad latus M N, quod invenietur pedum 301.8.4.6, tantaque erit faciei quantitas, qua addita rectæ N P pedum 262.7.1.1, tota M P conſurget pedum 564.5.5.7, qua habita quæratur, lineæ defenſionis figentis M R quantitas, quæ ut inveniatur conſiderandum eſt triangulum M R P, in quo notum eſt latus M P inventum pedum 564.5.5.7, nec non latus P R ex hypotheſi pedum 240, notusque eſt angulus M P R grad:156, cum ſit angulus defenſionis exterior, quare ut cęteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum laterum M P, P R pedum 804.5.5.7 ad eorum differentiam pedum 324.5.5.7, ita 21255 tangens ſemiſummæ angulorum P M R, P R M grad: 12 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 8574, cui in canone tangentium reſpondent grad:4.54, quibus additis gradibus 12 differentiæ, conſurget angulus M R P grad:16.54, ablatis vero à ſemiſumma, prodibit angulus R M P grad:7.63 inventis angulis ut M R innote-

non note-

notefcat, fiat ut 12360 ſinus anguli P M R grad: 7. 6 ad latus P R pedum 240, ita 40673 ſinus anguli M P R, gr: 156 ad latus M R, quod invenietur pedum 789.7.6.6, tantaque erit lineæ defenſionis figentis longitudo; tandem ut linea colli inveniatur, conſiderandum eſt triangulum M P K, in quo cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus P M pedum 564.5.5.7, ut latus P K innoteſcat, fiat ut 80901 ſinus anguli M K P grad: 126 ad latus P M pedum 564.5.5.7, ita 50000 ſinus anguli K M P grad: 30 ad latus P K; quod invenietur pedum 348.9.1.8, à quibus ablatis pedibus 240 rectæ P F, remanebit recta F K pedum 108.9.1.8, tantaque erit quantitas lineæ colli, quare in pentagono poteſt dari angulus propugnaculi grad: 60, cum linea defenſionis figentis non perveniat ad pedes 800, cæteræque lineæ ſatis amplæ evadant.

Annotatio.

EX duabus antecedentibus propoſitionibus apparet, quod tam pentagonum, quam exagonum habere poteſt angulum propugnaculi grad: 60, quare facilima erit munimentorum ſimplicium conſtructio, ſi à quadrato uſque ad exagonum incluſive ſtatuatur angulus propugnaculi, grad: 60, cætera vero munimenta majorem numerum laterum habentia quam exagonum deſcribantur modo dicto in prop. 18, ita ut lineæ eamdem quantitatem ſemper ſervent, quam habent in exagono, & ſic in quolibet munimento omnes partes ſatis amplæ evadent, & angulus propugnaculi numquam fiet major recto, ut in prop: 20 hujus libri apparet.

Si in munimento pentagono angulus propugnaculi eſſet rectus alæ eſſent nimis parvæ.

Prop. XXII. Theor.

DEſcribatur propugnaculum quadrati, cujus facies ſint A E, & A Q, & ala propugnaculi E F, à puncto vero E ad punctum Q ducatur recta E Q, ſuper quam à puncto A cadat perpendicularis A P, producaturque E Q hinc inde uſque ad B, & C; factoque centro in P intervallo P A deſcribatur ſemicirculus B A C, cujus Figura XXXVI.

 dia-

diameter ſit B C, ad cujus terminos B, & C à puncto A ducantur duæ rectæ A C, A B, per punctum vero E ducatur recta D I parallela ipſi B A, ſitque recta E D æqualis ipſi E A, & per punctum F ducatur recta M K ſecans rectam D I in puncto T, & rectam A P in puncto L, ita ut angulus K L P ſit æqualis dimidio anguli polygoni pentagoni, deinde à puncto E ducatur recta E O perpendicularis ipſi K M, ſitque recta K O in proportione dupla ipſius A E, & à puncto K ducatur perpendicularis ipſi K M recta K I, terminata à puncto I, à quo ducatur recta I N parallela ipſi K M, connectanturque tres rectæ K M, I D, I N recta D R parallela ipſi A P, producaturque recta E O uſque ad rectam N I terminata in puncto O, & ſic ſtatutæ erunt partes prædicti munimenti, in quo D E erit facies E O, ſeu E G ala propugnaculi G I cortina, angulus I D R dimidium anguli propugnaculi, & angulus I N R dimidium anguli polygoni, cum enim angulus B A C trianguli iſoſcelis C A B ſit in ſemicirculo B A C, erit rectus per prop: 31 lib. 3. Eucl: ideoque angulus B A P erit ſemi rectus, ſeu gr: 45 cum linea A P ſit perpendicularis baſi B C, cui æqualis eſt angulus E V P per prop: 29 lib: pri: Eucl: duæ enim rectæ B A, E V ſunt ex conſtructione parallelæ, eademque ratione erit angulus E D R æqualis angulo E V P, ſeu grad: 45, cum duæ rectæ A P, D R ſint ex conſtructione parallelæ, quare totus angulus propugnaculi erit grad: 90, eodem modo probatur angulum I N R eſſe æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, nam propter duas parallelas A P, D R duo anguli K L P, K M R ſunt inter ſe æquales, & propter duas parallelas K M, I N etiam duo anguli K M R, I N R erunt inter ſe æquales, ideoque angulus I N R erit æqualis angulo K L P, qui cum ex conſtructione ſit æqualis dimidio anguli polygoni pentagoni, etiam angulus I N R erit æqualis dimidio anguli polygoni prædictæ figuræ; his poſitis ut alæ propugnaculi E G quantitas innoteſcat, inveniendus eſt primò angulus D I N, qui reperietur ſubducendo angulum I D R grad: 45 à dimidio anguli polygoni I N R grad: 54 eritque grad: 9, quo cognito conſiderandum eſt triangulum E I G, in quo cum notus ſit angulus rectus

E G I,

Digitized by Google

E G I, nec non angulus E I G, notumque ſi latus I G pedum 480, ut latus E G conſurgat, fiat ut ſinus totus ad 15838 tangentem anguli E I G gr: 9 ita latus (I G quod ſupponatur pedum 480) ad latus G E, quod invenietur pedum 76.0.2.2, ex quo patet, quod ſi in pentagono angulus propugnaculi eſſet rectus, munimentum haberet tantum unicam lineam defenſionis, linea enim, quæ oritur producendo faciem terminaretur à puncto, in quo ala propugnaculi cortinam tangit, quod ſi quis vellet ipſam terminare in medietate cortinæ, alæ propugnaculi quantitas eſſet ſolummodò pedum 38.0.1.1 quod eſt abſurdum, at ſi ſtatueretur prædicta ala propugnaculi pedum 60 munimentum habere poſſet alas in cortina, ſed valde parvas, linea enim defenſionis ſtringentis extenderetur ultra medietatem cortinæ, nec multum diſtaret ab angulo alæ propugnaculi, & cortinę, ut per ratiocinium triangulorum patet, conſideretur itaque triangulum rectangulum E T O, in quo cum noti ſint anguli (duo enim triangula E T O, E I G ſunt æquiangula) notumque ex hypotheſi ſit latus E O, quod ponitur pedum 60, ut latus T O innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad 631375 tangentem anguli T E O grad: 81, ita latus E O pedum 60 ad latus T O, quod invenietur pedum 378.8.2.5, quibus ſublatis à pedibus 480 totius cortinæ, remanebũt pedes 101.1.7.5 tantaque erit quantitas alę cortinæ, quare ſi in pentagono angulus propugnaculi eſſet grad: 90 poſſet quidem defendi, cum omnes partes detectæ ſint, ſed debiles eſſent defenſiones, cum alæ evadant parvæ, ideoque non conducit in pentagono angulum propugnaculi ſtatuere rectum, eo quod dum prædictus angulus eſt minor recto alæ fiunt ampliores ut ex antecedenti propoſitione apparet. Aliqui multi faciunt angulum rectum aſſerentes, quod quo major eſt angulus propugnaculi eò difficilius poſſunt tormenta inimicorum ipſum deſtruere, nos vero volumus potius angulum propugnaculi acutum, dum non ſit minor grad: 60 & alas amplas, quam angulum rectum, & alas parvas, quod autem angulus acutus ſit melior recto ſatis probat Petrus Sardi, quare ulterius pergemus.

In munimento exagono duplici rectangulo data ala propugnaculi æquale lineæ colli pedum 120, nec non facie pedum 240, angulum propugnaculi, cæterarumque linearum quantitates invenire.

Prop. XXIII. Probl.

Figura XXVI. SIt propoſitum munimentum exagonum, in quo X f ſit facies pedum 240 f C ala propugnaculi pedum 120, totidemque pedum ſit linea colli A C, ſitque C G cortina, & X F linea defenſionis invenienda; his poſitis producantur duæ rectæ X A, f C, quousque coeant in puncto P, ita ut fiat triangulum X f P, & triangulum rectangulum A C P habens angulum rectum A C P, in quo præter angulum rectum, notus erit etiam angulus C A P grad: 60, cum ſit dimidium anguli polygoni exagoni, notumque eſt latus A C ex hypotheſi pedum 120, quare ut latus C P innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus A C pedum 120; ita 173205 tangens anguli P A C grad:60 ad latus C P, quod invenietur pedum 207.8.4.6, quibus additis pedibus 120 alæ f C ex hypotheſi, tota linea f P conſurget pedum 327.8.4.6, angulusque A P C, ſeu X P f erit grad: 30, cum ſit complementum ad quadrantem anguli C A P, ideoque in triangulo X P f, cum notum ſit latus f P jam inventum, nec non latus X f ex hypotheſi pedum 240, notusque ſit angulus X P f, ut angulus P X f innoteſcat, fiat ut latus X f pedum 240, ad 50000 ſinum anguli X P f grad:30, ita latus f P pedum 327.8.4.6 ad ſinum anguli P X f, quod invenietur 68301, cui in canone ſinuum reſpondent grad:43.5, ideoque totus angulus propugnaculi erit grad:86.10, quo habito vt angulus defenſionis interior inveniatur ſubducantur gradus 43.5 anguli A X f à gradibus 60 anguli C A P, & prodibit angulus defenſionis interior f F G grad:16.55, cujus complementum ad quadrantem grad:73.5 erit quantitas anguli C f F, in triangulo igitur C f F, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus f C ex hypotheſi pedum 120, ut latus C F innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus f C pedum 120, ita 328794 tangens anguli C f F gr: 73.5 ad latus C F, quod invenietur pedum 394.5.5.2, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, tota C G conſurget pedum 454.5.5.2, tan-

Digitized by Google

tantaque erit quantitas cortinæ, & ut hypothenuſa fF conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 394.5.5.2, ita 104522 ſecans anguli fFC grad: 16. 55 ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 412.3.9.3, quibus additis pedibus 240 faciei, linea defenſionis prodibit ped: 652.3.9.3.

In quadrato non poſſunt ſimul manere ala propugnaculi, & linea colli pedum 120, & facies pedum 240, exiſtente angulo alæ, & cortinæ recto.

Prop. XXIV. Theor.

SIt in propoſito munimento quadrato ala propugnaculi fC pedum 120, totidemque pedum ſit linea colli AC, ſitque facies Xf pedum 240; his poſitis conſiderandum eſt triangulum CAP, quod oritur ex productione alæ propugnaculi, & capitalis, in quo angulus ACP ſit rectus, angulusque CAP erit grad: 45, cum ſit dimidium anguli polygoni quadrati, totidemque graduum erit angulus APC per prop: 32 lib: pri: Eucl. ideoque duo latera AC, CP erunt æqualia per prop: 6 lib: pri: Eucl: quare latus CP continebit pedes 120, quibus addititis pedibus 120 rectæ fC ex hypotheſi, tota fP erit pedum 240, cumque ex hypotheſi etiam facies Xf ſit pedum 240 in triangulo XPf duo latera Xf, fP erunt inter ſe æqualia, quare per prop: 5 lib: pri: Eucl: etiam angulus fXP erit æqualis angulo fPX, nempe grad: 45, totusque angulus propugnaculi erit grad: 90, quod eſt abſurdum, ut demonſtratum eſt in prop: 35 lib: primi; in munimento igitur quadrato rectangulo non poſſunt ſimul manere ala propugnaculi & linea colli pedum 120, & facies pedum 240. Figura XXV.

Annotatio.

EX duabus ultimis propoſitionibus colligitur quod non ſemper poteſt dari linea colli æqualis alæ propugnaculi pedum 120 ſtatuta facie pedum 240, cum in quadrato prædictæ tres lineæ ſimul manere non poſſint, & quando in aliquo munimento ſubſiſtere poſſint non conducit, talem proportionem retinere, aliter enim procedendo vel ala propugnaculi fit major, vel munimen-

tum habere poteſt alas in cortina, non tamen prædictus methodus eſt omnino ſpernendus cum aliquando utilis eſſe poſſit in munimentis irregularibus.

Si in quadrato munimentum fuerit rectangulum ſine alis in cortina, & linea defenſionis pedum 750, facies eſſe non poterit pedum 240, nam linea colli fieret nimis parva.

Propoſ. XXV. Theorema.

Figura XXV. SIt propoſitum munimentum quadratum, ſit linea defenſionis X F pedum 750, ponaturque facies X f pedum 240, ſit recta f C ala propugnaculi, & C G cortina, angulus f C F ſit rectus, & angulus propugnaculi grad: 60, cuius dimidium, ſeu angulus A X F erit grad: 30, quo mediante invenietur angulus defenſionis interior X F A, ſeus f F C grad: 15, cujus complementum ad quadrantem grad: 75 erit quantitas anguli C f F, & angulus X A F erit gr: 135, cum ſit complementum anguli C A P grad: 45 ad duos rectos; cognitis angulis indagande ſunt linearum quantitates, quarum recta f F nota fiet ſubducendo à tota X F pedum 750 faciem X f pedum 240, eritque reſiduum pedum 510 quantitas lineæ f F, ideoque in triangulo f C F noti erunt omnes anguli, notaque erit hypothenuſa f F, quare ut latus C f innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam f F pedum 510, ita 25881 ſinus anguli f F C grad: 15 ad latus f C, quod invenietur pedum 131.9.9.3, tantaque erit quantitas alæ propugnaculi, & ut latus C F conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam f F pedum 510, ita 96592 ſinus anguli C f F gr: 75 ad latus C F, quod invenietur pedũ 492.6.1.9, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, tota C G conſurget pedum 552.6.1.9, tantaque erit quantitas cortinæ, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum A X F, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus X F ex hypotheſi pedum 750, ut latus A F innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli X A F grad: 135 ad latus X F pedum 750, ita 50000 ſinus anguli A X F graduum 30 ad latus A F, quod invenietur pedum 530.3.3.5, à quibus ablatis pedibus 492.6.1.9, remanebit linea colli pedum 37.7.1.6, quæ cum ſit nimis parva nullo modo ſubſiſtere poterit, ideoq; data linea defenſionis pedum 750 facies eſſe non poterit pedum 240.

In

Digitized by Google

In munimento exagono, & rectangulo ſine alis in cortina, ſi linea defenſionis eſſet pedum 750, & facies pedum 240, linea colli eſſet nimis parva.

Prop. XXVI. Theorema.

SIt propoſitum munimentum exagonum, in quo recta X F ſit linea defenſionis pedum 750, X f facies pedum 240, f C ala propugnaculi, C G cortina, ſitque angulus propugnaculi grad: 75, cujus dimidium, ſeu angulus A X F erit grad: 34. 30, quibus ablatis à grad. 60 dimidij anguli polygoni, prodibit angulus defenſionis interior X F A, ſeu f F C gr: 22. 30, cujus complementum ad quadrantem grad: 67. 30 erit quantitas anguli C f F, & angulus F A X erit grad: 120, cum ſit complementum anguli C A P, ſeu dimidij anguli polygoni ad duos rectos; cognitis angulis linearum quantitates indagandæ erunt, quarum recta f F innoteſcet ſubducendo faciem X f ex hypotheſi pedum 240 à linea defenſionis X F pedum 750, eritque pedum 510, quà cognita conſiderandum eſt triangulum f F C, inquo notus eſt angulus rectus f C F, angulusque f F C grad: 22. 30, & angulus C f F grad: 67. 30, notaque eſt hypothenuſa f F inventa pedum 510, quare ut latus f C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam f F pedum 510, ita 38268 ſinus anguli C f F grad: 22. 30 ad latus f C, quod invenietur pedum 195. 1. 6. 6, & ut latus C F conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam f F pedum 510, ita 92387 ſinus anguli C f F grad: 67. 30 ad latus C F, quod invenietur pedum 471. 1. 7. 3, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, prodibit cortina C G pedum 531. 1. 7. 3, quà inventa ut linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum A X F, in quo cum noti ſint anguli, ut ex dictis patet, notumque ſit latus X F, ut latus A F innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli X A F grad: 120 ad latus X F pedum 750, ita 60876 ſinus anguli A X F grad: 37. 30 ad latus A F, quod invenietur pedum 527. 2. 0. 4, à quibus ablatis pedibus 471. 1. 7. 3 conſurget linea A C pedum 56. 0. 3. 1, quæ cum ſit nimis parva ſubſiſtere non poteſt, ideoque data linea defenſionis pedum 750 facies eſſe non poteſt pedum 240.

Figura XXVI.

Si

Si in munimento dodecagono, & rectangulo ſine alis in cortina linea defenſionis eſſet pedum 750, & facies pedum 240, linea colli eſſet nimis brevis.

Prop. XXVII. Theor.

Figura XXVII.

SIt in propoſito munimento linea defenſionis X F pedum 750, & facies X f pedum 240, ſitque angulus propugnaculi grad: 90 erit ejus dimidium, nempe angulus f X A, ſeu F X A grad: 45, qui ſublati à gradibus 75 dimidij anguli polygoni, ſeu anguli F A P gr: 75, remanebit angulus defenſionis interior X F A, ſeu f F C gr: 30, cujus complementum ad quadrantem, ſeu angulus C f F erit grad: 60; cognitis angulis linea f F nota fiet ſubducendo faciem X f pedum 240 à tota linea defenſionis X F pedum 750, & invenietur pedum 510, in triangulo igitur rectangulo f F C cum noti ſint anguli, notaque ſit hypothenuſa f F, ut latus f C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam f F pedum 510, ita 50000 ſinus anguli f F C grad: 30 ad latus f C, quod invenietur pedum 255, & ut latus C F reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latis f F pedum 510, ita 86602 ſinus anguli C f F grad: 60 ad latus C F, quod invenietur pedum 441.6.7.0, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, cortina C G conſurget pedum 501.6.7.0; ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum A X F, in quo noti ſunt anguli, notumque eſt latus X F ex hypotheſi, quare ut latus A F innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli X A F grad: 105 ad latus X F pedum 750, ita 70710 ſinus anguli A X F grad: 45 ad latus A F, quod invenietur pedum 549.0.3.6, à quibus ablatis pedibus 501.6.7.0 cortinæ C G, prodibit linea colli pedum 38.3.6.6, quæ erit nimis parva, ideoque in præfacto munimento ſi linea defenſionis erit pedum 750 facies eſſe non poterit pedum 240.

Annotatio.

CUm in quadrato, exagono, & dodecagono habentibus unicam lineam defenſionis facies eſſe non poſſit pedum 240, dum eadem linea defenſionis ſit pedum 750, eo quod linea colli evaderet nimis parva, dicendum eſt quod hoc etiam in alijs poly-

gonis

gonis contingat, dum munimenta ſint rectangula, quare ſtatui non poterit quælibet proportio inter lineam defenſionis, & faciem, ideoque cavendum eſt in munimentis conſtruendis ne aliqua inconvenientia oriantur, quod non eveniet ſi adhibeantur proportiones à nobis tradditæ, cum per ratiocinium triangulorum appareat, quod omnes munimenti partes bene inter ſe correſpondeant.

In munimento duplici rectangulo datis lineis terminantibus plateas, humerum delineare, quantitatesque linearum ipſum terminantium invenire.

Prop. XXVIII. Probl.

Sit recta Z F linea terminans ſecundam plateam, & recta G e linea terminans primam plateam, quæ dividatur in tres partes æquales, quarum duæ conſtituant rectam e m, tertia rectæ m G relinquatur, à puncto vero X ad punctum m ducatur recta X m interſecans rectas Z F, & e G in punctis N, & m, eritque trapezium N Z e m humerus; his peractis, ut linearum quantitates notæ fiant ſupponatur polygonum eſſe quadratum, deinde producantur duæ rectæ X F, e G quouſque coeant in puncto i, ita ut cum recta F G faciant triangulum rectangulum F G i, in quo notum eſt latus F G ex conſtructione pedum 60, ut in prop:1 hujus libri dictum eſt, notusque eſt angulus rectus F G i, & angulus G F i grad. 15, cum ſit æqualis angulo defenſionis interiori f F C per prop. 15 lib. pri. Eucl: cujus complementum ad quadrantem grad. 75 erit quantitas anguli F i G, quare ut latus G i innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus F G pedum 60, ita 26794 tangens anguli G F i grad: 15 ad latus G i, quod invenietur pedum 16.0.7.6, & ut hypothenuſa F i conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus F G pedum 60, ita 103527 ſecans anguli G F i gr: 15 ad hypothenuſam F i, quæ invenietur pedum 62.1.1.6, quibus additis pedibus 742.6.8.8 lineæ defenſionis X F per prop. 1 hujus libri, tota X i conſurget pedũ 805.1.0.4, rectæque e G pedum 112.5.3.4, (ut in citata propoſitione,) additis pedibus 16.0.7.6 rectæ G i, tota e i conſurget pedum 128.6.1.0, quibus inventis conſiderandum eſt triangulum m X i, in quo cum nota ſint duo latera inventa X i, i m, notusque ſit angulus X i m grad: 75, ut an- Figura XXV.

Digitized by Google

gulus i m X innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 933.7.1.4 ad eorum differentiam pedum 676.4.9.4, ita 130322 tangens ſemiſummæ angulorum i X m, i m X gr. 52.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 94420, cui in canone tangentium reſpondent grad:43.21, quibus additis grad:52.30 ſemiſummæ prædict, æangulus X m i conſurget gr:95.51, quo cognito à puncto m ducatur recta m q perpendicularis ipſi Z F parallela ipſi F G, ita ut fiat triangulum rectangulum N m q, in quo angulus rectus erit N q m, angulus autem N m q invenietur gr:5.51 ſubducendo angulum rectum q m G ab angulo N m G grad:95.51, & angulus q N m erit grad:84.9, cum ſit complementum anguli q N m ad quadrantem, & latus q m erit pedum 60, cum ſit æquale lateri F G, quare ut hypothenuſa N m innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus q m pedum 60, ita 100523 ſecans anguli N m q grad:5.51 ad hypothenuſam N m, quæ invenietur pedum 60.3.1.3, & ut latus N q conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus q m pedum 60, ita 10245 tangens anguli N m q grad:5.51 ad latus N q, quod invenietur pedum 6.1.4.7, cum autem recta m G ſit ex constructione tertia pars rectæ e G pedum 112.5.3.4 continebit pedes 37.5.1.1, totidemque pedes continebit recta q F, cum ſit æqualis ipſi m G, cui additis pedibus 6.1.4.7, conſurget tota N F pedum 43.6.5.8, quibus ablatis à pedibus 96.4.5.8 rectæ Z F inventæ in prop.1 hujus libri, remanebit recta Z N pedum 42.8.0.0, & ſic inventæ erunt quantitates linearum terminantium humerum in quadrato, eodemque modo inveniri poterunt in alijs munimentis mutatis mutandis.

Alio modo humerum delineare, linearumque ipſum terminantium invenire quantitates.

Prop. XXIX. Probl.

Figura XXV.

SIt recta Z F pedum 96.4.5.8, ut dictum eſt, quæ dividatur in tres æquales partes, ſitque recta N F ejuſdem tertia pars pedum 32.1.5.2, erit Z N pedum 64.3.0.4; his poſitis ut recta N m nota fiat conſiderandum eſt triangulum F X N, in quo, cum notum ſit latus X F pedum 742.9.8.8, nec non latus N F pedum 32.1.5.2 ex conſtructione, notuſque ſit angulus X F N, ut angulus X N F innote-

noteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 775.1.4.0 ad eorum differentiam pedum 710.8.3.6, ita 130322 tangens ſemiſummæ angulorum F X N, F N X ad tangentem differentiæ eorundem, quæ invenietur 11951 0, cui in canone tangentium reſpondent gradus 50.5, qui additi gradibus 52. 30 conſtituunt angulum X N F grad:102:35, cujus complementum ad duos rectos erit quantitas anguli m N q grad:77.25, cujus complementum ad quadrantem erit quantitas anguli N m q grad.12.35, quibus cognitis, ut hypothenuſa N m innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus q m pedum 60, ita 102461 ſecans anguli N m q grad. 12.35 ad hypothenuſam N m, quæ invenietur pedum 61.4.7.6, & ut latus N q conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus q m pedum 60, ita 22322 tangens anguli N m q grad: 12.35 ad latus N q, quod invenietur pedum 13.3.9.3, quibus ablatis à pedibus 32.1.5.2 rectæ N F remanebit recta q F pedum 18.7.5.9, cui æqualis eſt recta m G, & ſic conſtructus erit humerus.

In munimento duplici obliquangulo humerum determinare, quantitatesque linearum ipſum teminantium invenire.

Prop. XXX. Probl.

SUpponatur polygonum eſſe pentagonum cujus lineæ habeant quantitatem inventam in prop:15 hujus libri, & angulus V G O ſit rectus, erit itaque recta V G pedum 750, & O G pedum 177.1.2.2, à qua abſcindatur recta G L, quæ ſit æqualis tertiæ parti ipſius O G, & ſic continebit pedes 59.0.4.0, & recta L O continebit pedes 118.0.8.0; his poſitis conſiderandum eſt triangulum rectangulum V G L, in quo cum notus ſit angulus rectus V G L, notaque ſint latera V G, G L, ut angulus L V G innoteſcat, fiat ut latus V G pedum 750 ad ſinum totum, ita latus G L pedum 59.0.4.0 ad tangentem anguli L V G, quæ invenietur 7872, cui in canone tangentium reſpondent gradus 4. 30, tantaque erit quantitas anguli G V L, qua cognita ut latus V L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus V G pedum 750, ita 100309 ſecans anguli G V L grad: 4. 30 ad hypothenuſam V L, quæ invenietur pedum 752.3.1.7, qua inventa à recta V G ſubducatur recta C G pedum 60, & remanebit recta Figura XXIX.

dum 750, ita 9186 tangens anguli L V G grad: 5. 15 ad latus L G, quod invenietur pedum 68.8.9.5, ſic procedendo in omnibus polygonis mutatis mutandis inveniri poterit humerus.

In munimento triplici obliquangulo humerum determinare, linearumque ipſum terminantium quantitates invenire.

Prop: XXXII. Probl.

SUpponatur polygonum eſſe exagonum, cujus lineæ habeant quantitatem inventam in propoſitione 16 hujus libri, erit itaque recta V G pedum 750, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ G C remanebit recta V C pedum 690, & recta N C erit pedum 151.2.4.9, ex qua abſcindatur recta C M tantæ magnitudinis quantæ eſſe debet longitudo infimæ plateæ, ſitque e.g. ped. 63.3.8.7 ut in antecedenti propoſitione, quibus ablatis à pedibus 151. 2. 4. 9 rectæ N C, remanebit recta N M pedum 77.8.6.2, cumquæ triangulum C V M idem ſit ac in pentagono, cum duo latera V C, C M ſint ejuſdem magnitudinis, angulus C V M erit gr. 5. 15, & recta M L erit pedum 60.2.5.3; ut vero duæ rectæ M K, K H notæ fiant conſiderandum eſt triangulum rectangulum H V K, cujus latus V H prodibit pedũ 810 addendo rectæ V G pedũ 750, rectam G H pedũ 60, notique erunt duo anguli K H V, K V H ut ex dictis, quare ut hypothenuſa V K conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus V H pedum 810, ita 100451 ſecans anguli H V K grad: 5. 15 ad hypothenuſam V K, quæ invenietur pedum 813.4.1.0, à quibus ablatis pedibus 692.9.0.4, remanebit recta M K pedum 120.5. 0. 6, à quibus ablatis pedibus 60. 2. 5. 3 rectæ M L, remanebit recta L K etiam pedum 60.2.5.3, & ut latus K H innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus V H pedum 810, ita 9186 tangens anguli H V K ad latus K H, quod invenietur pedum 74. 4. 0. 6, & ſic notæ erunt omnes lineæ humeri adjacentes, ipſumque determinantes. Figura XXVIII.

In munimentis triplicibus rectangulis humerum determinare, linearumque ipſi adjacentium quantitates invenire.

Prop. XXXIII. Probl.

Figura XXVI. SUpponatur polygonum eſſe exagonum, cujus lineæ, & anguli habeant quantitatem inventam in prop:2 hujus libri; erit angulus propugnaculi grad:75, & ejus dimidium ſeu angulus A X F grad:37.30, angulusque defenſionis interior A F X grad:22.30 quibus ablatis à gradibus 90 anguli recti D F Z, remanebit angulus X F Z grad:67.30, ala G e erit pedum 173.9.6.8 facies W e pedum 301.4.3.6, linea defenſionis X F ped:755.8.0.7, rectaque Z F pedum 149.1.1.6; his poſitis à linea colli G I abſcindatur recta G K æqualis ipſi F G, ſeu pedum 60, & à puncto K ducatur parallela ipſi G e recta K △, à recta vero Z F abſcindatur recta Z N tantæ magnitudinis quantæ eſſe debet linea exterius terminans humerum e.g. pedum 60, quibus ablatis à pedibus 149.1.1.6 rectæ Z F remanebit recta N F pedum 89.1.1.6, ducaturque à puncto X ad punctum N recta X N, quæ producatur quouſque tangat rectam △ K in puncto d, deinde conſideretur triangulum N X F, in quo cum notus ſit angulus X F N grad:67.30, notaque ſint duo latera N F, F X, ut angulus F N X innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum ped.844.9.2.3 ad eorum differentiam pedum 666.6.9.1, ita 149660 tangens ſemiſummæ angulorum F X N, N F X ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 118350, cui in canone tangentium reſpondent grad: 49. 48, quibus additis 56.15 ſemiſummæ, prodibit angulus X N F grad:106.3; cui æquales ſunt anguli N h G, N d K propter parallelas N F, h G, d K, nec non angulus d h e, cum duo anguli N h G, e h d ſint ad verticem; cognitis prædictis angulis à puncto h ducatur recta h o perpendicularis ipſi N F, quæ producatur uſque in u, ita ut fiant duo triangula rectangula, quæ erunt ſimilia, ut patet, & habebunt latera correſpondentia inter ſe æqualia, cum duo latera o h,

hu

h u ex conſtructione ſint æqualia, quare inventa quantitate laterum trianguli N o h, etiam latera trianguli u h d nota fient; in triangulo igitur rectangulo N o h notus eſt angulus rectus N o h, angulusque N h o invenietur grad: 16. 3 ſubducendo grad: 90 anguli recti o h G à grad: 106. 3 anguli N h G, notumque eſt latus o h pedum 60, quare ut latus N o innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus o h pedum 60, ita 28769 tangens anguli N h o grad: 16. 3 ad latus N o, quod invenietur pedum 17.2.6.1, quibus ablatis à pedibus 89.1.1.6 rectæ N F, remanebit recta o F, ſeu ipſi æqualis recta h G, pedum 71.8.5.5, cui eſt æqualis etiam recta u K, à qua ablata portione u d pedum 17. 1. 1. 0, remanebit recta d K pedum 54. 5. 9.4, & ut recta N h conſurgat fiat ut ſinus totus ad latus o h pedum 60, ita 104056 ſecans anguli N h o pedum 16. 3 ad hypothenuſam N h, quæ invenietur pedum 62. 4. 3. 3, totidemque pedes continebit recta h d, cujus duplum erit quantitas rectæ N d pedum 124.8.6.6, & ſic notæ erunt quantitates linearum humeri adiacentium in munimento triplici rectangulo.

In munimento dodecagono triplici alio modo humerum, & plateas determinare, linearumque quantitates invenire.

Prop. XXXIV. Probl.

SIt propoſitum munimentum dodecagonum, cujus lineæ habeant quantitatem inventam in prop: 3 hujus libri, & ſic linea X F erit pedum 363.0.1.9, G e pedum 242.4.8.7 F Z pedum 207.8. 4.6, & recta G I pedum 138.6.3.2, quibus additis pedibus 60 rectæ G F, tota F I erit pedum 198.6.3.2, ſintque anguli ejuſdem quantitatis ut in citata propoſitione, nempe angulus propugnaculi gr: 90, ejus dimidium grad: 45, angulu defenſionis interior grad: 30, angulusque D Y F grad: 60; his poſitis ſtatuatur recta Z N tantæ magnitudinis, quantæ eſſe debet humerus, ſitque dimidia rectæ Z F, pedum ſcilicet 103.9.2.3, totidemque pedes continebit recta N F, per cujus terminum N à puncto X ducatur utcumque recta X k ad quam à puncto F ducatur recta F b perpendicularis ipſi X F, **Figura XXVII.**

qua

qua producta abſcindantur duæ rectæ Fh, hg, quarum unaqueque contineat pedes 60, & à punctis h, g ducantur ad rectam Xk parallelę ipſi Fb rectæ hc, ga, deinde conſideretur triangulum XFN, in quo notus eſt angulus XFN grad: 60, cum ſit æqualis angulo DYF propter duas parallelas DY, FZ, notum eſt latus XF pedum 763.0.1.9, & latus NF inventum pedum 103.9.2.3, quare ut angulus XNF innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 866.9.4.2 ad eorum differentiam pedum 659.0.9.6, ita 173205 tangens ſemiſummæ angulorum FXN, FNX grad:60 ad tangentem differentiæ eorumdem, quę invenietur 131679, cui in canone tangentium reſpondent gradus 52.47, quibus additis grad:60 ſemiſummæ conſurget angulus XNF gr. 112.47, cujus complementum ad duos rectos gr:67.13 erit quantitas anguli FNb, ablatis vero grad:52.47 à grad:60 ſemiſummæ prodibit angulus FXN grad:7.13, cujus compl: ad grad: 90 grad: 82.47 erit quantitas anguli XbF, cui æquales ſunt anguli Xch, Xag, cum rectæ Fb, hc, ga ſint ex conſtructione parallelæ, angulusq; NkF erit gr: 22.47, cum ſit complementum ad quadrantem anguli FNk; cognitis angulis indaganda ſunt latera, & primò ut latus XN innoteſcat, fiat ut 12562 ſinus anguli FXN grad: 7.13 ad latus NF pedum 103.9.2.3, ita 86602 ſinus anguli XFN grad:60 ad latus XN, quod invenietur pedum 716.4.4.1, & ut latus Fb reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus XF pedum 763.0.1.9, ita 12662 tangens anguli FXb gr:7.13 ad latus Fb, quod invenietur pedum 96.6.1.3, ſic ut hypothenuſa Xb conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus XF pedum 763.0.1.9, ita 100798 ſecans anguli FXb grad: 7.13 ad latus Xb, quod invenietur pedum 769.1.0.7, à quibus ablatis pedibus 716.4.4.1 rectæ XN, remanebit recta Nb pedum 52.6.6.6; his peractis, pedibus 763.0.1.9 addantur pedes 60, & prodibit recta Xh pedum 823.0.1.9, quibus additis iterum pedibus 60 conſurget recta Xg pedum 883.0.1.9; deinde fiat primò ut ſinus totus ad latus Xh pedum 823.0.1.9, ita 12662 tangens anguli hXc gr: 7.13 ad latus hc, ſecundo, ut ſinus totus ad latus Xh ut ſupra, ita 100798 ſecans anguli hXc ad latus Xc, tertio ut ſinus totus ad latus Xg pedum 883.0.1.9, ita 12662 tangens anguli gXa ad latus ga, quarto, ut ſinus totus ad latus Xg, ut ſupra, ita 100798 ſecans anguli gXa grad:7.13 ad latus Xa, & invenietur latus hc pedum 104.2.1.0, latus Xc ped:829.5.8.6, latus ga pedum 111.8.0.7, &

latus

latus Xa pedum 890.0.6.5, quod ſi à latere Xc auferatur latus Xb, & Xc à latere Xa remanebit recta bc, & recta ca pedum 60. 4.7.9, totaque Na erit pedum 173.6.2.4, ut vero recta Nk innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus NF pedum 103.9.2.3, ita 258232 ſecans anguli FNk grad: 67.13 ad hypothenuſam Nk, quæ invenietur ped: 268.3.6.2, à quibus ablatis ped: 173.6.2.4 remanebit recta ak pedum 94.7.3.8, & ut recta Fk conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus NF pedum 103.9.2.3, ita 238.0.8.4 tangens anguli FNk grad: 67.13 ad latus Fk, quod invenietur pedum 247.4.2.4, à quibus ablatis pedibus 198.6.3.2 rectæ FI, remanebit recta Ik pedum 48.7.9.2, qua cognita conſiderandum eſt triangulum tIk, in quo angulus tIk inventus eſt grad: 22.47, angulus tIk eſt grad: 75, cum ſit æqualis dimidio anguli polygoni per prop: 15 lib: pri: Eucl: & per conſequens notus erit angulus Itk grad: 82.13, notumque eſt latus Ik inventum ped: 48.7.9.2, quare ut latus tk innoteſcat, fiat ut 99078 ſinus anguli Itk grad: 82.13 ad latus Ik pedum 48.7.9.2, ita 96592 ſinus anguli tIk grad: 75 ad latus tk, quod invenietur pedum 47.5.6.7, quibus ablatis à pedibus 94.7.3.8 rectæ ak, remanebit recta at pedum 47.1.7.1, quæ ſi videbitur nimis parva angulus XFb fieri poterit minor recto, ductiſque parallelis ipſi Fb rectis hc, ag etiam angulus Xga fiet minor recto, & recta at evadet major. Tali pacto plateæ erunt ſatis amplæ, & cortina erit major pedum 300.

Concluſio.

PRo determinando igitur humero dividenda eſt prius ala vel bifariam vel trifariam habita ratione ad ejus longitudinem, vel in ea accipienda eſt pars quędam, quæ ſit tantæ magnitudinis, quantæ quis prædictum humerum habere voluerit; nihil enim intereſt utrum ala in partes æquales, vel inæquales diviſa ſit dummodo humerus ſatis amplus fiat, deinde à puncto, in quo coeunt duæ facies oppoſiti propugnaculi per punctum diviſionis in ala factę ducenda eſt recta, quę interſecare debeat lineas, plateas terminantes, & ſic tormenta ſtatim poſt humerum poſita ab aggreſſoribus lædi non poterunt, niſi prius defenſio corruat, cum enim extremitatem oppoſiti propugnaculi reſpiciant; nemo ipſa intuere poterit niſi prope propugnaculum exiſtens.

Digitized by Google

Annotatio.

TRes munimentorum ſpecies ſuperius traditæ, ex eorum defenſionum varijs opinionibus, oriuntur, multi enim munimentum tormentis,quam bombardis defendere malunt,nonnulli defenſionem bombardarum defenſioni tormentorum præferunt, quidam lineam defenſionis figentis pedes 750, vel ad ſummum 800 excedere non permittunt, quam plurimi ulterius eamdem ducunt ad hoc ut latus polygoni quam fieri poteſt maximus evadat; hinc duæ præcipuę oriuntur diſputationes, quarum una circa qualitatem defenſionis, alia vero circa quantitatem maximæ lineæ defenſionis verſatur. Circa defenſionum qualitatem aliqui negleta ala cortinæ, quam non multi faciunt, habere volunt alam propugnaculi quam maximam ad hoc ut continere poſſit majorem numerum tormentorum, & hac de cauſa ſecundam, ac etiam tertiam plateam inferius addunt, eſſerentes quod in tormentorum vi munimenti conſervatio conſiſtat, eo quod eorum ictibus obſidentium opera deſtruuntur, & ſic inimici detecti remanentes mediocri bombardariorum manu opprimi poſſunt, quod ſi opera intacta remanentia ipſos continuo tegerent, etiam ſi eſſent in maxima copia bombardarij ipſos lædere non poſſent; ſecundò dicunt quod inimici ad foſſam perventi non audeant eam ingredi, niſi prius defenſiones tormentorum auferant, ne vineæ in foſſa conſtructæ ab illis frangantur, ideoque quo maior erit numerus tormentorum, eo maius temporis ſpatium conſument in deiciendis illis, & ut magis aggreſſores retardentur humerum invenerunt, poſt quem tormenta abſcondita deici non poſſunt, niſi ipſe prius corruat, & ſic diu laborare debent, qui ad vallum pervenire cupiunt. Qui vero contrariam opinionem ſectantur concedunt neceſſaria eſſe tormenta pro deſtruendis inimicorum operibus, & obſeſſoribus retardandis, ſed quod opporteat cortinam ſine alis conſtruere ad hoc ut fiat longior ala propugnaculi, & majorem numerum tormentorum contineat hoc negant, curant itaque habere alas in cortina, ut poſſint collocare majorem numerum bombardarum manualium, aſſerentes, quod cum tormenta ſint difficilè mobilia, & multum temporis requiratur ad ea aptanda non multum nocere poſſint inimicis, bombardæ vero

cum

Digitized by Google

cum facilius adhiberi poſſint majoris utilitatis ſint, ipſis enim mediantibus interficiuntur illi, qui conſtruere volunt tam acceſſus, quam vineas, & ſic obſeſſi magis difficilem reddunt ingreſſum in foſſam, & acceſſum ad vallum, quo major numerus bombardariorum reſpicit faciem propugnaculi, plateas vero inferiores tamquam inutiles reiciunt aſſerentes, quod fumus tormentorum inferiorum impedimento ſit ſuperius jaculantibus, quod tamen ab alijs negatur. Quo ad lineam defenſionis figentis aliqui ultra pedes 800 extendunt ad hoc ut latus polygoni fiat majus, & munimentum majorem ambitum terræ amplectetur, aſſerentes, quod illud munimentum magis exiſtimandum eſt, quo mediante minori numero militum major ambitus terræ defenditur, at quo major ſit latus polygoni eo major evadit etiam area ejusdem polygoni, vel minor numerus propugnaculorum, qui vero contrarium ſentiunt, concedunt lineam defenſionis figentis ſtatui debere quam fieri poteſt maxima, at non adeo ut ictum bombardæ manualis excedat, quem vltra pedes 800 extendi negant. Hæ diſputationes cum à ſola praxi reſolvi poſſint, & experientia non ſatis conſtet quænam opinio prævalere debeat, adhuc indeciſæ remanent, quare dum eas alijs diſcutiendas relinquimus, curabimus taliter munimenta conſtruere ut, & à tormentis majoribus, & à bombardis manualibus defendi poſſint, in eaque tormenta adeò collocare, ut fumus nullum detrimentum afferat jaculantibus, aliasque contrarietates conciliare conabimur, ideoque duos muniendi modos à nobis excogitatos in medium proferre volumus.

Munimentum conſtruere quod habeat latus polygoni valde magnum, & angulus propugnaculi diſtet à bombardarijs pedes tantum 800, vel paulo majus.

Prop. XXXV. Probl.

Ducantur utcumq; duæ rectæ PG, GA facientes angulũ PGA ęqualẽ dimidio anguli polygoni propoſitę figuræ, quæ nunc ſupponatur exagona, à puncto quoque G ducatur recta G℞ utcumque, faciens cum recta GA angulum AG℞ æqualem dimidio anguli propugnaculi uno adhibito ex modis ſuperius traddi- Figura XXXIII.

 tis,

tis, quod ſi dimidio anguli polygoni addantur grad:15 erit angulus propugnaculi grad:75, & ejus dimidium grad:37.30, quo deſcripto ex recta G R abſcindatur recta G W, quæ contineat pedes 800, & ex W in Æ transferantur pedes 40, per punctum vero Æ ducatur utcumque recta F V parallela ipſi G P terminata à recta G A, ſuper qua numerentur pedes 160 ex puncto Æ uſque ad punctum Z, à quo ducatur æqualis ipſi G Æ recta Z P uſque ad rectam G P, cum qua faciat angulum Z P G æqualem angulo Æ G P, deinde ducatur recta N C parallela ipſi G A, ſitque intervallum inter utramque pedum 60, eademque N C interſecabit rectam F V in puncto D, à quo transferatur quantitas rectæ F D uſque ad punctum E, per quod ducatur recta H C perpendicularis rectis G P, F V, interſecans rectam N C in puncto C, & rectam G P in puncto H, ex recta vero Æ V abſcindatur portio Æ T æqualis ipſi E Z à cujus termino T erigatur perpendicularis T S parallela ipſi H E, abſcindens à recta G P portionem S P æqualem ipſi G H, & interſecans rectam Z P in puncto R, à quo ad punctum F ducatur recta R F interſecans rectam N C in puncto O, deinde ex recta I E abſcindatur portio I K, quæ contineat pedes 40, per cujus terminum K à puncto P uſque ad rectam N C ducatur recta P N, ex qua abſcindatur recta N L, quæ contineat pedes 80, à cujus termino L uſque ad rectam G I ducatur recta L M parallela ipſi H E, accipiaturque diſtantia N O, eaque transferatur ex Y in d, deſcribaturque recta Y d, producta prius recta R Z uſque ad punctum X, ita ut adjuncta Z X contineat pedes 80, eaque bifariam diviſa in puncto Y, tandem à punctis Z, & X ad rectam F R ducantur parallelæ ipſi Y d rectæ Z o, & X c, quæ omnia translata in adverſam lateris polygoni partem, & poſtea ſuper quodlibet latus, delineatum erit munimentum, in quo G M erit facies M L N humerus N O ala, quam primam appellabimus, in qua tormenta ſolummodo collocari debebunt, c X ala ſecunda cum duabus inferioribus plateis terminatis à rectis Y d, Z e, in quibus bombardarij tantum manere debebunt, rectam Z Æ cortinam interiorem, rectam vero O e, vel f q cortinam exteriorem appellabimus, quibus peractis habebimus intentum, cum enim bombardarij manere debeant in duabus inferioribus plateis X d, Y e, & recta P Y ſit ex constructione pedum 800, commodè poterit defendi facies à bombardarijs, & quia punctum F multum diſtat à puncto

ĉto Z, latus polygoni F V multò majus erit in tali munimento, quam in alijs munimentis habentibus lineam defenſionis pedum 800, cum vero non opus ſit ſuper propugnaculo ſuggeſtum conſtruere, intervallum inter duas rectas G A, N C pedum 60 ſatis amplum erit, ſic cum duæ inferiores plateæ continere debeant ſolummodo bombardarios ſpatium X Y, nec non Y Z pedum 40 ſatis amplum erit; at omnia clarius apparebunt in ſequentibus, ex triangulorum ratiocinio.

In ſupradicto munimento quantitatem lateris polygoni interioris invenire.

Prop. XXXVI. Probl.

SIt linea defenſionis minor recta G Æ, cujus quantitas prodibit ſubtrahendo pedes 40 rectæ Æ W à pedibus 800 rectæ G W, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, eritque pedum 760, qua cognita conſiderandum eſt triangulum F G Æ, in quo angulus F G Æ eſt gr: 37.30, cum ſit dimidium anguli propugnaculi, quo mediante invenietur angulus defenſionis interior F Æ G grad: 22.30, & angulus G F Æ erit grad: 120 cum ſit complementum dimidij anguli polygoni grad: 60 ad duos rectos, quare ut latus F Æ innoteſcat, fiat ut 86601 ſinus anguli G F Æ grad: 120 ad latus G Æ pedum 760, ita 60876 ſinus anguli F G Æ grad: 37.30 ad latus F Æ, quod invenietur pedum 534.2.3.4; at quoniam intervallum inter duas rectas G A, N C ponitur pedum 60 ſi à puncto D ad rectam G A ducatur perpendicularis D m eadem continebit pedes 60, & deſcriptum erit triangulum F D m, in quo notum erit latus D m, notique erunt anguli, angulus enim F m D eſt ex conſtructione rectus, angulus m F D eſt grad: 60, cum ſit dimidium anguli polygoni exagoni, ex quibus notus fiet etiam angulus F D m grad: 30, quare ut hypothenuſa F D innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus D m pedum 60, ita 115470 ſecans anguli F D m grad: 30 ad hypothenuſam F D, quæ invenietur pedum 69.2.8.2, cujus duplum pedum 138.5.6.4 erit quantitas rectæ F E, ſeu ipſi æqualis T V, per ea quæ, in antecedenti propoſitione dicta ſunt, qua ablata à tota F Æ pedum 534.2.3.4, remanebit recta E Æ pedum 395.6.7.0, cui æqualis ex conſtructione eſt recta Z T; & à prædictis pedibus

Fiugra XXXIII.

 dibus

dibus 395.6.7.0 ablatis pedibus 160 rectę ZÆ, remanebit recta FZ, ſeu ÆT pedum 235.6.7.0, totaque FZ, ſeu ipſi æqualis ÆV erit pedum 374.2.3.4, quibus additis pedibus 534.2.3.4 latus polygoni interioris FV conſurget pedum 908.4.6.8

In ſupradicto munimento primæ alæ quantitatem invenire.

Prop. XXXVII. Probl.

Figura XXVIII. VT primæ alæ NO quantitas reperiatur, conſideretur primo triangulum rectangulum IEÆ, in quo, cum noti ſint anguli, ut ex dictis in præcedentibus propoſitionibus patet, notumque ſit latus EÆ, ut latus IE innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus EÆ pedum 395.6.7.0, ita 41421 tangens anguli IÆE graduum 22.30 ad latus IE, quod invenietur pedum 163.8.9.0, cui æqualis eſt latus RT, & ut hypothenuſa IÆ conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus EÆ pedum 395.6.7.0, ita 108239 ſecans anguli IÆE grad. 22.30 ad hypothenuſam IÆ, quæ invenietur pedum 428.2.6.9, quibus ablatis à pedibus 760 rectæ GÆ ex conſtructione conſurget recta GI pedum 331.7.3.1, qua inventa in triangulo rectangulo GHI nota erit hypothenuſa, notique inſuper erunt anguli, angulus enim IGH æqualis eſt angulo GÆF propter duas parallelas FV, GP, angulus GIH, eſt æqualis angulo EIÆ, cum ſint ad verticem, angulusque GHI rectus eſt ex conſtrnctione, quare ut latus HI innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus GI pedum 331.7.3.1, ita 38268 ſinus anguli IGH graduum 22.30 ad latus HI, quod invenietur pedum 126.6.9.4, quibus additis pedibus 40 rectæ IK ex conſtructione, tota HK conſurget pedum 166.6.9.4, & ut latus GH inveniatur, fiat ut ſinus totus ad latus GI pedum 331.7.3.1, ita 92387 ſinus anguli GIH gr: 67.30 ad latus GH, ſeu ipſi æquale SP, quod invenietur pedum 306.4.7.6, quibus additis pedibus 631.3.4.0 rectæ HS tota HP prodibit pedum 937.8.1.6, quare in triangulo HKP nota erunt duo latera KH, HP, notusque erit angulus rectus KHP ex conſtructione, ut igitur angulus HKP innoteſcat, fiat ut latus HK pedum 166.6.9.4 ad ſinum totum, ita latus HP pedum 937.8.1.6 ad tangentem anguli HKP, ſeu ipſi æqualis NKC; quæ invenietur 562597, cui in canone tangentium reſpon-

reſpondent gr:79.55, & ut hypothenuſa P K conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus HK pedum 166.6.9.4, ita 571166 ſecans anguli H K P gr:79.55 ad hypothenuſam P K, quæ invenietur pedum 952. 9.9.9; his peractis conſiderandum eſt triangulum rectangulum D E C, in quo angulus rectus eſt ex conſtructione D E C, angulus E D C eſt gr:60, cum ſit æqualis angulo E F A, propter duas parallelas F A, D C, & per conſequens angulus D C E erit gr:30, latusque D E ex conſtructione eſt pedum 69.2.8.2, quare ut latus E C conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus D E pedum 69.2.8.2, ita 173205 tangens anguli E D C gr:60 ad latus E C, quod invenietur pedum 119.9.9 9, & ut hypothenuſa D C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus D E pedum 69.2.8.2, ita 200000 ſecans anguli E D C grad:60 ad hypothenuſam D C, quæ invenietur pedum 138. 5.6.4, deinde conſideretur triangulum F R T, in quo nota ſunt duo latera F T, T R, notusque eſt angulus rectus ex conſtructione F T R, quare ut angulus R F T innoteſcat, fiat ut latus F T pedum 769.9.0.4 ad ſinum totum, ita latus R T pedum 163.8.9.0 ad tangentem anguli R F T, quæ invenietur 21287, cui in canone tangentium reſpondent gr:12.1, quibus ſubtractis à grad:90, prodibit angulus F R T, ſeu ipſi æqualis F n E gr:77.59, quibus additis gradibus 30 anguli O C n, ſumma erit gr:107.59, qui ablati à gradibus 180 conſtituunt angulum n O C grad:72.1; cognitis prædictis angulis conſiderandum eſt triangulum F E n, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus F E ex conſtructione, ut latus E n innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus F E pedum 138.5.6.4, ita 21286 tangens anguli n F E grad:12.1 ad latus E n, quod invenietur pedum 29.4.9.4, qui additi pedibus 119.9.9.9 lateris E C conſtituunt latus C n pedum 149.4 9.3, quo cognito, in triangulo n O C notum erit latus prædictum, notique erunt anguli ut ex dictis patet, ut igitur latus O C innoteſcat, fiat ut 95114 ſinus anguli n O C grad:72.1 ad latus C n pedum 149.4.9.3, ita 97808 ſinus anguli O n C gr:77.59 ad latus O C, quod invenietur pedum 153.7.2.7, à pedibus vero 163.8.9.0 lateris I E ablatis pedibus 40 lateris I K, remanebit recta K E pedum 123.8.9.0, quibus additis pedibus 119.9.9.9 lateris E C, conſurget latus K C pedum 243.8.8.9, in triangulo igitur K N C notum eſt latus K C, inventique ſuperius ſunt anguli N K C, N C K, quibus mediantibus etiam angulus K N C reperietur grad:70.5, quare ut latus N C innoteſcat, fiat ut 94018 ſinus

ſinus anguli K N C grad:70. 5 ad latus K C pedum 234.8.8.9, ita 98455 ſinus anguli N K C gr:79. 55, ut in antecedenti propoſitione ad latus N C, quod invenietur pedum 255.3 9.8, à quibus ablatis pedibus 153.7.2.7 lateris O C, remanebit recta N O pedum 101.6.7.1, tantaque erit quantitas primæ alæ.

In ſupradicto munimento humeri, & faciei quantitates invenire.

Prop. XXXVIII. Probl.

Figura XXXIII. SIt recta M L linea terminans humerum, cujus quantitas ut reperiatur conſiderandum eſt primò triangulum N K C, in quo, cum noti ſint anguli, notaque ſint duo latera N C, K C, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, latus N K innoteſcet ſi fiat ut 94018 ſinus anguli K N C gr:70.5 ad latus K C pedū 255.3.9.8, ita 50000 ſinus anguli N C K gr:30 ad latus N K, quod invenietur pedum 135.8.2.3, à quibus ablatis pedibus 80 rectæ N L ex conſtructione, remanebit recta L K pedum 55.8.2.3, quibus additis pedibus 952.0.9.9 rectæ P K, conſurget recta P L pedum 1007.9.2.2, in triangulo igitur p L P nota eſt hypothenuſa P L, notique ſunt omnes anguli, cum triangulum p L P ſit ſimile triangulo H K P propter duas parallelas p L, H K, quare ut latus L p innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam P L pedum 1007.9.2.2, ita 17508 ſinus ſecundus anguli p L P gr:79.55 ad latus L p, quod invenietur pedum 176.4.6.7, quo invento ut inveniatur latus M L conſiderandum eſt triangulum I K o, in quo notum eſt latus I K ex hypotheſi pedum 40, ut in propoſitione 35 hujus libri dictum eſt, notusque eſt angulus K I L gr: 67.30, nec non angulus I K o gr: 79.55, quibus mediantibus etiam angulus I o K notus fiet gr:32.35, quare ut latus o K innoteſcat, fiat ut 53852 ſinus anguli I o K gr:32.35 ad latus I K pedum 40, ita 92387 ſinus anguli K I o gr: 67.30 ad latus o K, quod invenietur pedum 68.6.2.2, quibus additis pedibus 55.8.2.3 rectæ L K prodibit latus L o pedum 124.4.4.5, cum autem duo triangula I K o, M L o ſint æquiangula propter duas parallelas M L, I K, ut latus M L innoteſcat, fiat ut latus o K pedum 68.6.2.2 ad latus I K pedum 40 ita latus L o pedum 124.4.4.5 ad latus M L, quod invenietur pedum 72.5.3.9, quibus ablatis à pedi-

pedibus 176.4.6.7, remanebit recta M p pedum 103. 9. 2. 8, qua habita, in triangulo G M p notum erit latus M p, notique erunt anguli omnes, ut ex ipſa conſtructione patet, quare ut hypothenuſa G M innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus M p pedum 103. 9.2.8, ita 26131 3 ſecans anguli G M p grad:67. 30 ad hypothenuſam G M, quæ invenietur pedum 271.5.7.7 tantaque erit quantitas faciei.

In ſupradicto munimento, ſecundæ alæ, & lineæ terminantis infimam plateam quantitates invenire.

Prop. XXXIX. Probl.

Sit recta c X ala ſecunda, & e Z linea terminans infimam plateam, quarum quantitates ut inveniantur conſiderandum eſt primò triangulum R F Z, in quo angulus R F Z inventus eſt gr:12. 1, cumque angulus externus R Z T gr:22. 30 ſit æqualis duobus internis, & oppoſitis Z F R, Z R F, ſi auferantur grad:12. 1 anguli R F Z ab ipſo, remanebit quantitas anguli F R Z gr:10.29, angulusque F Z R erit grad: 157. 30, noti itaque erunt omnes anguli, & notum etiam erit latus Y d, cum ex conſtructione ſit æquale alæ primæ N O pedum 101.6.7.1, nec non latus R Z, cum ex conſtructione ſit æquale lateri I Æ pedum 428.2. 6. 9, quibus additis pedibus 40 rectæ Z Y, tota R Y erit pedum 468. 2.6.9, quare ut angulus R d Y innoteſcat, fiat ut latus d Y pedum 101.6.7.1 ad 18194 ſinum anguli d R Y, ita latus R Y ped. 468.2 6.9 ad ſinum anguli R d Y, qui invenietur 83796, cui in canone ſinuum reſpondent gr. 56.56, quibus additis grad:10.29 anguli d R Y ſumma erit grad:67.25, quibus ablatis à gr:180, remanebit angulus R Y d gr: 112.35, quo invento, ut latus R d innoteſcat, fiat ut 18194 ſinus anguli d R Y gr:10.29 ad latus d Y pedum 101.6.7.1, ita 92332 ſinus anguli d Y R gr:112,35 ad latus R d, quod invenietur pedum 515.9. 6.6, cum autem tres lineæ e Z, d Y, c X ſint ex conſtructione parallelæ, anguli R e Z, R d Y, R c X erunt inter ſe æquales, nec non anguli R Z e, R Y d, R X c, latusque R Z inventus eſt pedum 428. 2.6.9, quibus additis pedibus 80 rectæ Z X ex conſtructione, conſurget recta R X pedum 508. 2.6.9; in triangulo igitur R Z e noti

erunt

erunt omnes anguli, notumque latus R Z, quare ut latus e Z innoteſcat, fiat ut 83803 ſinus anguli Z e R gr:56.56 ad latus Z R pedum 428.2.6.9, ita 18194 ſinus anguli e R Z gr:10.29 ad latus e Z, quod invenietur pedum 92.9.7.9, & ut latus e R conſurgat, fiat ut 83803 ſinus anguli Z e R gr:56.56 ad latus Z R pedum 428.2.6.9, ita 92332 ſinus anguli d Y R gr:113.35 ad latus e R, quod invenie-pedum 471.8.5.5, quibus ablatis à pedibus 515.9.6.6, remanebit recta e d pedum 44.1.1.1, totidemque pedes continebit recta d c, ideoque tota c e erit pedum 88.2.2.2, quibus additis pedibus 471.8.5.5 lateris R e, latus R c conſurget ped:560.0.7.7, quo habito ut latus c X innoteſcat, fiat ut 83803 ſinus anguli X c R ad latus R X pedum 508.2.6.9, ita 18194 ſinus anguli c R X graduum 10.29. ad latus c X, quod invenietur pedum 110.34.7, tantaque erit quantitas ſecundæ alæ.

In ſupradicto munimento cortinæ exterioris quantitatem invenire.

Prop: XL. Probl.

Figura XXXIII. SIt cortina exterior O c, cujus quantitas ut inveniatur conſiderandum eſt triangulum R F T, in quo, cum notus ſit angulus rectus R T F, nec non angulus R F T gr: 12.1, ut ex antecedentibus propoſitionibus patet, notumque ſit latus R T pedum 163.8.9.0, cum ſit æquale lateri I E, ut hypothenuſa R F innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus R T pedum 163.8.9.0, ita 480316 ſecans ſecunda anguli R F T gr:12.1 ad hypothenuſam R F quæ invenietur pedum 787.1.8.9, à quibus ablatis pedibus 560.0.7.7 rectæ R c remanebit recta c F pedum 227.1.1.2; ut vero recta c O nota fiat indagandum eſt latus F O trianguli F O D, in quo notum eſt latus F D ſuperius inventum pedum 69.2.8.2, notusque eſt angulus O F D inventus grad: 12.1, nec non angulus F D O grad: 60, cum ſit æqualis angulo C D E, eo quod ſunt ambo ad verticem, quibus mediantibus etiam angulus F O D reperietur gr: 107.59, quare ut latus F O innoteſcat, fiat ut 95114 ſinus anguli F O D gr:107.59 ad latus F D pedum 69.2.8.2, ita 86602 ſinus anguli F D O gr:60 ad latus F O, quod invenietur pedum 63.0.8.1, quibus ablatis à pedibus 227.1.1.2, remanebit recta O c pedum 164.0.3.1, cui æqualis erit recta h q. *An-*

Digitized by Google

Annotatio.

TAli methodo munimentum conſtructum ſufficientem defenſionem habebit tam tormentorum, quam bombardarum, cum enim prima ala ſit pedum 101.6.7.1, & ſecunda pedum 110.3.4.7, ſuper duabus his alis duodecim tormenta commodè collocari poterunt, quæ cum exiſtant in eodem plano ablatum erit illud dubium, quod fumus jaculantibus moleſtiam inferat, tormentumque prope lineam NL poſitum erit abſconditum, imò omnia tormenta in prima ala exiſtentia minus obnoxia erunt ictibus tormentorum obſidentium, quam in alijs munimentis, cum enim humerus, qui eſt valde magnus ea tegat, tormenta inimicorum niſi prope foſſam poſita ipſis detrimentum affere non poterunt, ſic etiam poſt loricam cortinæ exterioris tormentum abſcondi poterit; at quia longitudo ſecundæ plateæ eſt pedum 101.6.7.1 tertiæque pedum 92.9.7.9 eædem ſufficientem numerum militum ad defendendam faciem continebunt. Cum autem aliqui hanc inventionem delineatam vidiſſent dubitaverunt an duo anguli nempe LNO, NOc defenſi remanerent, quare huic dubio occurimus demonſtrantes angulum LNO defenſum eſſe à cortina exteriore Oc, & angulum NOc à recta NL, quod cum cognoviſſent, conceſſerunt predictos angulos defenſos eſſe à bombardis, ſecus autem à tormentis, cum nimis breves ſint defenſiones, cui objectioni reſpondemus, quod uſquequo aliqua tormenta ſuper lateribus oppoſitis remanebunt, numquam inimici ingredi audebunt foſſam, quam ſi intrabunt ſpretis tormentis, ad vallum pervenire non poterunt, vineas enim deſtruerent obſeſſi, & nulla majori tormentorum defenſione ægent prædicti duo anguli, quod ſi inutilia rediddiſſent tormenta munimenti, tunc opus eſſet uti ſolummodò bombardis, à quibus cum defendi poſſint anguli prædicti ſufficientem defenſionem habebunt, angulus vero LNO etiam immediatè à tormentis defendi poteſt, cum ipſum reſpiciat recta Qx, at ridiculum eſt creddere quod ad illas partes conferre ſe velint aggreſſores, quod autem reliquæ partes defendi poſſint ex ipſa figura patet. Hoc modo, & etiam ſequenti muniri non poterit quadratum, neque pentagonum, ſed exagononum, & alia polygona majorem numerum laterum habentia.

Munimentum conſtruere, in quo quinque tormenta abſcondi poſſint.

Prop. XLI. Probl.

Figura XXXIV. SUppoſito munimento exagono ducantur duæ rectæ A Æ, A T facientes angulum T A Æ æqualem dimidio anguli polygoni, & à puncto A ducatur recta A ℞, quæ cum recta A T faciat angulum T A ℞ æqualem dimidio anguli propugnaculi, adhibito modo ſuperius tradditò, à qua abſcindatur recta A M, quæ contineat pedes 800, à cujus termino M ducatur recta M V, quæ terminetur à recta A T, cui parallela ducatur recta X W, ab ipſa diſtans pedes 60 interſecans rectam V M in puncto s, à quo excitetur normalis recta s B terminata à recta A ℞ in puncto B, ab eodemque puncto s numerentur pedes 60 uſque ad punctum R, à quo iterum numerentur pedes 60, & à punctis R, Q excitentur perpendiculares R D, Q F, in quibus abſcindantur portiones D b, F e æqualis unaqueque s R, per cujus terminos b, & e à puncto Æ ducatur recta Æ Z terminata à recta B s in puncto Z, & recta Æ X terminata à recta X W in puncto X, interſecans rectam D R in puncto I, & rectam B s in puncto Y, nec non recta Æ W æqualis ipſi A ℞ terminata à recta X W in puncto W, accipiatur deinde quantitas rectæ Z Y, eaque transferatur ex l in puncto h, per quod à puncto Æ ducatur recta Æ i, interſecans rectam F Q in puncto f, & ad ipſam à punctis R & P ducantur rectæ R i, P g parallelæ ipſi X W, duoque puncta P, & L jungantur recta P L, tandem rectæ Z b, I e bifariam ſecentur in punctis a, & m, à quibus uſque ad rectam A F ducantur rectæ a C, m E parallelæ ipſi F Q, quæ omnia tranſlata in adverſam partem. & ſuper omnia latera conſtructum erit munimentum, in quo recta P L erit cortina, A C facies, C a Z primum humerum, Z Y X ſecundum humerum appellabimns, ſic ſecunda platea habebit duos humeros, tertia vero unum tantum humerum, quibus mediantibus quinque tormenta abſcondi poterunt, cum enim rectę Z a, X Y, l m, i h, g f ſi producerentur concurrerent ad punctum Æ tormenta prope ipſas poſita reſpicerent prædictum punctum, quare nemo ea videre poterit niſi per lineas Æ Z, Æ X, Æ i, quæ cum ſint intra foſſam, illi qui erunt extra foſſam prædicta quinque tormenta videre non poterunt.

Digitized by Google

In ſupradicto munimento cortinæ quantitatem invenire.

Prop. XLII. Probl.

Figura XXXIV.

SIt cortina recta P L, cujus quantitas ut nota fiat conſiderandum eſt triangulum V A M, in quo notum eſt latus A M pedum 800, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, notique ſunt anguli omnes, angulus enim V A M continebit gr: 37.30 cum ſit dimidium anguli propugnaculi exagoni, angulus A M V gr: 22.30, cum ſit angulus defenſionis interior, & angulus A V M grad: 120, quare ut latus V M innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli A V M gr: 120 ad latus A M pedum 800, ita 60876 ſinus anguli V A M gr: 37.30 ad latus V M, quod invenietur ped: 562. 3.5.1; quo habito à puncto s ad rectam A T ducatur recta s T ipſi perpendicularis, ita ut fiat triangulũ rectangulum V s T, in quo noti erunt omnes anguli, duo enim s T V, & s V T noti ſunt ex conſtructione, ex quibus etiam tertius conſurget, notumque erit latus T s pedum 60, cum ſit menſura diſtantiæ inter rectam A T, & rectam X W, quare ut recta V s innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus s T pedum 60, ita 115470 ſecans anguli V s T gr: 30 ad latus V s, quod invenietur pedum 69. 2. 8. 2, quibus ſublatis à pedibus 562. 3.5.1 rectæ V M, remanebit recta s M pedum 493.0.6.9, à quibus iterum ablatis pedibus 60 rectæ s R, remanebit recta R M pedum 433.0.6.9, à quibus iterum ablatis pedibus 60 rectæ R Q, remanebit recta Q M pedum 373.0.6.9, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ G M æqualis ipſi R Q, prodibit recta Q G pedum 313.0.6.9, cui æqualis erit cortina P L, per prop. 33 lib. pri. Eucl.

In ſupradicto munimento faciei quantitatem invenire.

Prop. XLIII. Probl.

Figura XXXIV.

SIt facies A B C, cujus quantitas ut reperiatur conſiderandum eſt triangulum F Q M, in quo noti ſunt omnes anguli, ut ex dictis in antecedentibus propoſitionibus patet, notumque eſt latus Q M

in antecedenti propoſitione inventum ped:373.0.6.9, quare ut latus F Q innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus Q M pedum 373.0.6 9, ita 41421 tangens anguli F M Q grad:22.30 ad latus F Q, quod invenietur pedum 154.5.2.8; & ut hypothenuſa conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus Q M pedum 373.0.6.9, ita 108239 ſecans anguli F M Q gr:22.30 ad hypothenuſam F M, quæ invenietur pedum 403.8.0.6, quibus ablatis à pedibus 800 rectæ A M, remanebit recta A F ped:396.1.9.4, quibus inventis, à puncto F ad rectam B s ducatur perpendicularis F q, quæ erit parallela, & æqualis ipſi s Q, quare triangulum B F q erit ſimile triangulo F Q M, ideoque noti erunt omnes anguli, notumque erit ex conſtructione latus F q, quare ut hypothenuſa B F innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus F q pedum 120, ita 108239 ſecans anguli B F q gr:22.30 ad hypothenuſam B F, quæ invenietur pedum 129.8.8.6, & ut latus B q conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus F q pedum 120, ita 41421 tangens anguli B F q grad:22.30 ad latus B q, quod invenietur pedum 49.7.0.5, quibus additis pedibus 154.5.2.8 rectæ s q æqualis ipſi F Q, tota B s conſurget pedum 204.2.3.3. Cum autem duo triangula B F q, D F r ſint æquiangula propter duas parallelas B q, D r, ita ſe habebit latus D r ad latus B q, ut latus F r ad latus F q, at latus F r eſt dimidium lateris F q ex conſtructione, erit igitur etiam latus D r dimidium lateris B q, ideoque latus D r continebit pedes 24.8.5.2, quibus additis pedibus 154.5.2.8 rectæ R r æqualis ipſi F Q, tota D R conſurget pedum 179.3.8.0, eademque ratione recta D F continebit pedes 64.9.4.3, & recta B C pedes 32.4.7.1, à pedibusque 396.1.9.4 rectæ A F ablatis pedibus 129.8.8.6 rectæ F B, remanebit recta A B pedum 266.3.0.8, quibus additis pedibus 32.4.7.1 rectæ B C, tota A C erit pedum 298.7.7.9.

In ſupradicto munimento alæ primæ plateæ quantitatem invenire.

Prop. XLIV. Probl.

Figura XXXIV. SIt recta X W ala primæ plateæ, cujus quantitas ut reperiatur, aliarum linearum, angulorumque quantitates prius innoteſcere debent; ut igitur angulus F P Æ notus fiat ſubducendi ſunt gr. 22.30 anguli Æ P L à gradibus 90 anguli recti F P L, & conſurget

get angulus F P Æ gr: 67.30, cui æqualis erit angulus D R Æ, & ut angulus X W Æ reperiatur, à gr: 120 anguli X W ℞ æqualis ipſi A Y Q propter duas parallelas A T, X W, auferantur gr: 22. 30 anguli Æ W ℞, & prodibit angulus, X W Æ gr: 97. 30, cui æquales erunt anguli i R Æ, & g P Æ, quibus cognitis conſiderandum eſt triangulum Q R P, in quo noti ſunt anguli, ut ex ipſa conſtructione patet, notumque eſt latus R Q ex conſtructione pedum 60, quare ut hypothenuſa R P innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus R Q pedum 60, ita 108239 ſecans anguli P R Q gr: 22. 30 ad hypothenuſam R P, quæ invenietur pedum 64.9.4.3, quibus ablatis à pedibus 800 rectæ R Æ, remanebit recta Æ P pedum 735.0.5.7, qua cognita conſiderandum eſt triangulum Æ P e, in quo ut latus P e notus fiat ſubducendi ſunt prius pedes 60 rectæ F e ex conſtructione à pedibus 154.5.2.8 rectæ F Q, & remanebit recta e Q pedum 94.5.2.8, deinde invenienda eſt quantitas lateris P Q, quæ ut innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus R Q pedum 60, ita 41421 tangens anguli P R Q gr: 22. 30 ad latus P Q, quod invenietur pedum 24.8.5.2, quibus ablatis à pedibus 94.5.2.8 rectæ e Q, remanebit recta e P pedum 69.6.7.6, cumque duo triangula R P Q, R s p ſint æquiangula, & latus s R ſit æquale lateri R Q ex conſtructione, etiam latus s p erit æquale lateri P Q, nempe pedum 24.8.5.2, & hypothenuſa p R erit æqualis hypothenuſæ P R, nempe pedum 64.9.4.3, quibus additis pedibus 800 rectæ Æ R, tota Æ p erit pedum 864. 9. 4. 3; his peractis conſiderandum eſt triangulum e P Æ, in quo cum nota ſint duo latera Æ P, P e ut angulus P Æ e innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum Æ P, P e, pedum 804.7.3.3 ad eorum differentiam pedũ 665.3.8.1, ita 149660 tangens ſemiſummæ angulorum P Æ e, P e Æ ad tangentem differentię eorumdem, quæ invenietur 123744, cui in canone tangentium reſpondent gradus 51.3 qui additi gr: 56.15 ſemiſummæ conſtituunt angulum Æ e P gr: 107.18, ablati vero à prædicta ſemiſumma conſtituunt angulum e Æ P gr: 5, 12, angulo autem P e Æ ęqualis eſt angulus p Y Æ propter parallelas e P, Y p; in triangulo igitur Y p Æ noti ſunt omnes anguli, notumque eſt latus Æ p, quare ut latus Y p innoteſcat, fiat ut 95476 ſinus anguli p Y Æ ad latus Æ p pedum 864.9.4.3, ita 9063 ſinus anguli p Æ Y gr: 5.12 ad latus Y p, quod invenietur pedum 82.1.0.4, à quibus ablatis pedibus 24.8.5.2 rectæ s p, remanebit recta Y s pedum 57.2.5.2, qua cogni-

ta conſiderandum eſt triangulum X Y s, in quo ut angulus X s Y notus fiat ſubducendi ſunt gr: 90 anguli recti Y s Q à grad: 120 anguli X s Q, invenieturque grad: 30, quibus ablatis à gradibus 107. 18 anguli externi s Y Æ, prodibit angulus Y X s gr: 77.18, angulusque X Y s erit gr: 72.42, cum ſit complementum anguli s Y Æ ad duos rectos, in triangulo igitur prædicto noti ſunt omnes anguli, notumque eſt latus Y s, quare ut latus X s innoteſcat, fiat ut 97553 ſinus anguli s X Y ad latus Y s pedum 57.2.5.2, ita 95476 ſinus anguli X Y s gr: 72.42 ad latus X s, quod invenietur pedum 56.0.3.3, & ut latus s W notum fiat, conſiderandum eſt triangulum s W R, in quo notus eſt angulus s R W grad. 22.30 cum ſit æqualis angulo s R W, angulusque W s R gr: 60, cum ſit equalis angulo T V s, & per conſequens angulus s W R grad: 97.30, notumque eſt latus R s ex conſtructione pedum 60, quare ut latus s W innoteſcat, fiat ut 99144 ſinus anguli s W R grad: 97.30 ad latus s R pedum 60, ita 38268 ſinus anguli s R W gr: 22.30 ad latus s W, quod invenietur pedum 23.1.5.9, quibus additis pedibus 56.0.3.3 rectæ X s, tota W X conſurget pedum 79.1.9.2, tantaque erit quantitas alæ primæ plateæ.

In ſupradicto munimento linearum humeros terminantium, nec non alarum ſecundæ, & tertiæ plateæ quantitates invenire.

Prop. XLV. Probl.

Figura XXXIV. SIt recta C a linea exterius terminans primum humerum, & recta Z Y ſecundum humerum primæ plateæ, quarum quantitates ut inveniantur, conſideranda ſunt duo triangula Z p Æ, b R Æ, quæ erunt æquiangula propter duas parallelas b R, Z p, duoque latera Æ R, Æ p nota erunt, latus enim Æ R ex conſtructione ponitur pedū 800, & latus Æ p inventum eſt pedū 864.9.4.3 in antecedenti propoſitione, cumque in prop: 43 hujus libri recta D R inventa ſit pedum 179.3.8.0 ſi ab ipſis auferantur pedes 60 rectæ D b ex conſtructione, remanebit latus b R pedum 119.3.8.2, quare ut latus Z p innoteſcat, fiat ut latus Æ R pedum 800 ad latus Æ p pedum 864.9.4.3, ita latus b R pedum 119.3.8.0 ad latus Z p, quod invenietur pedum 129.0.7.1, à quibus ablatis pedibus 82.1.0.4 rectæ

Y p inventæ in antecedenti propoſitione,remanebit recta Z Y pedum 46.9.6.7,& ablatis pedibus 24.8.5.2, remanebit recta Z s pedum 104.2.1.9,quibus ablatis à pedibus 119.3.8.0 rectæ t s æqualis ipſi b R, remanebit recta t Z pedum 15.1.6.1, cum que duo triangula t b Z,a △ b ſint æquiangula, ut ex ipſa conſtructione patet, & latus b a ex conſtructione ſit dimidium lateris b Z, etiam latus △ a erit dimidium lateris t Z, ideoque continebit pedes 7.5.8.0, quibus additis pedibus 60 rectæ y △ æqualis ipſi D b conſurget recta y a pedum 67.5.8.0,at quia duo triangula D F r, B D S ſunt æquiangula,& hypothenuſa D F eſt æqualis hypothenuſæ B D,ut ex dictis in propoſitione 43 hujus libri patet, etiam latus B S erit æquale lateri D r,nempe pedum 24.8.5.2, cujus dimidium pedum 12.4.2.6 erit quantitas lateris C y, ut conſideranti patebit, quibus additis pedibus 67.5.8.0 rectæ y a,tota C a erit pedum 80.0.0.6, & ut hypothenuſa Z b conſurgat in unam ſummam colligantur duo quadrata laterum t b, Z b, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 3829.85.59.21,cujus radix quadrata erit pedum 61.8.8.1,cujus dimidium pedum 30.9.4.2 erit quantitas rectæ Z a, ut vero recta X Y nota fiat conſiderandum eſt triangulum X Y s, in quo,ut in antecedenti propoſitione apparet,notum eſt latus Y s pedum 57.2.5.2,notuſque eſt angulus X s Y gr:30,& angulus Y X s grad:77.18, quare ut latus X Y innoteſcat,fiat ut 97553 ſinus anguli Y X s grad:77.18 ad latus Y s pedum 57.2.5.2,ita 50000 ſinus anguli X s Y grad: 30 ad latus X Y pedum 29.3.4.4. & ſic notæ erunt quantitates omnium linearum in prima platea exiſtentium; cum autem rectæ Z Y ſit æqualis recta l h ex conſtructione, eadem continebit pedes 46.9.6.7, quibus ablatis à pedibus 94.5.2.8 rectæ x R æqualis ipſi e Q inventæ in antecedenti propoſitione, remanebit ſumā duarū rectarū x l,h R ped.47.5.6.1; ut vero recta x l nota fiat conſiderandum eſt triangulum x l e, in quo angulus x e l conſurget ſubducendo grad:90 anguli recti x e F à grad: 107.18 anguli l e F æqualis anguli Æ e P inventi in antecedenti propoſitione,eritque grad:17.18, cujus complementum ad quadrantem grad:72:42 erit quantitas anguli x l e,notumque eſt latus x e

æquali rectæ R Q ex conſtructione pedum 60, quare ut latus x l innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus x e pedum 60, ita 31146 tangens anguli x e l grad: 17.18 ad latus x l, quod invenietur pedum 18.6.8.7, quibus ablatis ab antedicta ſumma ped. 47.5.6.1 remanebit recta h R pedum 28.8.7.4, & ut hypothenuſa l e conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus x e pedum 60, ita 104738 ſecans anguli x e l grad: 17.18 ad hypothenuſam l e, quæ invenietur pedum 62. 8.4.2, cujus dimidium pedum 31.4.2.1 ex conſtructione erit quantitas rectæ l m, cumque duo triangula x l e, λ m e ſint æquiangula, & hypothenuſa e m ſit dimidia hypothenuſæ e l etiam latus λ m erit dimidium lateris x l, ideoque continebit pedes 9.3.4.3, quibus additis pedibus 60 rectæ π λ, prodibit recta π m pedum 69.3.4.3, quibus iterum additis pedibus 12.4.2.6 rectæ E π æqualis rectæ C y, ut ex ipſa conſtructione patet, prodibit recta E m pedum 81.7.6.9, quibus peractis ut recta f P nota fiat conſideranda ſunt duo triangula h R Æ, f P Æ, quæ erunt æquiangula propter duas parallelas h R, f P, in quibus nota erunt duo latera Æ R pedum 800 ex conſtructione, & Æ P pedum 735.0.5.7 inventum in antecedenti propoſitione, notumque eſt latus h R pedum 28.8.7.4, quare ut latus f P innoteſcat, fiat ut latus Æ R pedum 800 ad latus Æ P pedum 735.0.5.7, ita latus h R ped. 28.8.7.4 ad latus f P, quod invenietur pedũ 26.5.3.0, quibus ablatis à pedibus 129.6.7.6 rectæ F P, conſurget recta F f pedum 103.1.4.6, & additis pedibus 24.8.5.2 rectę P Q, conſurget recta f Q, ſeu ipſi ęqualis recta ζ R pedũ 51.3.8.2. à quibus ablatis pedibus 28.8.7.4, remanebit recta ζ h pedum 22.5.0.8, qua cognita in triangulo h ζ f nota erunt duo latera h ζ, ζ f, quare ut angulus ζ h f innoteſcat, fiat ut latus ζ f pedum 60 ad ſinum totum ita latus ζ h pedum 22.5.0.8 ad tang: ſecundam anguli ζ h f, quæ invenietur 37513, cui reſpondent grad: 67.58, totidemque gradus continebit angulus ζ h f, & ipſi æqualis angulus i h R, necnon angulus f g P, angulus vero i R h erit grad: 30, cum ſit æqualis angulo X s Y propter parallelas X s, i R, & Y s, h R, habitis duobus angulis, etiam tertius conſurget, nempe angulus h i R gr: 82.2 in triangulo igitur h i R, cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus h R, ut latus

Digitized by Google

i R innoteſcat, fiat ut 99034 ſinus anguli h i R grad: 82.2 ad latus h R ped.28.8.7.4, ita 92696 ſinus anguli i h R grad: 67.58 ad latus i R, quod invenietur pedum 27.0.2.6,& ut latus i h conſurgat, fiat ut 99034 ſinus anguli h i R grad:82.2 ad latus h R ped: 28.8.7.4, ita 50000 ſinus anguli i R h grad: 30 ad latus i h, quod invenietur pedum 14.5.7.7, at ut recta g P conſurgat, fiat ut latus R Æ pedum 800 ad latus P Æ pedum 735.0.5.7, ita latus i R pedum 27.0.2.6 ad latus g P, quod invenietur ped:24.8.3.2, tandem ut recta g f reperiatur, fiat ut 99034 ſinus anguli f g P grad: 82.2 ad latus f P pedum 26.5.3.0, ita 50000 ſinus anguli g P f grad: 30 ad latus g f, quod invenietur ped:13.3.9.4; ſic procedendo omnia polygona muniri poterunt, in quibus quinque tormenta abſcondita ſint, & etiam tam tormentis, quam bombardis manualibus omnes partes defendantur, ita ut fumus tormentorum non ſit moleſtus jaculantibus, cum enim platea ſuperior ſit ſatis ampla ſuper duobus humeris, & ala collocari poterunt decem tormenta, in alijs vero duabus inferioribus plateis bombardarij, & illa tormenta tantùm, quæ ab humeris teguntur; Poterit etiam ala, major, & tam primus, quam ſecundus humerus minor fieri.

Annotatio.

TOta itaque tam angulorum, quam linearum in munimentis exiſtentium determinatio ex triangulorum doctrina dependet, qua mediante, quam proportionem habere debeant inter ſe omnes partes, & quam mutationem ad unius earum variationem cæteræ obtineant ad hoc ut ſe viciſſim defendere queant demonſtravimus; quibus præcognitis, & propoſitum locum rectè munire, & quaſcumque tabulas pro munimentis, & ſtatuendis, & delineandis conſtruere poterit unusquisque. At quia tabularum conſtructio multo ſpatio temporis æget, eorumque uſus non ſemper adhiberi poterit, & arithmetica ſupputatio tedioſa eſt, ex ſuperioribus propoſitionibus aliquas praxes excerpſimus, quas libuit pro majori utilitate, & commodo inferius inſerere.

Angulum propugnaculi invenire.

Praxis I.

Figura V.

DUcantur duæ rectæ B A, A E ſe conjungentes in puncto A ita ut angulus B A E ſit dimidium anguli polygoni propoſitæ figuræ, deinde centro A, intervallo A B utcumque ſumpto, ducatur arcus B F, fixoque manente ſexti crure in puncto B circumducatur alterum quouſque in prædicto arcu abſcindat arcum B N, qui bifariam dividatur, ejuſque dimidium iterum bifariam dividatur in puncto H, & arcus B H quantitas transferatur ex E in O, & ſic arcui B E inter radium, & latus polygoni intercepto, addatur arcus E O æqualis ipſi B H, arcus vero B O bifariam dividatur in puncto L, ejuſque dimidium transferatur ex E in G, deinde à puncto A per punctum G ducatur recta A G, ex qua orietur angulus G A E, qui erit dimidium anguli propugnaculi.

Ratio Praxis.

QUoniam corda arcus B N æqualis eſt ex conſtructione ſemidiametro B A, erit arcus B N ſexta pars totius circuli per prop: 15 lib: 4 Eucl: ideoque continebit grad: 60, cujus quarta pars erit gr: 15, cum autem arcus N B E diviſus ſit bifariam, ejuſque dimidium iterum bipartitum, erit B H quarta pars arcui N B, qua addita arcui B E additi erunt quindecim gradus dimidio anguli polygoni, & ſic arcus B O erit menſura anguli propugnaculi per prop: 3 primi libri, quare ejus dimidium L O dimetietur dimidium ejuſdem anguli, cui cum ſit æqualis arcus G E, qui metitur angulum G A E, erit idem angulus dimidium anguli propugnaculi.

Alio modo angulum propugnaculi invenire.

Praxis II.

Figura V.

DUcantur ut ſupra latus polygoni, & radius coeuntes in eodem puncto A, in quo facto centro intervallo vtcumque A B deſcribatur arcus B F, & fixo manente ſexti crure in B circumducatur alterum quouſque ex arcu F B abſcindat portionem B N, quæ divi-

dividatur in tres æquales partes, quarum vnius quantitas nempe B I transferatur ex E in F, dividaturque bifariam totus arcus B F in M, & ejus dimidium transferatur ex E in D puncto, per quod à puncto A ducatur recta A D, eritque angulus D A E dimidium anguli propugnaculi eadem ratione qua ſupra. Difert dictus angulus à præcedenti in hoc, quod prior efficitur addendo dimidio anguli polygoni grad 15, præſens conſurgit addendo dimidio anguli polygoni grad: 20.

Alio modo angulum propugnaculi invenire.

Praxis III.

INvenitur angulus propugnaculi etiam addendo tertiam partem dimidij anguli polygoni eodem dimidio anguli polygoni, quare ducto latere polygoni, ducatur radius terminans in eodem puncto A, in quo facto centro intervallo vtcumque A B deſcribatur arcus B E inter latus polygoni, & radium incluſus, qui dividatur in tres æquales partes, quarum una ſit B C, deinde à puncto A ad punctum C ducatur recta A C, eritque C A E dimidium anguli propugnaculi. Figura V.

Ratio Praxis.

PRoducatur B E arcus ultra punctum E, in quo transferatur ex E in P tertia pars arcus B E, & ſic arcus B P continebit quattuor æquales partes, at quia prædictus arcus dimetitur angulum propugnaculi, ejus dimidium dimetietur dimidium anguli propugnaculi, cumque arcus C E contineat ex conſtructione duas partes quarum arcus B F continet quattuor erit æqualis ejusdem dimidio, ideoque dimetietur dimidium anguli propugnaculi, angulus igitur C A e erit dimidium anguli quæſiti.

Alio modo angulum propugnaculi invenire.

Praxis IV.

DUcantur duæ lineæ Q F, F M, quæ faciant angulum Q F M æqualem angulo polygoni propoſitæ figuræ, à puncto vero F Figura VI.

ducatur radius F O,in quo accipiatur quędam pars F O, cui à puncto O ducatur perpendicularis N O,quæ producatur utcumque in P, ex qua abſcindantur duæ rectæ O N, O P æquales ipſi F O, cui connectantur rectis P F, F N, ita ut fiat triangulum rectangulum F N P,ſuper cujus hypothenuſa P N conſtruatur triangulum æquilaterum P A N, deinde accepta recta F Q æquale ipſi F P,& F M ipſi F N,dividatur recta D Q,& recta I M in tres æquales partes, quarum duas contineat recta D B vel I L, & à puncto A ad puncta B,& L ductis rectis A B, A L,conſtructus erit angulus propugnaculi B A L.

Ratio Praxis.

CUm angulus propugnaculi non poſſit eſſe minor gr:60, neque major, ſecundum aliquos, gr: 90, angulus B A L erit rectè conſtructus,quia major erit angulo P A N, (qui continet gr: 60, cum ſit angulus trianguli æquilateri) eo quod duæ lineæ A B, A L cadunt extra triangulum P A N, erit autem minor angulo recto P F N uſque ad undecagonum,cum duæ lineæ A B, F P non ſint parallelæ,ſed ſi producantur ambæ ad partes B,& P in eodem puncto coibunt ut apparet trigonometricè per ea, quæ in propoſitione 26 lib.pri:dicta ſunt,in qua apparet,quod ſi hac methodo anguli propugnaculorum conſtruantur,eorum variatio nō multum differet ab ea,quam ſubeunt addendo gradus 15 dimidio anguli polygoni.

Alio modo angulum propugnaculi invenire in munimento quadrato.

Praxis V.

Figura III.

DUcantur duæ rectæ PM, MO facientes angulum PMO æqualem dimidio anguli polygoni quadrati,acceptoque ſuper recta M O utcumque intervallo M L,& facto centro in L deſcribatur circulus M N O, qui tranſeat per punctum M, deinde eadem manente circini apertura abſcindatur ex puncto O arcus O N, & à puncto M per punctum N ducatur recta M A, eritqꝫ angulus O M A dimidium anguli propugnaculi grad: 30.

Ra-

Digitized by Google

Ratio Praxis.

CUm corda N O ſit æqualis ſemidiametro L O, ut ex ipſa conſtructione patet, erit arcus O N ſexta pars totius circuli per prop: 15 lib: 4 Eucl. ideoque continebit grad: 60, & quia angulus ad centrum duplum, eſt anguli ad circumferentiam per prop: 20 lib: 3 Eucl: dum fuerit eadem peripheria baſis angulorum, ſi à centro L ad punctum N ducatur recta L N, angulus O M N, qui eſt ad circumferentiam dimidium erit anguli ad centrum O L N, ideoque grad: 30 continebit.

Alio modo idem preſtare.

Praxis VI.

DUctis rectis P M, M O ut ſupra, ſuper recta M O abſcindatur vtcumque recta M L, cui æqualis iterum abſcindatur recta L O, ſuper qua deſcribatur triangulum æquilaterum L N O, deinde à puncto M per punctnm N ducatur recta M A, eritque angulus O M A dimidium anguli propugnaculi grad: 30. Figura III.

Ratio Praxis.

QUoniam recta M L ex conſtructione eſt æqualis rectæ L O, ipſique etiam L N eſt æqualis, cum ambo ſint latera trianguli æquilateri, duæ rectæ M L, L N erunt inter ſe æquales per primum axioma lib: pri: Eucl: quare triangulum L M N erit iſoſceles, & duo anguli L M N, L N M erunt inter ſe æquales per prop: 5 lib. pri: Eucl: cumque angulus externus O L N ſit æqualis duobus internis & oppoſitis L M N, L N M per prop: 32 lib: pri: Eucl: angulus L M N erit dimidius anguli O L N, ideoque continebit grad: 30 cum vnusquisque angulus trianguli æquilateri contineat gr: 60.

Alio modo in omnibus munimentis angulum propugnaculi invenire.

Praxis VII.

DUcantur duę rectæ B A, A I facientes angulum B A I æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, quem dimetiatur Fiugra IV.

Digitized by Google

tiatur arcus q p, quo biſariam diviſo in puncto s ducatur utcumq; à puncto A per punctum s recta A r, in qua accepto utcumq; intervallo A b, factoq; centro in b deſcribatur circulo A M d, & ſtatuto iterum centro in puncto d, ubi recta A r interſecat circulum prædictum, eadem manente ſexti apertura deſcribatur circulus m l f interſecans rectam A r in puncto f, in quo tertiò facto centro deſcribatur circulus l h g, & fixo manente ſexti crure in puncto g circumducatur alterum quouſque abſcindat arcum g h, deinde à puncto h ad punctum d centrum circuli m l f ducatur recta h d interſecans angulum prædictum in puncto o, à quo ad punctum b centrum circuli m n d ducatur recta o b interſecans prædictum circulum in puncto n à quo ad punctum A exiſtens in peripheria ejuſdem circuli ducatur recta n A, quæ producatur utcumque in E, eritque angulus I A E dimidium anguli propugnaculi.

Ratio Praxis.

ADdendo dimidio anguli polygoni grad: 15 cum conſurgat angulus propugnaculi, ſi quarta parte anguli polygoni addantur gr: 7. 30, dimidium anguli propugnaculi prodibit, cumque arcum p q, qui dimidium anguli polygoni metitur, biſariam dividat recta A r erit angulus I A r, quem metitur arcus p s quarta pars anguli polygoni, cui ſi addantur grad: 7. 30 conſurget dimidium anguli propugnaculi; cum autem arcus g h ſit ſexta pars circuli, ut ex ipſa constructione patet, ſi à centro f ad punctum h ducatur recta f h, angulus g f h continebit grad: 60, & angulus g d h gradus 30 per ea quæ dicta ſunt in praxi 5, eademque ratione angulus p d h erit duplex anguli f b o, & idem angulus f b o erit duplex anguli d A n, quare angulus f b o continebit grad: 15, & angulus d A n continebit grad: 7. 30, qui additi erunt quartæ parti anguli polygoni, producta recta A n in E, ideoque angulus I A E erit dimidium anguli propugnaculi.

Alio modo idem præſtare.

Praxis VIII.

Figura IV. DUctis rectis B A, A I ut ſupra ducatur recta A r biſariam dividens dimidium anguli propugnaculi, in qua abſcindantur quat-

quattuor æquales partes A b, b d, d f, f g cujuslibet magnitudinis, & ſuper recta f g conſtructo triangulo æquilatero f h g à puncto h ad punctum d ducatur recta h d, in qua abſcindatur recta d o æqualis ipſi d f, à cujus termino o ad punctum b ducatur recta o b, in qua abſcindatur recta b n æqualis ipſi b d, à cujus termino n ad punctum A ducatur recta n A, quæ producatur in E, eritque angulus I A E dimidium anguli propugnaculi.

Ratio Praxis.

Cum triangulum f h g ſit æquilaterum, & duo latera d f, f h ſint æqualia, ut ex ipſa conſtructione patet angulus f d h continebit gradus 30 per ea, quæ in praxi 7 dicta ſunt, eademque ratione angulus d b o continebit grad: 15, & angulus b A n grad: 7.30, ideoque per ea, quæ in antecedenti praxi dicta ſunt, angulus I A B erit dimidium anguli propugnaculi.

Angulum propugnaculi conſtruere grad. 90.

Praxis IX.

Quando opus erit angulum propugnaculi conſtruere, qui habeat gr: 90 ducantur duæ lineæ L A, A M facientes angulum L A M æqualem angulo polygoni, ducaturque radius A F, in quo abſcindatur utcumque recta A F, quæ terminetur à recta B C, cui ſit perpendicularis, ipſique A F æquales ſint duæ rectæ F B, F C, deinde à puncto A ad puncta B, & C ducantur rectæ A B, A C, & factus erit angulus rectus B A C. **Figura XXXVII.**

Ratio Praxis.

Cum angulus exiſtens in ſemicirculo ſit rectus, per prop: 31 lib: 3 Eucl: etiam angulus B A C erit rectus, ſi enim facto centro in E intervallo F A deſcribatur ſemicirculus ſuper recta B C, ipſe tanget tria puncta B, A, C, cum ſint termini trium æqualium linearum, ideoque etiam duæ lineæ B A, A C efficientes angulum B A C terminatæ erunt à peripheria, & diametro B C, quare angulus B A C erit in ſemicirculo, & per conſequens rectus.

Digitized by Google

Munimentum delineare, quod habeat cortinam in proportione dupla faciei.

Praxis X.

Figura I.

DUcantur duo radij H A, h A, nec non latus polygoni H h, ita ut fiat triangulum H A h, quod in duo triangula rectangula dividat recta R A perpendicularis ipſi H h, in quo H A h ſit angulus centri, unusquisque vero ex reliquis angulis ſit dimidium anguli polygoni, & à punctis H, & h ducantur duæ rectæ H C, h C, quæ cum radijs H A, h A faciant dimidium anguli propugnaculi A H C, A h C uno adhibito ex modis ſuperius tradditis; deinde ſuper recta h C accipiatur utcumque recta h l, & à puncto l ducatur recta l r parallela ipſi h R æqualis ipſi h l, per cujus terminum r à puncto h ducatur recta h K tangens rectam A R in puncto K, à quo uſque ad rectam h C ducatur recta K g parallela ipſi r l, à cujus termino g ducatur recta g t, parallela & æqualis ipſi K C, & ſuper recta H C abſcindatur recta H G æqualis ipſi h g, ducaturque à puncto G recta G T parallela, & æqualis ipſi g t, connectanturque duo puncta T, t recta T t, quæ erit cortina, duæ rectæ H G, h g facies, & duæ rectę G T, g t alę propugnaculorum, quæ omnia ſi transferantur ſuper alia polygoni latera delineatum erit munimentum.

Ratio hujus praxis apparet in propoſitione 21 libri primi.

Alio modo idem præſtare.

Praxis X I.

Figura I.

DUcantur duæ rectæ R H, H A facientes angulum R H A æqualem dimidio anguli polygoni, & à puncto H ducatur recta H C, quæ cum recta H A faciat angulum A H C æqualem dimidio anguli propugnaculi, ex qua abſcindatur utcumque recta H G, à cujus termino G ducatur recta G I perpendicularis ipſi H h, in qua ex puncto I abſcindatur recta I R æqualis ipſi H G, à cujus termino R ducatur recta R C perpendicularis ipſi H h terminata à recta H C in puncto C, à quo ducatur æqualis ipſi H C recta C h, quæ cum recta R C efficiat angulum R C h ęqualem angulo R C H,

pro-

producaturque recta H R quouſque cum recta C h coeat in puncto h, ex quo in recta h C abſcindatur recta h g æqualis ipſi H G, & in linea H h abſcindatur recta h i, connectanturque duo puncta g, & i recta g i, & duæ rectę I G, i g producantur quouſque fiant æquales ipſi R C in punctis T, t, quæ connectantur recta T t, eritque recta H G, ſeu h g facies, G T, ſeu g t ala propugnaculi, & recta T t cortina. His peractis ſuper latus H h conſtruatur propoſitum polygonum, ſuper cujus latera transferantur ſupradictæ lineæ, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

QUoniam recta C h ex conſtructione eſt æqualis rectæ H C triangulum H C h erit iſoſceles, ideoque perpendicularis R C bifariam ſecabit baſim H h, cum autem dimidio baſis R h ablata ſit recta h i æqualis ipſi H I, remanebit recta R i æqualis ipſi R I per 3 axio: pri: lib. Eucl, & per 1 axio: lib: pri: Eucl: eadem i R erit æqualis ipſi H G, quę ex conſtructione eſt æqualis ipſi I H, quare tota I i erit dupla ipſius H G, cui cum ſit æqualis cortina T t per prop: 33 lib: pri: Eucl. erit etiam ipſa dupla ipſius H G vel h g.

Alio modo munimentum conſtruere quod habeat cortinam duplam faciei.

Praxis XII.

DUcitur utcumque recta A B, cui æqualis in directum adjungatur recta A C, deinde facto centro in A intervallo A D utcumque ſumpto deſcribatur arcus D F æqualis arcui, qui metitur dimidium anguli polygoni propoſitæ figuræ, ex quo abſcindatur arcus F E æqualis arcui dimidij anguli propugnaculi, per cujus terminum E à puncto A ducatur recta A P utcumque, deinde à puncto B ad rectam A P ducatur recta B G perpendicularis ipſi G B, & ſuper recta A P ex puncto G abſcindatur portio G P æqualis ipſi C A, vel A B, factoque centro in P intervallo P H æquale ipſi A D deſcribatur arcus K H æqualis ipſi F E, & à puncto P ad punctum K terminans prædictum arcum ducatur recta P K, quæ producatur utcumque, quæ omnia transferantur in oppoſitam partem, ductoque la- Figura III.

tere polygoni exterioris M P, ſuper ipſo conſtruatur propoſitum polygonum, & ſuper unumquodque latus transferantur ſupraſcriptæ lineæ, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

QUoniam arcus F D ex conſtructione æqualis eſt arcui dimidij anguli polygoni, & arcus F E æqualis eſt arcui dimidij anguli propugnaculi, arcus E D erit æqualis arcui anguli defenſionis interioris, cum ſit differentia inter dimidium anguli propugnaculi, & dimidium anguli polygoni, angulusque A P K erit dimidium anguli propugnaculi, cum arcus H K ſit æqualis ex conſtructione arcui F E, ideoque recta A P erit linea defenſionis ſtringentis efficit enim dimidium anguli propugnaculi, & angulum defenſionis interiorem, cætera vero ex ipſa conſtructione patent.

Munimentum delineare, quod habeat lineam defenſionis ſtringentis æqualem cortinæ, quæ ſit dupla faciei.

Praxis XIII.

Figura IV. DUcantur duæ rectæ A B, B H facientes angulum A B H æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, & à puncto B ducatur recta B G, quæ cum recta B H faciat angulum G B H æqualem dimidio anguli propugnaculi, à cujus termino G ducatur recta G K parallela ipſi A B, quæ producatur ultra G utcumque in I, & in recta A B ex puncto B abſcindatur utcumque recta B O, cui æqualis in recta G K ex puncto G abſcindatur recta G L, duoque puncta O, & L connectantur recta O L interſecante rectam B G in puncto F, à quo ducatur recta F D perpendicularis ipſi I K, in qua ex puncto D abſcindatur recta D C æqualis ipſi B G, & à puncto C erigatur perpendicularis C E, æqualis ipſi D F, à cujus termino E ducatur recta E A quæ cum eadem C E faciat angulum C E A æqualem angulo D F B, & à puncto A ducatur recta A I, quæ cum recta A E faciat angulum I A E æqualem angulo F B K, ductoque latere polygoni exterioris A B ſuper ipſo conſtruatur propoſitum polygonum,

Digitized by Google

gonum, ſuper cujus latera transferantur ſupradictæ lineæ & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

CUm duo anguli O B F, F G L ſint æquales propter duas parallelas G L, O B, & etiam duo anguli O F B, G F L, eo quod ſunt ad verticem, duo triangula O F B, G F L erunt æquiangula, quare per prop: 4 lib: 6 Eucl: ita ſe habebit latus B F ad latus F G, ut latus O B ad latus G L, latus vero O B eſt æquale lateri G L, erit igitur etiam latus B F æquale lateri F G, & quia recta C D eſt ex conſtructione æqualis ipſi G B, eadem etiam erit dupla ipſius B F, cæteraque ex ipſa conſtructione patent.

Munimentum conſtruere, quod habeat faciem in proportione ſubdupla lineæ defenſionis ſtringeatis, quæ cadat in medio cortinæ.

Praxis XIV.

DUcatur recta a B, à cujus terminis a, & B ducantur duo radij a H, B H, qui cum eadem recta a B faciant angulos polygoni dimidiatos H a B, H B a, iterumque à punctis a, & B ducantur rectæ a G, B G coeuntes in puncto G, quæ cum rectis a H, B H faciant duos angulos propugnaculi dimidiatos G a H, G B H, per punctum vero G ducatur recta i K parallela ipſi a B, dividanturque bifariam rectæ a G, B G in punctis e, & F (modo dicto in antecedenti praxi) à quibus ducantur perpendiculares ipſi i K rectæ e c, F D, & ſic agendo ſuper quolibet latere polygoni delineatum erit rectè munimentum, ut patet trigometricè in prop: 24 lib: pri. Figura IV.

Munimentum conſtruere, quod habeat faciem pedum 300 alam propugnaculi 120, lineam defenſionis figentis 750.

Praxis XV.

DUcatur recta A C bifariam diviſa in B tantæ magnitudinis, quantæ eſſe debet ala propugnaculi, deinde ducantur duæ Figura VIII.

rectæ D F, F L, quæ faciant angulum D F L æqualem dimidio anguli polygoni, & à puncto F ducatur utcumque recta F N, quæ cum recta F L faciat angulum N F L æqualem dimidio anguli propugnaculi, in qua ex puncto F abſcindantur duæ rectæ F H, H K quarum unaqueque ſit æqualis ipſi A C, quibus addatur tertia K P æqualis ipſi A B, per punctum vero P ducatur recta R M perpendicularis ipſi D F, ſitque P M æqualis ipſi A C; at in recta F D abſcindantur tres partes F G, G E, E D, quarum unaqueque ex duabus prioribus nempe F G, G E ſit æqualis ipſi F P, tertia vero E D ſit æqualis ipſi F I dimidio totius F P, totaque F D ex F transferatur ſuper rectam O L, ſitque recta F O ipſi F D equalis, quæ omnia ſi transferatur ſuper quodlibet polygoni latus delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

CUm numerus 300 ſe habeat ad numerum 120 ut quinque ad duo recta P F ſe habebit ad rectam P M ut 300 ad 120, recta enim F P bis cum dimidio continet rectam A C æqualem ipſi P M, ideoque qualium partium recta A C continet duas talium recta F P continet quinque, & per conſequens eadem recta F P ſe habebit ad rectam A C, ſeu P M ut 300 ad 120; eademque ratione etiam recta D F ſe habebit ad rectam F P ut quinque ad duo, recta enim F D bis continet rectam F P cum dimidio, ſed etiam numerus 750 ſe habet ad 300 ut quinque ad duo, recta igitur F D ſe habebit ad rectam F P ut 750 ad 300, quod autem prædictum munimentum ſit recte conſtructum patet in prop: 10, & 11 hujus libri.

Munimentum quadratum delineare.

Praxis XVI.

Figura IX. SUper recta E D conſtruatur quadratum B C D E, cujus unumquodque latus bifariam dividatur in punctis K, L, M, N, quæ conjungantur, vel conjuncta intelligatur rectis K L, L M, N K, ſuper quibus conſtruantur triangula æquilatera K G L, L H M, M I N, N F K, quorum latera producantur quouſque unumquodque tangat latus oppoſitum proximi trianguli in punctis O, Q, S, d, b, R, Y, V, à quibus ad latera quadrati ducantur perpendiculares

res OP, QR, ST, d c, b a R, Æ, Y Z, V X, & ſic delineatum erit munimentum quadratum.

Ratio hujus praxis apparet in prop: 23 libri primi.

Mediante munimento quadrato quodlibet munimentum delineare.

Praxis XVII.

DUcantur duæ rectæ L I, I M, quæ faciant angulum L I M æqualem dimidio anguli polygoni quadrati, producaturque recta M I usque ad punctum B, ita ut recta I B ſit æqualis capitali quadrati, & à puncto B ducatur recta B L, quæ tangat rectam L I in puncto L, ſitque æqualis lineæ defenſionis ejusdem quadrati, in qua abſcindatur facies B F, à cujus termino F ducatur ala F H perpendicularis ipſi L I, & à puncto H ducatur recta H N parallela ipſi I M, & H P, quæ cum eadem H N faciat angulum P H N æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, deinde à puncto F ducatur recta F G perpendicularis ipſi P H, quæ producatur utcumque, in K, in qua ex puncto G abſcindatur recta G D æqualis ipſi H L, & à puncto D ducatur recta D B, producaturque uſque ad ipſam recta G F, quam tanget in puncto C, & producta recta C B uſque in A, ita ut recta C A ſit æqualis ipſi F B, ducatur à puncto A recta A Q parallela ipſi B M, quæ interſecabit rectam P K in puncto K, quantitatesque prædictarum linearum transferantur ſuper omnes medietates cujuslibet lateris polygoni, & ſic delineari poterit quodlibet munimentum ut in figuris 11, 12, 13 apparet. Figura IX.

Ratio hujus praxis percipitur in prop. 25 libri primi.

Munimentum conſtruere, quod habeat lineam defenſionis pedum 750, & lineam colli pedum 120.

Praxis XVIII.

DUcatur utcumque recta A Q, factoque centro in puncto A deſcribatur arcus N L æqualis arcui dimidij anguli polygoni, in quo ex puncto L abſcindatur portio L M æqualis arcui dimidij anguli propugnaculi terminata à puncto M, per quod à puncto Figura 21, 22, 23.

A du-

A ducatur utcumque recta A D, in qua numerentur ex puncto A quinque partes, ut in figura apparet, totaque A E continens prædictas quinque partes bifariam dividatur in B, deinde in eadem A D ex puncto E abſcindatur recta E F æqualis ipſi A B, & ex F recta F D æqualis ipſi A B, à puncto vero D ducatur recta D H interſecans rectam K Q in puncto Q, quæ cum recta A D efficiat angulum A D H æqualem dimidio anguli propugnaculi, & in recta A Q ex puncto Q abſcindatur recta Q G æqualis duabus partibus contentis in recta A E, tandem à puncto G excitetur perpendicularis C G terminata à puncto C exiſtentæ in recta D A, producaturque recta G Q in K, ita ut recta A K ſit æqualis uni ex partibus exiſtentibus in recta A E, deinde uſque in O ita ut recta K O ſit æqualis ipſi G Q, transferaturque quantitas alæ & faciei in oppoſitam partem, deinde omnia ſuper quodlibet latus propoſiti polygoni, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

QUoniam recta A D bis continet cum dimidio rectam A E continebit 12 partes cum dimidio, quarum recta A E continet 5 ſeu 25 dimidia earumdem partium, at ſi dividantur 750 per 25 prodibunt in quotiente 30, quorum duplum erit 60, ideoque una ex quinque partibus contentis in recta A E ſe habebit ad totam A D ut 60 ad 750, cum autem recta G Q contineat duas ex dictis partibus ſe habebit ad rectam A D u 120 ad 750, cetera vero ex ipſa conſtructione patent; quod autem tale munimentum recte conſtructum ſit apparet in propoſitione 4.5.6 hujus libri.

Munimentum conſtruere, quod habeat lineam defenſionis pedum 740, & faciem pedum 300.

Praxis XIX.

Figura XXIV.

DUcantur utcumque duæ lineæ F A, A I, que faciant angulum F A I æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, & à puncto A ducatur utcumque recta A L, quæ cum recta A I faciat angulum L A I æqualem dimidio anguli propugnaculi, deinde in recta A F numerentur tres partes ex A, ipſique A 3 æqualis abſcindatur ex 3 recta 3 B, & ex B recta B C æqualis ipſi A B, ex C recta

Digitized by Google

recta C D æqualis ipſi A C, & ex D recta D E æqualis iterum ipſi C A, vel C D, totique A E addatur recta F E æqualis ipſi A 1; his peractis transferatur rectæ A F quantitas in A L, in qua abſcindatur recta A G æqualis ipſi A C, cui addatur recta G H æqualis ipſi A 3, & à puncto L ducatur recta L I parallela ipſi F A terminata à recta A I, à puncto vero H ducatur recta H K perpendicularis ipſi L I; in reliquis perficiatur operatio ut in alijs caſibus mutatis mutandis, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

CUm recta A 3 diviſa ſit in tres partes æquales, & 3 B ſit æqualis ipſi A 3, tota A B continebit 6 ex prædictis partibus, cui cum ſit æqualis recta C B, tota C A continebit 12 partes, totidemque D C, & E D, cum ſint tres æquales lineæ, recta vero F E unam tantum, cum ſit æqualis ipſi A 1, ideoque tota E A continebit 36, totaque F A 37 ex primis partibus, at ſi dividatur numerũ 740 per 37 quotiens erit 20, ideoque una ex prædictis primis partibus, ſeu recta F E ſe habebit ad totam F A ut 20 ad 750, & ſic recta A 3, quæ continet 3 ex prædictis primis partibus ſe habebit ad totam F A ut 60 ad 750, ad quam B A ſe habebit ut 120, & A C ut 240, cum recta B A ſit dupla ipſius A 3, & C A ſit dupla ipſius B A, recta autem A L ex conſtructione eſt æqualis ipſi A F, & recta A G ipſi A C, rectaque G H ipſi A 3, ideoque tota A H ſe habebit ad totam A L ut 300 ad 740, reliqua per ſe patent; quod autem tale munimentum ſi recte conſtructum apparet in prop: 7. 8. 9 hujus libri.

Munimentum obliquangulum conſtruere, quod habeat lineam defenſionis pedum 750, faciem 240, & angulum defenſionis interiorem grad: 20.

Praxis XX.

DUcantur duæ rectæ V Z, Z I facientes angulum V Z I æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, cui ſit æqualis angulus D V Z ducta recta V D, & facto centro in Z deſcribatur arcus f g, in quo abſcindatur arcus f h æqualis ſextæ parte circuli, qui in tres æquales partes dividatur, quarum una ſit f m, per cujus terminum à puncto Z ducatur recta Z D, in recta vero V Z nume- Figura XXIX.

rentur quattuor partes Z d, d c, c b, b a, quarum Z d biſariam dividatur in e, totaque Z a ter transferatur in rectam Z D, ita ut recta Z n contineat tres partes Z O, O l, l n, quarum unaqueque ſit æqualis ipſi Z a, quibus addatur recta n F æqualis ipſi Z e, & à puncto F ducatur recta F G parallela ipſi V Z, ducaturque à termino primę diviſionis O recta O R parallela ipſi V Z ad quam à puncto F ducatur recta F R perpendicularis ipſi Z F, & à puncto R ad rectam V Z ducatur recta R V æqualis ipſi Z O, quæ producatur ultra R in G, ita ut recta V G ſit æqualis ipſi Z F, connectanturque duo puncta, O, & G recta O G; his peractis abſcindantur in rectis V G, Z F rectæ F A, G C, quarum unaqueque ſit æqualis ipſi Z d, & à punctis A, C ducantur rectæ A Q, C N parallelæ ipſis R F, O G, quæ biſariam dividantur in punctis P, & M, à quibus ducantur rectæ P T, M K, quæ reſpondeant in directum punctis V, & Z, duæque lineæ colli F D, G I biſariam dividantur, niſi unaqueque earum ſit major recta Z c, quo caſu ex ipſis abſcindi debent duæ rectæ F E, G H, quarum unaqueque ſit æqualis ipſi Z d, & à punctis E, H ad rectas P T, M K ducantur rectæ E T, H K parallelæ ipſis F R, G O, quæ omnia ſi transferantur ſuper quodlibet polygoni latus delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

Cum arcus f g ſit ex conſtructione ſexta pars circuli continebit grad: 60, & cum arcus f m ſit prioris tertia pars continebit gr: 20, at quia recta F G eſt ex conſtructione parallela ipſi V Z angulus defenſionis interior Z F G erit æqualis angulo V Z F, ideoque continebit grad: 20; cum vero recta Z n ter contineat rectam Z a, continebit duodecim partes æquales ipſi Z d, ſeu 24 partes æquales ipſi Z e, quibus addita recta n F, tota Z F continebit 25 partes æquales ipſi e Z, at ſi dividatur numerus 750 per 25 quotiens erit 30, ejusque duplum 60, quare cum recta Z d ſit dupla ipſius e Z, ſe habebit ad rectam Z F ut 60 ad 750, & recta Z a, quę eſt quadrupla ipſius d Z ſe habebit ad eamdem Z F ut 240 ad 750, & quia recta Z O eſt æqualis ipſi a Z, etiam illa ſe habebit ad rectam Z T ut 240 ad 750; cætera per ſe patent; quod autem tale munimentum ſit rectè conſtructum apparet in propoſitio 15 hujus libri.

Mu-

Digitized by Google

Munimentum conſtruere modo dicto in prop:35 hujus libri.

Praxis XXI.

DUcantur duæ rectæ G P, P ω facientes angulum G P ω æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, & recta P Y, quæ cum recta P ω faciat angulum Y P ω æqualem dimidio anguli propugnaculi, à cujus termino Y ducatur recta Y ω, deinde in recta G P abſcindantur ſeptem partes inter ſe æquales, ut in figura, & in recta Y ω ex puncto Y abſcindatur recta Y λ æqualis uni ex ſupradictis partibus, à cujus termino λ ad puncta 4, & 7 ducantur duæ rectæ λ 7, λ 4 interſecantes rectam P Y in punctis π, & θ, dividaturque recta θ π in tres æquales partes, quarum duas contineat recta θ λ, cui æqualis ex puncto Y abſcindatur recta Y Z, à cujus termino Z ducatur parallela ipſi G P recta Z Æ, quæ ſit æqualis ipſi Y π, & à puncto Æ ducatur recta Æ G æqualis ipſi Z P, quæ faciat angulum G Æ Z æqualem angulo P Z Æ, deinde à puncto G ducatur recta G A, quæ cum recta G Æ faciat angulum æqualem angulo Z P ω, cui parallela ducatur recta N D, ſitque intervallum inter utramque æqualis rectæ θ π, & ex puncto D abſcindatur recta D E æqualis ipſi F D, à cujus termino E ducatur recta E H interſecans rectam G Æ in puncto I, ex quo abſcindatur recta I K æqualis ipſi θ λ; in reliquis vero perficiatur operatio ut in prædicta propoſitione.

Ratio Praxis.

CUm duo triangula P 4 π, Y π λ ſint æquiangula propter duas parallelas P 4, & Y λ, & latus P 4 ſe habeat ad latus Y λ ex conſtructione ut quattuor ad unum, etiam latus P π ſe habebit ad latus Y π ut quattuor ad unum, ideoque poſita recta P Y pedum 800, ut in citata propoſitione recta Y π erit pedum 160, totidemque pedes continebit recta Z Æ, cum ex conſtructione ſit ipſi æqualis, eademque ratione recta P θ ſe habebit ad rectam Y λ ut ſeptem ad unum, & continebit pedes 100, cum igitur recta θ π ſit differentia inter rectã Y π, & rectam Y θ continebit pedes 60, cujus

tertia pars erit pedũ 20, quare recta $\theta\,\lambda$ cõtinebit pedes 40, at quia rectæ $\theta\,\pi$ eſt æquale intervallum inter duas rectas GA, ND, & rectæ $\theta\,\lambda$ eſt æqualis recta YZ, & recta IK, prædictum intervallum continebit pedes 60, duæque rectæ YZ, IK continebunt pedes 40, & ſic prædictæ lineæ habebunt quantitatem in propoſitione 35 hujus libri præſcriptam.

Munimentum conſtruere modo dicto in prop. 41 hujus libri.

Praxis XXII.

DUcantur duæ rectæ AÆ, Æω facientes angulum AÆω æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, & à puncto Æ ducatur recta ÆR, quæ cum recta Æω faciat angulum RÆω æqualem dimidio anguli propugnaculi, à cujus termino R ducatur parallela ipſi AÆ recta RM, quæ producatur utcumque in V, in qua ex puncto R abſcindatur utcumque recta Rθ, cui æqualis in recta AÆ abſcindantur ſeptem partes ut in figura apparet, deinde à puncto θ ad puncta 7, & 4 ducantur duæ rectæ θ7, θ4 interſecantes rectam ÆR in punctis H, I, & ex puncto R abſcindantur duæ rectæ Rs, RQ æquales ipſi HI, ducaturque à puncto s recta sW, utcumque producta in X, quæ cum recta sM faciat angulum MsW æqualem dimidio anguli polygoni, nec non recta sT perpendicularis ipſi XW, à cujus termino T ducatur recta TA, quæ coeat cum recta AÆ in puncto A, à quo ducatur recta AM, quæ cum recta AT faciat angulum TAM æqualem dimidio anguli propugnaculi, & à punctis s, R, Q, ductis perpendicularibus ipſi VM rectis sB, RD, QF abſcindantur duæ rectæ Db, Fe æquales ipſi HI, perficiaturque in reliquis operatio, ut in citata propoſitione.

Ratio hujus praxis ex dictis in antecendi praxi deſumitur.

Annotatio.

REliqua munimenta obliquangula cum à munimentis rectangulis originem ducant ipſis mediantibus delineanda erunt,

erunt,quare eorum geometrica deſcriptio in propoſitionibus proprijs invenietur; At quia in munimentis per praxes antedictas deſcriptis notæ erunt ſolummodo linearum proportiones in quantitate indeterminata,ut eorum determinata quantitas cognoſcatur, accipienda eſt longitudo unius ex datis lineis,ſive ſit linea defenſionis figentis, ſive ſit cortina, eaque dividatur in tot partes, quot pedes, vel ulnas, vel decempedas continere debet,& hæc erit ſcala, cui applicatæ cæteræ linearum longitudines,ex ipſa cognoſci poterit quot pedes, &c. unaqueque linea contineat, licet non adeò accuratè ac per ratiocinium triangulorum.

Concluſio.

CIrca munimentorum regularium delineationem hactenus dicta ſufficere putamus, nam quomodo omnium angulorum, linearumque quantitates,& determinari,& venari poſſint, & quam proportionem inter ſe retinere debeant, tam per ratiociniũ, triangulorũ,quam per alias geometricas demonſtrationes conſtat ex propoſitionibus in his duobus libris contentis,ex quibus patet muniendi fundamentum,& principium eſſe quadratum,cum omnium figurarum, quæ in circulo inſcribuntur poſt triangulum, omnium ſimpliciſſima ſit quadrilatera, quare mediante munimento quadrato ſimplici rectangulo omnia munimēta ſimplicia rectangula dato quolibet polygono, ex his munimenta duplicia, & etiam triplicia rectangula, ex his tandem munimenta obliquangula deſcribi poſſunt; quæ omnes muniendi ſpecies exiſtimandas eſſe cenſemus, imò unamquamque adhibendam eſſe in aliquo caſu,ſaltem in munimentis irregularibus, ut ſuo loco demonſtrabimus, experientia enim compertum,eſt quàmlibet earum ad retardandum hoſtem diu,valere. Quanti adjumenti ſit ala propugnaculi tecta, præter alia munimenta,Vrbs Cretenſis teſtatur,quæ quamdiu impetum Turçarum ſubſtinuerit omnibus conſtat; quod autem munimenta ſimplicia æque bene defendantur viſum eſt ante Groningam, quę quamvis habeat alas detectas expugnari non potuit; jam obſidentes ad foſſam pervenerant tormentaque urbis dejecerant, at obſeſſi tempore nocturno eadem errexerunt, dieque veniente, adeò jaculati ſunt contra hoſtes, ut unum ex eorum ſuggeſtibus omnino deſtruxerint, ita ut non auſi

Digitized by Google

ſint illum amplius reparare, imo poſt paucos dies obſidionem ſolvere decreverunt. Ex quibus patet quodlibet munimentum cujuſcumque ſpeciei, dummodo ejus partes viciſſim ſe reſpiciant habeatque ea, quæ ad defenſionem neceſſaria ſunt, diu ſubſiſtere poſſe; quale autem ex recenſitis melius ſit difficile eſt experientia determinare, aliqua enim ex improviſo aggrediuntur, quamplurima per deditionem obtinentur, & hoc accidit, vel ex defectu hannonę, vel ex parvo numero militum, vel ob imperitiam gubernantium, aliquorumque infidelitatem, ideoque cognoſci non poteſt an diutius ſe ſubſtinere potuerit nec ne, quare quando conſtruendum erit aliquod munimentum regulare in ea ſumus ſententia, quod Architectus militaris adhibere poſſit eam methodum, quæ magis placebit Principi, cui inſerviet adhibitis linearum menſuris à mathematicis geometricè determinatis, & ab eggregijs Belliducibus approbatis.

***

GEOMETRIÆ MILITARIS
LIBER TERTIVS.
Definitiones ad Orthographium Spectantes.

1. MUnimenti ortographia eſt omnium linearum, partes valli antemuralis, foſſæ, loricæ exterioris, terminantium in plano verticali repraſentatio. Fiugra III.

2. Baſis valli eſt linea horizonti parallela, quę latitudinem inferiorem valli continet, ut A E.

3. Acclivitas interior valli eſt pars baſis, qua latitudo inferior valli ſuperat interius valli latitudinem ſuperiorem, ut A C.

4. Acclivitas exterior valli eſt pars baſis, qua latitudo valli inferior ſuperat exterius latitudinem valli ſuperiorem, ut D E.

5. Valli altitudo eſt linea recta baſi perpendicularis, quæ altitudinem valli continet, ut D I.

6. Valli latitudo ſuperior eſt linea recta baſi parallela, quæ altitudinem terminat, & latitudinem ſuperiorem continet, ut B i.

7. Valli ambulacrum eſt differentia inter latitudinem ſuperiorem valli, & baſim loricæ, ut B a.

8. Baſis loricæ eſt pars latitudinis ſuperioris valli, quæ latitudinem inferiorem loricæ determinat, ut π i.

9. Latitudo ſcabelli eſt pars baſis loricæ minima, inter ejusdem baſis partem maximam, & valli ambulacrum incluſa, ut a π.

10. Altitudo ſcabelli eſt linea recta à termino communi ambulacri.

bulacri, & ſcabelli ſuper linea latitudinis ſuperioris valli ad angulos rectos excitata, ut a b.

11. Altitudo interior loricæ eſt linea recta latitudini ſuperiori valli perpendicularis, quæ altitudinem interiorem loricæ determinat, ut d f.

12. Altitudo exterior loricæ eſt linea recta altitudini interiori parallela, quę altitudinem loricæ exteriorem determinat, ut g h.

13. Latitudo loricæ ſuperior eſt linea recta latitudini interiori parallela inter altitudinem interiorem, & exteriorẽ incluſa, ut e g.

14. Acclivitas interior loricæ eſt exceſſus interior latitudinis inferioris ſuper latitudinem ſuperiorem, ut π f.

15. Acclivitas exterior loricę eſt pars baſis, qua latitudo inferior exterius ſuperat latitudinem ſuperiorem, ut h i.

16. Inclinatio loricæ eſt differentia inter majorem, & minorem altitudinem ejusdem loricæ, ut d e.

17. Via tecta poſt vallum eſt ſpatium inter vallum, & antemurale incluſum, ut E F.

18. Antemurale eſt lorica ſuper planum horizontale ellevata ante foſſam poſita, cujus partes æquales ſunt partibus loricæ valli, ut F p G.

19. Margo foſſæ eſt ſpatium inter antemurale, & foſſam incluſum, ut G P.

20. Profunditas foſſæ eſt diſtantia inter latitudinem ſuperiorem, & latitudinem inferiorem foſſæ, ut n R.

21. Foſſæ acclivitas eſt differentia inter medietatem latitudinis ſuperioris, & medietatem latitudinis inferioris ejuſdem foſſæ, ut 10, H.

22. Latitudo foſſę eſt diſtantia inter duos foſſę terminos, ut P K.

23. Via tecta poſt foſſam eſt ſpatium inter extremitatem foſſæ, & loricæ exterioris terminum incluſa, ut K M.

24. Baſis loricæ exterioris eſt linea, quæ latitudinem, & acclivitatem exteriorem prædictæ loricæ determinat ut u L.

Definitiones ad Ichnographiam ſpectantes.

1. Ichnographia eſt veſtigij cujuscumque partis totius munimenti in plano horizantali eſibitio.

2. Planum horizontale totius valli eſt ſpatium inter duas lineas baſim ejusdem valli terminantes incluſum.

3. Pla-

3. Planum horizontale acclivitatis interioris valli eſt ſpatium inter lineam interius terminantem baſim valli,& lineam dividens baſim ejusdem acclivitatis à baſi ambulacri, incluſum.

4. Planum horizontale ambulacri eſt ſpatium inter duas lineas baſim ambulari terminantes, incluſum.

5. Planum horizontale ſcabelli eſt ſpatium inter lineam ad illas partes baſim ambulacri terminantem, & lineam baſim loricæ interius terminantem, incluſum.

6. Planum horizontale acclivitatis interioris eſt ſpatium inter lineam terminantem interius baſim loricæ,& lineam interius terminantem ejusdem latitudinem ſuperiorem,incluſum.

7. Planum horizontale latitudinis ſuperioris loricæ eſt ſpatium inter duas lineas eamdem latitudinem terminantes,incluſum.

8. Planum horizontale acclivitatis exterioris loricę eſt ſpatium inter lineam exterius terminantem loricæ baſim, & lineam exterius terminantem ejus latitudinem ſuperiorem, incluſum.

9. Planum horizontale acclivitatis exterioris valli eſt ſpatium inter lineam exterius terminantem baſim valli,& lineam exterius terminantem baſim loricæ,incluſum.

Ea quæ dicta ſunt de lorica ſuperiore intelligi debent etiam de lorica inferiore,& de partibus interioribus loricæ exterioris.

10. Planum horizontale viæ rectæ eſt ſpatium inter duas lineas viam tectam terminantes,incluſum,quod intelligendum eſt tam de via tecta antemuralis,ſi qua eſt,quam de via tecta poſt foſſam.

11. Planum horizontale marginis foſſæ eſt ſpatiũ inter lineam baſim acclivitatis,vel loricæ inferioris(ſi qua eſt,) vel valli,& lineam interius terminantem latitudinem ſuperiorem foſſę,incluſum.

12. Planum horizonti parallelum acclivitatis interioris foſſę eſt ſpatium inter lineam terminantem latitudinem inferiorem foſſæ,& lineam in eodem plano terminantem latitudinem foſſæ ſuperiorem,incluſum.

13. Planum horizonti parallelum latitudinis inferioris foſſę eſt ſpatium inter lineam terminantem baſim acclivitatis interioris foſſæ,& lineam terminantem baſim acclivitatis exterioris foſſæ, incluſum.

14. Planum horizonti parallelum acclivitatis exterioris foſſæ eſt ſpatium inter lineam terminantem baſim ejusdem acclivitatis,& lineam in eodem plano terminantem latitudinem viæ tectæ, incluſum.

Digitized by Google

15. Planum horizontale baſis loricæ exterioris eſt ſpatium inter lineam terminantem planum inclinatum ejusdem loricæ, & lineam terminantem interius baſim acclivitatis interioris ejusdem loricæ, incluſum.

Axiomata ad Orthographiam ſpectantia.

1. VAllum nec nimis altum ſit, nec nimis humile, at dicta altitudo nunquam ſit minor pedum 12.

2. Acclivitas interior valli ſit æqualis altitudini.

3. Acclivitas exterior ſit æqualis dimidio altitudinis valli, dum vallum eſt ex ſimplici terra conſtructum.

4. Latitudo ſuperior non ſit minor pedum 30.

5. Loricæ altitudo interior ſit ſex pedum exterior quattuor ad ſummum.

6. Latitudo inferior loricæ non ſit minor ped: 12, neque ſolet fieri major pedum 24.

7. Acclivitas loricæ exterior ſe habeat ad ejus altitudinem, ut ſe habet acclivitas exterior valli ad ejus altitudinem.

8. Acclivitas interior loricæ ſit unius pedis.

9. Latitudo ſcabelli loricę ſit ped: 3, altitudo vero ped: 1 $\frac{1}{2}$.

10. Lorica inferior, ſeu antemurale habeat partes æquales partibus loricæ ſuperioris.

11. Via tecta poſt vallum nunquam ſit minor ped: 12, cui ſit æqualis via tecta poſt foſſam.

12. Margo foſſæ ſit pedum 6.

13. Profunditas foſſæ nunquam ſit minor pedum 10, cui ſit æqualis ejus acclivitas.

14. Planum inclinatum loricæ poſt foſſam tale ſit, ut ex vallo bambardarum ictibus radi poſſit.

15. Planum inclinatum loricæ ſuperioris, quo propius hoſtem aſpiciet eo melius erit munimentum, tale ſaltem eſſe debet, ut cum plano inclinato loricæ exterioris ſit in directum.

16. Latitudo foſſæ talis ſit ut hoſtis exiſtens in via tecta poſſit detegi ab alis, & parte faciei, vel ſaltem ab alis facies defendi poſſit.

Axio-

Digitized by Google

Axiomata ad Ichnographiam ſpectantia.

1. LIneæ exiſtentes in eadem parte munimenti eſſe debent inter ſe parallelæ.

2. Omnes anguli ſibi reſpondentes eſſe debent inter ſe æquales.

3. Si connectantur ſimul rectis lineis puncta, in quibus coeunt lineæ diverſarum partium, dictæ lineæ connectentes puncta prædicta eſſe debent in directum.

Cognitis omnibus partibus in profilis, & in plantis exiſtentibus, ſtatutiſque axiomatibus ad orthographiam, & Ichnographiam ſpectantibus indagandæ erunt linearum, planorumque, & inſuper corporum quantitates.

Spatium comprehendens antemuralis, & foſſæ latitudinem invenire in munimento ſimplici quadrato.

Prop. I. Probl.

DEſcribatur propoſitum munimentum, in quo DC, vel AK ſit facies, DE, vel KL ala propugnaculi, LE cortina, CF, vel AF linea defenſionis ſtringentis, quæ niſi cadat in medium cortinæ producenda eſt uſque ad lineam FB (perpendicularem ipſi LE, quam bifariam dividit in puncto F) ejuſque quantitas invenienda, ut ſuo loco dictum eſt, deinde bifariam dividatur facies AK in puncto I, à quo ad punctum C ducatur recta IC ſecans rectam BH in puncto H, à quo ducatur recta HM parallela ipſi FC, ad quam à puncto H ducatur recta HG ipſi perpendicularis, quæ determinabit latitudinem foſſæ & antemuralis ſimul reſpondentem faciei, recta vero HF determinabit latitudinem ſpatij prædicti, medietati cortinæ reſpondentem: His præmiſſis ſupponatur Munimentum eſſe quadratum, deinde conſideretur triangulum IFC, in quo notum eſt latus FC ſuo loco inventum pedum 488.4.6.4, à quibus ablatis pedibus 120 medietatis faciei AI latus IF prodibit pedum 368.4.6.4, angulus vero IFC notus fiet ſubducendo à grad: 180 angulos DFE, AFL, quorum unuſquisque continet grad: 15, cum ſit angulus defenſionis interior, & invenietur prædictus Figura 1.

 dictus

dictus angulus I F C grad: 150, quare ut angulus I C F innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum I F, F C pedum 856.9.2.8 ad eorum differentiam pedum 120.0.0.0, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum F I C, F C I grad: 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 3752, cui in canone tangentium reſpondent grad: 2.9, quibus ablatis à gr: 15 ſemiſummæ conſurget angulus I C F grad: 12.51, quo habito conſiderandum eſt triangulum C H F, in quo ut angulus C F H innoteſcat, ſubducendus eſt angulus defenſionis interior D F E grad: 15 ab angulo recto E F H, & invenietur grad: 75, quibus additis grad: 12.51 ſumma erit grad: 87.51, quibus ablatis à grad: 180, remanebit angulus F H C gr: 92.9 ſic noti erunt omnes anguli, notumque eſt latus F C, ut ſupra dictum eſt, quare ut latus H F innoteſcat, fiat ut 99929 ſinus anguli F H C grad: 92.9 ad latus F C pedum 488.4.6.4, ita 22239 ſinus anguli H C F grad: 12.51 ad latus H F, quod invenietur pedum 108.7.0.6, tantaque erit latitudo ſpatij quæſiti reſpondens medietati cortinæ, ut vero recta H G nota fiat, conſiderandum eſt triangulum H F G, in quo notus eſt angulus rectus H G F, angulus H F G inventus grad: 75, & per conſequens angulus F H G grad: 15, notumque eſt latus H F inventum pedum 108.7.0.9, quare ut latus H G innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus H F pedum 108.7.0.6, ita 96592 ſinus anguli H F G grad. 75 ad latus H G, quod invenietur pedum 105.0.0.1, tantaque erit quantitas ſpatij comprehendentis latitudinem antemuralis, & foſſæ ſimul reſpondentem faciei, cui exterius addi poterit via tecta.

Spatium comprehendens antemuralis, foſſæ, & viæ tectæ latitudinem in munimento ſimplici exagono invenire.

Prop. II. Probl.

Figura 1. OMnibus præmiſſis ut ſupra quoad conſtructionem ſupponatur polygonum eſſe exagonum erit linea defenſionis ſtringentis C F pedum 499.7.7.3, & angulus defenſionis interior D F E erit grad: 22.30, recta quæ I F invenietur, modo in antecedenti propoſitione dicto, ped: 379.7.7.3, & angulus I F C grad: 135, quare ut angulus F C I innoteſcat, fiat ut Aggregatum duorum laterum I F,

F C

Digitized by Google

F C pedum 879.5.4.6 ad eorum differentiam pedum 120.0.0.0, ita 4142 1 tangens ſemiſummæ angulorum F I C, F C I ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 5651, cui in canone tangentium reſpondent grad. 3.14, quibus ſublatis à grad: 22 30 ſemiſummæ conſurget angulus F C H grad: 19.16, quo habito conſiderandum eſt triangulum H C F, in quo angulus H F C invenietur grad: 67.30, quibus additis grad: 19.16 anguli H C F ſumma erit gr: 86.46, quibus ſublatis à grad: 180, remanebit angulus F H C grad: 93.14, ut vero latus H F innoteſcat, fiat ut 998.0 ſinus anguli F H C grad: 93.14 ad latus F C pedum 499.7.7.3, ita 32996 ſinus anguli F C H grad: 19.16 ad latus F H, quod invenietur pedum 165.1.6.9, quo habito ut latus H G notus fiat, conſiderandum eſt triangulum rectangulum H F G, in quo notus eſt angulus rectus H G F, angulusque H F G inventus modo ſuperius dicto grad: 67.30, & per conſequens angulus F H G, quare ut latus H G conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus H F pedum 165.1.6.9, ita 92387 ſinus anguli H F G grad: 67.30 ad latus H G, quod invenietur ped: 152. 5.9.4, & ſic inventa erit quantitas ſpatij quæſiti in exagono reſpondens tam medietati cortinæ, quam faciei

Spatium comprehendens marginem, & latitudinem foſſæ, nec non viæ tectæ in dodecagono ſimplici invenire.

Prop. III. Probl.

DEſcribatur munimentum dodecagonum, in quo linea defenſionis ſtringentis C F erit pedum 517.1.2.8, & angulus defenſionis interior D F E grad: 30, ductiſque rectis I C, H F, H G, ut ſupra, invenietur recta I F pedum 397.1.2.8, & angulus I F C gr: 120, quare ut angulus F C I innoteſcat, fiat ut Aggregatum duorum laterum I F, F C pedum 914. 2. 5. 6 ad eorum differentiam pedum 120.0.0.0, ita 57735 tangens ſemiſummæ angulorum F I C, F C I ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 7577, cui in canone tangentium reſpondent grad: 4.20, quibus ablatis à grad: 30 ſemiſummæ, conſurget angulus F C I grad: 25.40, quo habito conſiderandum eſt triangulum H F C, in quo angulus H F C invenietur grad: 60, quibus additis grad: 25.40 ſumma erit gr: 85.40, Figura II

 qui-

Digitized by Google

quibus ablatis à gradibus 180, conſurget angulus F H C gr. 94. 20, quare ut latus H F innoteſcat, fiat ut 99714 ſinus anguli F H C graduum 94. 20 ad latus F C pedum 517.1.2.8, ita 43313 ſinus anguli F C H grad: 25.40 ad latus H F, quod invenietur pedum 224.6.2.6, quo invento, ut latus H G notum fiat conſiderandum eſt triangulum H F G, in quo notus eſt angulus rectus H G F, angulusque H F G inventus grad: 60, quare ut latus H G innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus H F pedum 224.6.2.6, ita 86602 ſinus anguli H F G grad: 60 ad latus H G, quod invenietur pedum 194.5.3.0, & ſic nota erit quantitas ſpatij quæſiti in munimento dodecagono.

Annotatio.

IN munimentis itaque ſimplicibus, vel habentibus alas in cortina, linea à medietate faciei unius propugnaculi ad terminum facierum propugnaculi oppoſiti ducta, interſecans perpendicularem ſuper medietate cortinæ excitatam, terminum deſſignabit illius intervalli, quod, vel antemurale, foſſam, & viam tectam, vel foſſam cum antemurale, vel foſſam cum via tecta ſolummodo comprehendet; hinc animadvertendum eſt, quod ſi ſpatium prædictum, hoc modo determinatum, continere non poſſet latitudinem antemuralis, foſſæ, & viæ tectæ augendum eſſet, poterit enim majus fieri invento per ratiocinium triangulorum at non minus, alias hoſtes à lorica exteriori, & premunitionibus tegerentur, nam ſi punctum H intra triangulum I H F caderet, recta H M rectam I C interſecaret. Non diſſimilis erit in munimentis duplicibus, & triplicibus, vel ſine alis in cortina, licet cum aliqua differentia, operatio, quam infra demonſtrabimus.

In munimento duplici, & triplici quadrato ſpatium, comprehendens foſſæ, & viæ tectæ latitudinem, invenire.

Prop. IV. Probl.

Figura II. DEſcribatur munimentum quadratum duplex, vel triplex in quo recta G C, vel A N ſit facies comprehenſo etiam humero, A K, vel C O linea defenſionis, G O K angulus defenſionis interior;

rior;

rior; his poſitis in recta N A abſcindatur recta N R, quæ ſit dupla ipſius N Q, à cujus termino R, vel à termino ſupremæ plateæ, ſi ala habuerit tres plateas, ad punctum C ducatur recta R C ſecans rectam E B, perpendicularem rectæ P I, in puncto E, à quo ducatur recta E D parallela ipſi O C, & E F perpendicularis ipſi O C, quæ determinabit latitudinem foſſæ, & viæ tectæ ſimul. His peractis ut linea M K nota fiat conſideretur triangulum G M K, quod erit iſoſceles, ſi enim à duobus terminis alarum N, & G ducatur recta N G erit parallela ipſi O K, cum duæ alæ N O, G K ſint inter ſe æquales, & parallelæ, ideoque duo anguli N G O, G O K erunt inter ſe æquales, angulus autem N K O, ſeu M K O erit æqualis angulo G O K erit igitur etiam æqualis angulo N G O, quare etiam angulus M G K erit æqualis angulo M K G, & ſic triangulum erit iſoſceles, duoque latera O M, M K, & N M, M G erunt inter ſe æqualia, quare etiam latus N M erit æquale lateri M K, ideoque latus N K erit duplo majus latere M K, cum autem recta Q K inventa ſit ſuo loco pedum 434.8.1.3, & recta Q N ped:62.1.1.6, cujus duplum R N erit pedum 124.2.3.2, ſi à tota R K auferatur recta R N, remanebit recta N K ped:310.5.8.1, cujus dimidium erit quantitas rectę M K pedum 155.2.9.0, quibus ablatis à pedibus 742.9.8.8 rectæ A K inventæ ſuo loco, remanebit recta A M, ſeu C M pedum 587.6 9.8, & quia recta A Q inventa eſt pedum 308.1.7.5, ſi ab ipſa auferantur pedes 62.1.1.6 rectæ R Q, remanebit recta A R pedum 249.0.5.9, quibus ablatis à pedibus 587.6.9.8, remanebit recta R M pedũ 341.6.3.9, qua habita ut angulus R C M notus fiat conſiderandum eſt triangulum R C M, in quo cum nota ſint duo latera R M, M C, ut angulus R C M innoteſcat, fiat ut Aggregatum duorum laterum R M, M C pedum 929.3.3.7 ad eorum differentiam ped:246.0.5.9, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum M R C, M C R ad tangentẽ differentiæ eorumdem, quæ invenietur 7094, cui in canone tangentium reſpondent grad:4.3, quibus ablatis à gradibus 15 ſemiſummæ, remanebunt grad:10.57 pro angulo M C R, quo habito ut latus E M notus fiat conſiderandum eſt triangulum E M C, in quo notus eſt præter angulum E C M, etiam angulus C M E grad:75, cum ſit complementum anguli N G M grad:15 ad quadrantem, & per conſequens notus erit etiam angulus M E C grad:94.3, notumque eſt latus M C pedum 587.6.9.8. quare ut latus E M innoteſcat, fiat ut 99750 ſinus anguli

M E C grad: 94. 3 ad latus M C, ita 18995 ſinus anguli M C E grad: 10. 57 ad latus M E, quod invenietur pedum 102. 8. 9. 0, quo habito ut latus E F notum fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum E M F, in quo præter angulum rectum notus eſt angulus E M F grad. 75, & per conſequens angulus M E F grad. 15, notaque eſt inventa hypothenuſa M E, quare ut latus E F innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam E M pedum 102. 8. 9. 0, ita 96592 ſinus anguli F M E grad: 75 ad latus E F, quod invenietur ped: 99. 3. 8. 3, & hoc erit intervallum comprehendens latitudinem foſſæ, & viæ tectæ ſimul reſpondens faciei, quo invento, ut latus M L notum fiat conſiderandum eſt triangulum K M L, in quo cum noti ſint anguli, ut ex dictis patet, notaque ſit hypothenuſa M K inventa pedum 155. 2. 9. 0, ut latus M L conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam M K pedum 155. 2. 9. 0, ita 25881 ſinus anguli M K L grad: 15 ad latus M L, quod invenietur ped: 40. 1. 9. 0, quibus additis pedibus 102. 8. 9. 0, tota L E conſurget pedum 143. 0. 8. 0, quæ determinabit latitudinem foſſæ, & viæ tectæ ſimul reſpondentem medietati faciei.

In munimento duplici, vel triplici exagono ſpatium comprehendens foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire.

Prop. V. Probl.

DEſcribatur munimentum exagonum, in quo linea defenſionis A K, vel C O ſit pedum 755. 8. 0. 7 recta A Q ped. 301. 2. 0. 4 recta Q K pedum 454. 6. 0. 3, rectaque Q N, ſeu R Q, pedum 64. 9. 4. 3 alibi inventæ; his poſitis à pedibus 454 6. 0. 3 rectæ Q K auferantur pedes 64. 9. 4. 3, & remanebit recta N K ped: 389. 6. 6. 0, cujus dimidium erit quantitas rectæ M K, ped. 194. 8. 3. 0, quibus ablatis à pedibus 755. 8. 0. 7 rectæ A K, remanebit recta A M pedum 560. 9 7. 7, cui æqualis erit recta C M, rectæ vero N M pedum 194. 8. 3. 0 addita recta R N pedum 129. 8 8. 6 recta R M conſurget pedum 324. 7. 1 6, qua inventa conſiderandum eſt triangulum R M C, in quo, cum nota ſint duo latera R M, M C, & angulus R M C inventus ſit eo modo, quo in antecedenti prop: gr. 135, ut angulus M C R innoteſcat, fiat ut Aggregatum duorum notorum laterum pedum 885. 6. 9. 3 ad eorum differentiam pedum

236.

236.2.6.1 , ita 41421 tangens ſemiſummæ angulorum MRC, MCR ad tangentem differentiæ eorumdem , quæ invenietur 11049,cui in canone tangentium reſpondent grad: 6. 18 , quibus ablatis à grad:22.30 ſemiſummæ conſurget angulus MCR grad. 15.12, quo habito,ut latus EM notum fiat, conſiderandum eſt triangulum EMC,in quo invenietur, modo ſuperius dicto,angulus EMC grad:67.30 , & per conſequens angulus MEC grad: 97.18, quare ut latus EM innoteſcat, fiat ut 99189 ſinus anguli MEC grad: 97.18 ad latus MC ped. 560.9.7.7, ita 26218 ſinus anguli MEC grad:15.12 ad latus EM, quod invenietur pedum 148.2.7.9, quo habito ut latus EF notum fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum EMF, in quo, cum noti ſint anguli, ut conſideranti patebit, notaque ſit hypothenuſa EM, ut latus EF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam EM pedum 148.2.7.9, ita 92387 ſinus anguli EMF grad:67.30 ad latus EF, quod invenietur pedum 136.9.9.0, tantaque erit latitudo foſſæ & viæ tectæ ſimul reſpondens faciei,qua cognita ut latus ML notum fiat conſiderandum eſt triangulum LMK, in quo, cum noti ſint anguli, notaque ſit hypothenuſa KM, ut latus ML innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam MK pedũ 194.8.3.0, ita 38268 ſinus anguli MKL grad: 22. 30 ad latus ML, quod invenietur pedum 74. 5.5.7, quibus additis pedibus 148.2.7.9 rectæ EM, tota EL conſurget pedum 222.8.3.6, tantaque erit latitudo foſſæ, & viæ tectæ ſimul reſpondens medietati cortinæ.

In munimento duplici, vel triplici dodecagono ſpatium comprehendens foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire.

Prop. VI. Probl.

DEſcribatur munimentum dodecagonum,in quo linea defenſionis AK, vel CO ſit pedum 763.0.1.9, recta AQ pedum 278.0.4.5, rectaQK pedum 484.9.7.1, rectaque QN pedum 69. 2.8.2 ſuo loco inventæ; his poſitis à pedibus 484.9.7.1 rectæ QK auferantur pedes 69.2.8.2 rectæ QN, & remanebit recta NK pedum 415.6.8.9, cujus dimidium erit quantitas rectæ MK,ſeu NM pedum 207.8.4.4, quibus ablatis à pedibus 763.0.1.6 rectæ AK Figura II.

conſurget recta A M pedum 555.1.7.5, additisque pedibus 138.5.6.4 rectæ R N prædictis pedibus 207.8.4.4 rectæ N M, tota R M prodibit pedum 346.4.0.8, qua cognita ut angulus R C M notus fiat conſiderandum eſt triangulum R M C, in quo cum nota ſint duo latera R M, M C, notusque ſit angulus R M C, modo ſuperius dicto inventus, pedum 120, ut angulus R C M innoteſcat, fiat ut Aggregatum duorum laterum notorum pedũ 901.5.8.3 ad eorum differentiam pedum 208.7.6.7, ita 57735 tangens ſemiſummæ angulorum M R C, M C R ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 13368, cui in canone tangentium reſpondent gr: 7.37, quibus ablatis à gradibus 30 ſemiſummæ conſurget angulus M C R grad: 22.23, quo habito, ut rectæ M E quantitas reperiatur conſiderandum eſt triangulum E M C, in quo angulus E M C invenietur grad: 60, quibus additis gradibus 22. 23 anguli M C E ſumma erit grad: 82.23, quibus ablatis à grad: 180, conſurget angulus M E C grad. 97.37, quo cognito, ut latus E M innoteſcat, fiat ut 99117 ſinus anguli M E C grad. 97.37 ad latus M C pedum 555.1.7.5, ita 38080 ſinus anguli M C E grad: 22.23 ad latus M E, quod invenietur 213.2.9.4, quo in vento ut recta E F nota fiat, conſiderandum eſt triangulum E M F, in quo, cum noti ſint anguli ut conſideranti patebit, notaque ſit hypothenuſa E M pedũ 213.2.9.4, ut latus E F conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam E M pedum 213.2.9.4, ita 86602 ſinus anguli E M F gr: 60 ad latus E F, quod invenietur pedum 184.7 1.6, tantaque erit latitudo foſſæ, & viæ tectæ ſimul reſpondens faciei, ut vero latus M L reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam M K pedum 207.8.4.4, ita 50000 ſinus anguli M K L grad: 30 ad latus M L, quod invenietur pedum 103.9.2.2, quibus additis pedibus 213.2.9.4 rectæ E M, tota E L prodibit pedum 213.2.9.4.

Alio modo in munimentis ſimplicibus ſpatium comprehendens antemurulis foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire.

Prop. VII. Probl.

Figura I. DEſcribatur propoſitum munimentum ut in antecedentibus propoſitionibus, deinde à puncto K termino communi alæ

&

& faciei, ducatur recta K R parallela lineæ defenſionis ſtringentis F C interſecans rectā B N perpendicularem cortinæ, in puncto N, eritque prædictum punctum terminum intervalli continentis antemurale, foſſę latitudinem, & viam tectam, cujus menſura ante medietatem cortinæ erit recta N F, quæ erit dupla alæ K L, ſi enim à puncto L ducatur recta L O parallela ipſis F C, K R, quæ terminetur à recta N F in puncto O, duo triangula O L F, K L F erunt æquiangula, in quibus latus L F erit commune, quare latus O F erit æquale lateri K L, cumque duæ rectæ L O, K N ſint parallelæ, nec non duæ rectæ K L, N O, recta N O erit æqualis rectæ K L per prop. 33 lib. pri: Eucl: ideoque recta N F erit dupla ipſius K L, quæ, ſi polygonum erit quadratum, continebit pedes 128.6.1.0, qua cognita ut recta N Q nota fiat conſiderandum eſt triangulum N F Q, in quo noti erunt anguli, cum ſint æquales angulis trianguli H F G, inventis in prop. 1 hujus lib: quare ut latus N Q innoteſcat fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam N F pedum 128.6.1.0, ita 96592 ſinus anguli N F Q grad: 75 ad latus N Q, quod invenietur pedum 124. 2.2.6, ſic procedendo in omnibus polygonis inveniri poterit ſpatium prædictum.

Annotatio.

SI modo dicto in antecedenti propoſitione ducatur recta K R, ala propugnaculi K L totum prædictum intervallum reſpiciet, quod non continget ſi ſpatium H F, modo dicto in tribus primis propoſitionibus inveniatur, ſi enim producatur recta M H uſque ad punctum P, in ala K L exiſtens, abſcindet rectam P K, quæ ultra rectam M P remaneret, & ſic ſola pars P L totum intervallum prædictum reſpiceret; at quia mediante methodo antecedentis problematis foſſa nimis ampla fieret in aliquibus caſibus, tunc adhibendus erit primus modus, & hoc ſemper animadvertendum erit, quod niſi ala propugnaculi detegere poſſet totum ſpatium intervallum, & loricam exteriorem incluſum, debet ſaltem terminum faciei reſpicere ut totam faciem oppoſiti propugnaculi defendere poſſit. Figura I.

***

Latitudinem foſſæ determinare in munimentis ſimplicibus.

Prop. VIII. Probl.

Figura III.

CUm, per axioma 5 hujus libri, loricæ altitudo interior p n continere debeat pedes 6, & per axioma 13 hujus libri profunditas foſſæ O H ad minimum pedes 10, cujus menſura ſit recta n R, producta recta p n, totaque p R continebit pedes 16, ſupponatur vero quod latitudo baſis loricæ x G ſit minima nempe pedum 12, acclivitas exterior r G pedum 2, & acclivitas interior x n unius pedis, ſi à tota x G auferantur duæ rectę x n, r G remanebit recta n r pedum 9, cui æqualis, & parallela erit latitudo ſuperior loricæ e g per axioma 10 hujus libri, quare recta e f erit æqualis altitudini exteriori loricæ g h nempe pedum 4, quibus ablatis à pedibus 6 rectæ p n, remanebit recta p m pedum 2, quare in triangulo rectangulo d e g nota erunt duo latera d e, e g circa angulum rectum d e g. His poſitis producatur recta I H, quæ repræſentat latitudinem inferiorem foſſæ, quousque cum recta p R coeat in puncto R, efficiantque angulum rectum p R I, producaturque inclinatio loricæ p q quousque tangat rectam R I in puncto T, & ſic constructum erit triangulum æquiangulum triangulo p m q, cum duæ rectæ m q, R T ſint inter ſe parallelæ, triangulaque ſint rectangula, quare ut latus R T innoteſcat, fiat ut latus p m pedum 2 ad latus p R pedum 16, ita latus m q pedum 9 ad latus R T, quod invenietur pedum 72, cui æqualis ſtatui poterit latitudo ſuperior foſſæ P K ut recta p T intra foſſam cadat, & hęc erit minima foſſæ latitudo. Ut vero maxima foſſæ latitudo reperiatur, ſupponatur, quod baſis loricæ x G ſit pedum 24, erit latitudo ſuperior m q pedum 21, quare ut recta R T conſurgat fiat ut latus p m pedum 2 ad latus m q pedum 21, ita latus p R pedum 16 ad latus R T, quod invenietur pedum 168, cui æqualis ſtatuatur maxima foſſæ latitudo P K, quę correſpondere debebit maximo polygono, nempe dodecagono. Differentia itaque inter maximam, & minimam latitudinem erit pedum 96, cum autem à quadrato ad dodecagonum numerentur 8 polygona ſi dividatur numerus 89 per 8 quotiens erit pedum 12, totidemque pedes addendi erunt latitudini foſſæ quadrati

drati

drati ut fiat latitudo foſſæ pentagoni, & ſic deinceps uſque ad dodecagonum.

Annotatio.

TAli pacto latitudo foſſæ determinari poterit in munimentis ſimplicibus, quæ reſpondebit latitudini poſitæ in tabulis Adami Freytag, at in munimentis duplicibus, vel triplicibus, in quibus non extat antemurale, ab intervallo in prop. 4. 5. 6 hujus libri invento ſi abſcindatur via tecta, quæ non ſit minor pedum 12 latitudo foſſæ prodibit, quæ tamen alterari poterit habita ratione ad altitudinem valli ut ſuo loco apparebit.

Data latitudine foſſæ, latitudinem loricæ invenire alicujus munimenti ſimplicis exiſtentis inter quadratum, & dodecagonum.

Prop. IX. Probl.

SUpponatur, quod polygonum ſit exagonum latitudo foſſæ ſit pedū 96, cui ęqualis ſtatuatur recta RT parallela ipſis x K, & m q, productis prius rectis H I, p n quouſq; concurrant in puncto R, deinde ducta recta p T, connectens duo puncta p, & T, conſiderentur duo triangula rectangula p R T, p m q, quæ erunt ſimilia propter parallelas prædictas, cumque latus p R notum ſit pedum 16, compoſitum eſt enim ex altitudine loricę pedum 6, & profunditate foſſæ ped: 10, notum ſit latus R T ex hypotheſi pedum 96, nec non latus m p pedum 2, cum ſit differerentia inter altitudinem interiorem loricæ ped: 6, & altitudinem exteriorem pedum 4, ut latus m q innoteſcat, fiat ut latus p R pedum 16 ad latus p m pedum 2, ita latus T R pedum 96 ad latus m q, quod invenietur pedum 12, tantaque erit latitudo ſuperior loricæ, cui cum ſit æqualis recta n r ſi ipſi addatur acclivitas interior x n unius pedis, & acclivitas exterior r G pedum 2, conſurget baſis loricæ x G pedum 15. Fugra III.

Digitized by Google

Viam tectam in munimentis ſimplicibus inveniri.

Prop. X. Probl.

Figura I. PRo via tecta invenienda in munimentis ſimplicibus ratio habenda eſt ad intervallum HG, vel NQ primæ figuræ. Supponatur itaque intervallum HG eſſe pedum 152 abjectis factionibus, ut inventum eſt in propoſitione 2 hujus libri, & latitudinem loricæ inferioris eſſe pedum 15, ut inventa eſt in propoſitione antecedenti, quibus ablatis à pedibus 152 reſiduum erit pedum 137, à quibus ablata latitudine foſſæ quæ ponatur pedum 96 ut eſſe debet in exagono, remanebunt pedes 41, à quibus ablatis pedibus 6 marginis foſſę, reſidum erit pedum 35, cujus dimidium continebit pedes $17\frac{1}{2}$, à quibus ablatis pedibus 3 ſcabelli reſiduum erit pedum $14\frac{1}{2}$, quod cum ſuperet ped: 12 ſtatui poterit pro latitudine viæ tectæ poſt vallum, & alterum dimidium determinabit viam tectam poſt foſſam unà cum ſcabello loricæ exterioris, & ſic prædictum intervallū pedum 152 continebit latitudinem antemuralis, foſſæ & viæ tectæ ſimul, quod non continget, ſi poſito munimento quadrato, ſpatium HG primæ figurę continebit pedes 105, & latitudo inferior loricæ erit pedum 12, quibus additis pedibus 72 latitudinis foſſæ inventę in prop: 8 hujus libris, & pedibus 6 marginis foſſæ ſumma erit pedum 90, quibus ablatis à pedibus 105 reſiduum erit pedum 15, à quibus ablatis pedibus 3 ſcabelli remanebunt pedes 12, cumque totidem pedes continere debeat minima viæ tectæ latitudo, recta HM, figurę primæ, foſſam terminabit, quare intervallo HG addendi erunt pedes 15 pro via tecta poſt foſſam, & ſcabello loricæ exterioris; at ſi, poſito munimento dodecagono, ſpatium HG erit pedum 194 prædictum munimentum habere non poterit antemurale, cum enim latitudo foſſæ maxima inventa ſit in prop:8 hujus libri pedum 168, ſi auferantur à pedibus 194, remanebunt pedes 26, à quibus ſi auferantur pedes 6 marginis foſſæ, remanebunt pedes 20, quare prædictum intervallum GH continebit ſolummodo latitudinem foſſæ & viæ tectæ poſt foſſam, ideoque ampliandum erit ut omnes partes continere poſſit; ſemper autem ſpatium NQ primæ figuræ continebit antemura-

muralis, foſſæ, & viæ tectæ latitudinem poſito enim munimento quadrato, inventum eſt in prop: 7 hujus libri pedum 128 abjectis fractionibus, à quibus ſi auferantur pedes 72 latitudinis foſſæ, ped: 6 marginis, & ped: 12 baſis loricæ inferioris, nempe pedes 90, reſiduum erit ped: 34, cujus dimidium erit pedum 17, à quibus ablatis pedibus 3 ſcabelli, prodibit latitudo viæ tectæ ped: 14, & alterum dimidium continebit latitudinem viæ tectæ poſt foſſam cum ſcabello loricæ exterioris, quod etiam in alijs polygonis invenietur.

In munimentis vero non habentibus antemurale ab intervallo E F ſecundæ figuræ abſcindere opportebit latitudinem viæ tectæ, quæ non ſit minor pedum 12, & remanebit latitudo foſſæ. Figura II.

Concluſio.

PRo determinanda igitur latitudine viæ tectæ in munimentis ſimplicibus ſtatuere prius opportebit intervallum K Q, vel K G, quod ſi omnes partes munimenti poſt vallum exiſtentes continere non poterit, ulterius augendum erit; deinde latitudo foſſæ indaganda, quæ ſi erit vel maxima, vel minima, mediante maxima, vel minima latitudine inferiore loricæ per ratiocinium triang: reperietur, intermediæ vero per additionem continuam ped: 12 prodibunt, quæ tamen alterari poterunt nihil enim intereſt quod foſſæ latitudo paulò major, vel paulò minor ſit, qua mediante per ratiocinium triangulorum latitudinem loricæ in quolibet munimento inter quadratum, & dodecagonum unusquisque inveniet; quibus inventis latitudo viæ tectæ prodibit, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, quę tamen alterari poterit ſufficit enim, quod non ſit minor ped: 12, neque major ped 24.

Annotatio.

ALtitudinem valli in triplici eſſe differentia comperimus, eſt enim vel minima, vel media, vel maxima; Minimam altitudinem valli habere dicuntur munimenta, in quibus producta linea plani

plani inclinati loricæ ſuperioris eadem ad medietatem plani horizontalis foſſæ pervenit, vel terminatur à puncto intra prædictam medietatem exiſtentem; mediam, quando ex lorica valli vulnerari poteſt in medietate corporis homo exiſtens ſuper medietate plani horizontalis foſſæ, vel linea prædicta extenditur ultra medietatem prædictam, ſed ad loricam exteriorem non pervenit; maximam, quando vulnerari poteſt in ſumitate capitis homo ſuper medietate ejuſdem plani exiſtens, vel linea ſupradicta à lorica exteriore terminatur; quibus præmiſſis ad altitudinem valli indagandam pergemus.

Altitudinem valli invenire.

Prop. XI. Probl.

Figura III. POſito munimento quadrato, latitudo ſuperior foſſæ P K, erit pedum 72, ejusque dimidium P V pedum 36, quibus additis pedibus 6 marginis P G, ped: 12 latitudinis inferioris loricæ x G, ped. 3. ſcabelli F x, & ped: 12 viæ tectæ E F, tota V E erit ped: 69, qua cognita producatur recta h i parallela ipſi ω V uſque in Y, ita ut fiat triangulum rectangulum ſimile triangulo d e g, ſitque latus e g pedum 9, quanta eſſe debet latitudo ſuperior loricæ, & latus d e pedum 2, latus vero g h trianguli g h Y ſit pedum 4, quanta eſſe debet altitudo loricæ exterior, quibus cognitis, ut latus h Y innoteſcat, fiat ut latus d e pedum 2 ad latus e g pedum 9, ita latus g h pedum 4 ad latus h Y, quod invenietur pedum 18, cum autem duo triangula g h i, g ω E ſint æquiangula propter parallelas h i ω E, eademque ratione etiam duo triangula g i Y, g E V ut ſe habebit latus Y i ad latus g h, ita ſe habebit latus V E ad latus ω g; ut igitur recta g ω innoteſcat, à tota h Y pedum 18 ſubducatur latus h i pedum 2, & remanebit recta i Y pedum 16, deinde, fiat ut latus i Y pedum 16 ad latus g h pedum 4, ita latus V E pedum 96 ad latus ω g, quod invenietur pedum 17 abjectis fractionibus, à qui-

bus

bus ablatis pedibus 4 rectæ h g, remanebit altitudo valli pedum 13, tantaque erit altitudo minima in quadrato, quę tamen ſolet etiam fieri pedum 12, cumque altitudo hominis ſtaturæ mediocris ponatur pedum 6, ut altitudo media conſurgat, altitudini minimæ addantur pedes 3, & ut maxima reperiatur, altitudini minimæ addantur pedes 6. Tali methodo in omnibus polygonis inveniri poterit altitudo valli.

Baſim loricæ exterioris invenire.

Prop. XII. Probl.

SIt latitudo valli fS pedum 12, quibus additis pedibus 6 altitudinis loricæ f d, tota d S erit pedum 18, à cujus termino d per punctum X terminum altitudinis loricæ exterioris ducatur recta d L, quæ terminetur à linea plani horizontalis, & à puncto X ducatur recta X Æ parallela lineæ plani horizontalis, quę terminetur à recta d S, & constructa erunt duo triangula rectangula, & æquiangula, nempe X u L, & d Æ X, in quo latus Æ X erit pedum 138, cum ſit æquale lineæ S u, cujus partes in unam ſummam collectæ efficiunt pedes 138, latus autem d Æ invenietur pedum 12 ſubducendo à recta d S pedum 18 rectam Æ S æqualem rectæ X u pedum 6, cum ſit altitudo loricæ exterioris, quare ut latus u L reperiatur, fiat ut latus d Æ pedum 12 ad latus Æ X pedum 138, ita latus X u pedum 6 ad latus u L, quod invenietur pedum 69, tantaque erit baſis loricæ exterioris quantitas. Figura III.

Minimam loricæ altitudinem exteriorem invenire.

Prop. XIII. Probl.

CUm latitudo loricæ inferior eſſe ſoleat maxima pedum 24, ut ſuperius dictum eſt, ſi ab ipſis auferantur pedes 2 acclivitatis exterioris, & pes unus acclivitatis interioris, remanebit latitudo ſuperior, eritque ped: 21, qua cognita fiat triangulũ G i e ęquiangulum triangulo d e g tertiæ figuræ, in quo latus i e ſit pedum 21, deinde ut latus G i innoteſcat, fiat ut latus e g trianguli d e g tertiæ Figura IV. & III.

figuræ pedum 9 ad latus de ejusdem trianguli pedum 2, ita latus i e trianguli G i e quartæ figuræ ad latus G i, quod invenietur pedum 4$\frac{1}{2}$ vel abjectis fractionibus ped: 4, quibus ablatis à pedibus 6 rectæ G m, remanebit recta i m pedum 2, cui æqualis eſt recta e P, ſeu altitudo inferior loricæ.

In munimentis duplicibus, vel triplicibus data latitudine loricæ, nec non intervalli comprehendentis foſſam, & viam tectam, maximam altitudinem valli invenire.

Prop. XIV. Probl.

Figura IV. SUppoſito munimento quadrato ſit latitudo ſuperior loricę H F pedum 9, recta vero B D contineat latitudinem foſſæ, ejus marginis, viæ rectæ, ſcabelli, & acclivitatis interioris loricæ exterioris, cumque intervallum, comprehendens marginem latitudinem foſſæ, viam tectam, & ſcabellum, inventum ſit in prop: 4 hujus libri ped: 99 abjectis fractionibus, addito pede uno acclivitatis loricæ exterioris, tota B D erit pedum 100, ſitque R D altitudo loricæ exterioris pedum 6, à cujus termino R ducatur recta R L parallela ipſi B D interſecans rectam F B in puncto N, à quo ducatur recta N O perpendicularis ipſi O D, quæ erit parallela, & æqualis ipſi R D, & etiam parallela ipſi F P, & factum erit triangulum rectangulum N O B ſimile triangulo F P Q, quare, ut O B innoteſcat, fiat ut latus F P pedum 4 (cum ſit altitudo exterior loricæ) ad latus P Q pedum 2, ita latus N O pedum 6 ad latus O B, quod invenietur pedum 3, quibus additis pedibus 106 rectæ D B, tota D O erit pedum 103, his peractis producatur recta m Q, quouſque tangat rectam G R, à qua terminetur in puncto S, & factum erit triangulum rectangulum F P S ſimile triangulo G H F propter duas parallelas H F, m S, quare ut latus P S conſurgat, fiat ut latus G H pedum 2 ad latus F P pedum 4, ita latus H F pedum 9 ad latus P S, quod invenietur pedum 18, à quibus ablatis pedibus 2 rectę Q P, remanebit recta Q S pedum 16, qua cognita, cum duo triangula F Q S, F N R ſint æquiangula propter duas parallelas Q S, N R, eademque ratione etiam duo triangula F P Q, F L N, ut latus F L innoteſcat, fiat ut latus S Q pedum 16 ad latus F P pedum 4, ita latus

latus R N pedum 103 ad latus F L, quod invenietur pedum, 25¼, quibus additis pedibus 6 rectæ L M æqualis ipſi N O, tota F M conſurget pedum 31 abjectis fractionibus, quibus ablatis pedibus 4 rectæ F P, remanebit altitudo valli P M pedum 27, quæ cum ſit valde ampla diminui poterit, quo caſu recta G F producta, intra loricam exteriorem terminabit.

Supponatur ſecundò latitudinem loricæ ſuperiorem H F eſſe pedum 12, deinde ut latus P S innoteſcat, fiat ut latus G H pedum 2 ad latus F P pedum 4, ita latus H F pedum 12 ad latus P S, quod invenietur pedum 24, à quibus ablatis pedibus 2 rectæ P Q, remanebit recta Q S pedum 22, qua cognita ut latus L F conſurgat, fiat ut latus S Q pedum 22 ad latus F P pedum 4, ita latus R N pedum 103 ad latus F L, quod invenietur pedum 18, quibus additis pedibus 6 rectæ L M, tota F M erit pedum 24, à quibus ablatis pedibus 4 rectæ F P, remanebit altitudo valli P M pedum 20, quæ erit ſatis ampla, at ſi latitudo ſuperior loricæ ſtatueretur pedum 21 altitudo valli eſſet nimis parva, ut per ratiocinium triangulorum cognoſci poteſt. Sic procedendo in omni munimento inveniri poterit altitudo valli habita ratione ad latitudinem foſſæ, & viæ tectæ, nec non ad latitudinem loricæ, quæ in eodem munimento varia eſſe poterit.

Data latitudine loricæ, differentiam inter altitudinem ſuperioris, & inferioris plateæ invenire.

Prop. XV. Probl.

Supponatur latitudinem loricæ inferiorem eſſe pedum 23 abſque acclivitate interiore, quibus ablatis à pedibus 60 latitudinis plateæ inferioris, remanebit ſpatium D H comprehendens ambulacrum dictæ plateæ, & acclivitatem plateæ ſuperioris, acclivitatemque interiorem loricæ, quod erit pedum 37, cui æqualis ducatur recta Q P parallela & æqualis ipſi F G, & etiam parallela rectæ C B determinanti latitudinem ſuperiorem loricæ, ita ut fiat triangulum B Q P ſimile triangulo A C B, deinde ut recta B Q innoteſcat, fiat ut latus B C pedum 21 ad latus C A pedum 2, ita latus P Q pedum 37 ad latus B Q, quod invenietur pedum 3$\frac{11}{21}$, ſed ut melius Figura V.

Digitized by Google

jaculari poſſit ex ſuperiori platea, & ictus nocere ullo modo poſſint inferius manentibus addendum eſt ſpatium P H duorum vel trium pedum, & ſic tota differentia erit pedum 6.

Supponatur ſecundò latus C B eſſe pedum 9, latus vero C A pedum 2, & latus Q P pedum 37, ut ſupra, ut latus B Q innoteſcat, fiat ut latus C B pedum 9 ad latus A C pedum 2, ita latus P Q pedum 37 ad latus B Q, quod invenietur pedum 8, quibus ſi addantur pedes 2, tota differentia erit pedum 10; quæ cum ſit nimis ampla diminuenda erit inclinatio loricæ ut fiat adęquatæ magnitudinis.

Data loricæ latitudine, nec non differentia inter altitudinem ſuperioris, & inferioris plateæ, ejuſque latitudine, inclinationem loricæ invenire.

Prop. XVI. Probl.

Figura V. SIt latitudo ſuperior loricæ C B pedum 12, ſitque latus Q P pedum 37, ut ſupra, & differentia inter altitudinem ſuperioris, & inferioris plateæ ſtatuatur pedum 6, à quibus ablatis pedibus 2 diſtantiæ H P, remanebit latus B Q pedum 4, quo cognito ut latus A C innoteſcat, fiat ut latus Q P pedum 37 a 1 latus B Q pedum 4, ita latus B C pedum 12 ad latus A C, quod invenietur ped: 1 11/37, tantaque erit inclinatio plani ſuperioris loricæ. Hoc modo poterit quando opus erit inveniri inclinatio prædicta.

Data altitudine valli, latitudine foſſæ, & viæ tectæ, nec non inclinatione loricæ, ejuſdem latitudinem invenire.

Prop. XVII. Probl.

Figura IV. COntineat recta F M valli, & loricæ ſimul altitudinem exteriorem pedum 22, ſitque ejus acclivitas M B pedum 11 linea autem B D continens latitudinem foſſæ, ejus marginem, viam tectam, & acclivitatem interiorem loricæ exterioris, ſit pedum 99, quibus additis pedibus 11 rectæ M B, tota M D erit pedum 141, cui

æqua-

æqualis ſit linea R L, à tota autem recta F M auferatur recta L M pedum 6, & remanebit recta F L pedum 16, ſitque inclinatio loricæ G H pedum 2, quibus præmiſſis ut loricæ latitudo ſuperior innoteſcat, fiat ut latus F L pedum 16 ad latus L R pedum 111, ita latus G H pedum 2 ad latus H F pedum 13 $\frac{14}{16}$, ſeu 14, tantaque erit latitudo ſuperior loricæ, cui addita acclivitate exteriore ped: 2, & acclivitate interiore unius pedis, tota latitudo inferior conſurget pedum 17.

Data altitudine valli, latitudine foſſæ, & viæ tectæ nec non latitudine loricæ, ejus inclinationem invenire.

Prop. XVIII. Probl.

Contineat recta F M valli, & loricæ exteriorem altitudinem pedum 22, continebit recta F L pedes 16, ut ſupra, ſitque recta L R æqualis ipſi M D pedum 111, latitudo vero loricæ H F ſit pedum 21, quibus poſitis, ut inclinatio G H innoteſcat, fiat ut latus L R pedum 111 ad latus L F pedum 16, ita latus H F pedum 21 ad latus G H, quod invenietur pedum 3, tantaque erit inclinatio loricæ. Figura IV.

Data altitudine valli, inclinatione loricæ, ejusque latitudine, longitudinem cortinæ determinare.

Prop. XIX. Probl.

Ad hoc ut cortina bene defendatur opportet ut linea C B plani inclinati loricæ exiſtentis in ala propugnaculi, producta uſque ad baſim cortinæ terminet ſaltem in medietate ejusdē cortinæ (ratio per ſe patet;) quo præmiſſo ut longitudo cortinæ determinari poſſit, ſupponatur primò latitudinem ſuperiorem loricæ D B eſſe pedum 21, ejusque inclinationem C D eſſe pedum 2, altitudinem vero exteriorem valli; & loricæ ſimul B E eſſe pedum 22, ut autem dimidium cortinæ E A innoteſcat; fiat ut latus C D pedum 2 ad latus D B pedum 21, ita latus B E pedum 22 ad la- Figura VI.

Digitized by Google

lus E A, quod invenietur pedum 231, cujus duplum pedum 462 eſſe poterit quantitas cortinæ in hoc caſu.

Supponatur ſecundo latitudinem ſuperiorem loricæ D B eſſe pedum 9, ejusque inclinationem pedum 2, altitudinem vero exteriorem valli, & loricæ ſimul eſſe pedum 16, quibus poſitis ut dimidium cortinæ E A innoteſcat, fiat ut latus C D pedum 2 ad latus D B 9, ita latus B E pedum 16 ad latus E A, quod invenietur pedum 72, cujus duplum pedum 144 eſſe poterit minimæ cortinæ quantitas in hoc caſu.

Figura VII. At cortina, quę habuerit prædictam longitudinem, modo dicto inventam ad baſim uſque defendi poterit, quod ſi quis talem habere vellet, ut ad planum infimum profunditatis foſſæ uſque defendi poſſet, ſi occaſio daretur, altitudini B E ped: 16 addat profunditatem foſſæ E H pedum 10, ita ut tota B H ſit pedum 26, deinde dicat, ut latus C D pedum 2 ad latus D B pedum 9, ita latus B H pedum 26 ad latus H A, quod invenietur pedum 117, cujus duplum pedum 234 eſſe poterit quantitas minimæ cortinæ; ſed ut bene defendi poſſit à tormentis, quæ non multum inclinantur nunquam minor fieri ſolet pedum 300.

Aream plani verticalis valli invenire.

Prop. XX. Probl.

Figura III. SIt planum verticale A B d g e, quod dividatur in plures partes figuras trilateras, vel quadrilateras referrentes, in quibus notæ erunt latera circa rectos angulos exiſtentia excepto latere c λ trianguli d c λ, quod ut reperiatur, fiat ut latus d f pedum 6 ad latus f π pedis unius, ita latus d λ pedum 4.5.0.0 ad latus c λ, quod invenietur ped: 0.7.5.0, ratio eſt quia duo triangula d f π, d c λ ſunt æquiangula, cum duæ rectæ π f, c λ ſint parallelæ, latus autem d f notum erit, cum ſit altitudo interior loricæ, & latus π f, cum ſit latitudo acclivitatis interioris, latusque d λ conſurget ſubducendo à latere d f pedum 6 altitudinem ſcabelli λ f ped: $1\frac{1}{2}$; latus vero ζ b ſeu ω θ erit pedum $13\frac{1}{2}$, cum contineat altitudinem valli, & ſcabelli ſimul, latus ζ ω, ſeu θ b erit pedum 13, cum contineat latitudinem ſuperiorem loricæ, ejus acclivitatem interiorem, &

Digitized by Google

& ſcabelli latitudinem ſimul, latus ω g erit pedum 16, cum contineat latitudinem valli, & altitudinem exteriorem loricæ, latus E ω erit pedum 8, cum contineat latitudinem acclivitatis exterioris valli, & loricæ ſimul, latus d e erit pedum 2, cum contineat differentiam inter altitudinem interiorem, & exteriorem foſſæ, latus e λ, ſeu g θ innoteſcet, ſubducendo à tota d λ pedum 4. 5. latus d e pedum 2, eritque pedum 2.5.0.0, latus g e erit pedum 9, ſuppoſita latitudine inferiore loricæ pedum 12, cum contineat latitudinem ſuperiorem loricæ ſuppoſitoque ambulacro pedum 21, totidem pedes continebit latus a B, ſeu ζ C, & ſuppoſita minima altitudine valli latus B C, ſeu ζ a erit pedum 12, cui æqualis erit latus C A, cum contineat acclivitatem interiorem valli, & ſic nota erunt latera prædictarum figurarum, quibus mediantibus earum areæ invenientur. Productus enim qui orietur ex multiplicatione pedum 16 rectæ g ω per pedes 8 rectæ ω E erit area rectanguli ſub g ω, ω E contenti, cujus dimidium per prop: 41 lib. pri. Eucl: erit area trianguli E ω g pedum quadratorum 64, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13.5.0.0 rectæ ζ b per pedes 13 rectæ ω ζ erit area rectanguli ω θ b ζ pedum quadratorũ 175.50. --, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 9 rectæ e g per pedes 2.5. -- erit area rectanguli g θ λ e pedum quadratorum 22.50.--, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4.5. -- per ped.-- 7.5.-- erit area rectãguli ſub d λ, λ c contenti, cujus dimidium ped: quadrat: 1.68.75.-- erit area trianguli λ d c, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ a B per pedes 12 rectæ B C erit area rectanguli a B C ζ pedum quadratorum 252, productus, qui orietur ex multiplicatione pedũ 9 rectæ e g per pedes 2 rectæ d e erit area rectanguli ſub g e, e d contenti, cujus dimidium pedum quadratorum 9 erit area trianguli d e g per citatam propoſitionem Eucl: productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 12 rectæ B C per pedes 12 rectæ C A erit area quadrati ſub C A, ſeu B C contenti, cujus dimidium pedum quadratorum 72 erit area trianguli A B C. Prædictæ omnes areæ ſi in unam ſummam colligantur, eorum aggregatum pedum quadratorum 596 68.75 erit per prop: 1 lib. 2 Eucl: area totius plani verticalis valli.

Aream

Aream plani verticalis loricæ inferioris invenire.

Prop. XXI. Probl.

Figura III.

LIneæ omnes exiſtentes in lorica inferiori, cum ſint æquales lineis exiſtentibus in lorica ſuperiori, notæ erunt, ideoque etiam areæ figurarum in eodem plano verticali loricæ inferioris exiſtentium innoteſcent; productus enim qui orietur ex multiplicatione pedum 13 rectæ r F per ped: 1. 5.-- erit area rectanguli F l y r pedum quadratorum 19.50.-- areæ vero cæterarum figurarum ſunt eædem quæ in lorica ſuperiori, per prop: 1 lib. 6 Eucl. ideoque area trianguli p o z erit ped: quadrat. 1.68.75.--, area rectanguli m z q y erit pedum quadratorum 22. 50.--, area trianguli p m q erit pedum quadratorum 9, area trianguli q r G erit pedum quadratorum 4. 0 ideoque area totius plani verticalis loricæ erit pedum quadrat. 56.68.75.---

Aream plani verticalis loricæ exterioris invenire.

Prop. XXII. Probl.

Figura III.

CUm planum verticale loricæ exterioris exterius differat à plano verticale loricæ ſuperioris, ſeu inferioris, nota erit tantùm area trianguli X t ♆ ped: quadrat: 1.68.75, cum ſit æqualis triangulo d c λ loricarum interiorū, ideoq; inveniendæ erunt areæ cæterarum figurarum, nempe trianguli X u L, & rectanguli s ♆ M u. In triangulo itaque X u L notum eſt latus u L pedum 69, cum ſit menſura latitudinis baſis prædictæ loricæ, nec non latus X u pedum 6, cum ſit æqualis altitudini interiori loricarum interiorum, quare ductis pedibus 6 in pedes 69 productum pedum 414 erit area rectanguli ſub R u, u L contenti, cujus dimidium pedum 207 erit area trianguli X u L; in rectangulo vero M s ♆ u notum eſt latus M u pedum 4, & latus M s ped. 1.5.-- quare ut ejus area conſurgat ducantur ped. 1.5.-- in pedes 4, & productus pedum quadratorum 6 erit area quæſita, ex quibus patet, quod area totius plani

plani verticalis loricæ exterioris ſit pedum quadratorum 214.
68.75.—

Concluſio.

COgnita itaque latitudine ſpatij inter vallum, & loricam exteriorem incluſi, ſtatutaque altitudine, & latitudine loricæ, vel altitudine valli, cæterarum partium quantitates notæ fient, ſiquidem mediante altitudine valli, & data ſive altitudine, ſive latitudine loricæ, unius ex duabus his partibus, cujus ignota fuerit quantitas, innoteſcet, ſic mediante altitudine, & latitudine loricæ altitudo valli conſurget, ſemper habita ratione ad latitudinem ſpatij inter vallum, & loricam exteriorem incluſi, ipſiusque loricæ altitudinem ad hoc ut ejus planum inclinatum ex vallo faciei ictibus radi poſſit. Quibus habitis, & longitudo cortinæ, & differentia inter ſuperiorem, inferioremque plateam, nec non omnium linearum ad orthographiam ſpectantium quantitas, & inſuper planorum verticalium areæ, ſi ea, quæ in axiomatibus dicta ſunt ſerventur, inveniri poterunt.

Annotatio.

EX orthographia ichnographica deſcriptio oritur, nam ſi à punctis, in quibus lineæ orthographicæ coeunt ducantur rectæ perpendiculares lineæ plani, latitudines omnium partium valli, & loricarum in eadem linea plani apparebunt; & ſi à punctis prædictas perpendiculares terminantibus, ducantur lineæ parallelæ rectis delineationem deſcribentibus, veſtigia totius munimenti prodibunt; & ſic planta conſtructa erit, cujus quantitates indagandæ erunt, ut planorum areæ inveniri poſſint, ex quibus, & lineis orthographicis, ſoliditas valli, & loricarum conſurget, pro quibus demonſtrandis munimentum quadratum ſimplex conſiderabimus.

* * *

Digitized by Google

Si per puncta, in quibus coeunt lineæ exiſtentes in facie, & ala propugnaculi, recta quædam linea ducta fuerit, ipſa bifariam ſecabit angulum alæ & faciei, dum ubique ſit eadem latitudo valli.

Prop. XXIII. Theor.

Figura VIII.

SUpponatur quod tam facies, quam ala propugnaculi habeat vallum ejusdem latitudinis, ducaturque recta M H, que tranſeat per omnia puncta, in quibus coeunt lineæ parallelæ faciei M Q, & lineæ parallelæ alæ M C, eadem linea M H bifariam ſecabit angulum Q M C. A puncto H ducatur recta H L perpendicularis ipſi Q M, & recta H N perpendicularis ipſi M C, & conſtructa erunt duo triangula M H L, N H M, quę habebunt duo latera ęqualia utrumque utrique, latus enim M H eſt commune, latusque H L eſt æquale lateri H N, cum ex hypotheſi ubique eadem ſit latitudo valli, erit inſuper angulus M L H æqualis angulo M N H, cum ambo ex conſtructione ſint recti, ex quo ſequitur quod etiam ſumma angulorum L H M, L M H ſit æqualis ſummę angulorum N H M, N M H, quare duo prædicta triangula erunt ſimilia per prop. 7. lib. 6. Eucl. & anguli correſpondentes erunt inter ſe æquales, nempe angulus M H L erit æqualis angulo M H N, & angulus H M L angulo H M N, ideoque angulus H M N, ſeu H M L erit duplum anguli Q M C, linea igitur M H bifariam ſecabit angulum Q M C.

Suppoſito itaque angulo Q M C gr: 105, ut eſt in quadrato, angulus N M H, ſeu L M H erit grad: 52. 30.

Quantitates linearum in deſcriptione ichnographica exſtentium invenire, dato propugnaculo vacuo, cognitis prius omnibus partibus valli.

Prop. XXIV. Probl.

Figura IX.

DEſcribantur ichnographice omnes munimenti partes vacuo in medio relicto propugnaculo, deinde à puncto W ducatur recta W Σ perpendicularis ipſi N a, & à puncto Y recta Y Z parallela ipſi W Σ, & recta Y G perpendicularis ipſi a E, à puncto tandem

dem E ducatur recta E θ perpendicularis ipſi Y λ,& recta E ζ perpendicularis ipſi $\zeta\lambda$, & ſic planum valli exiſtentis in facie, & ala propugnaculi continebit quinque figuras, nempe triangulum N Σ W, rectangulum Σ Z Y W trapezium Z a G Y, rectangulum Y C E θ, & quadratum θ E $\zeta\lambda$, in quibus linearum exiſtentium quantitates, ut inveniantur deſcribendæ ſunt tres figuræ in ampliori forma, nempe triangulum, trapezium, & quadratum, ut in figuris 10, 11, & 12 apparet, ad hoc ut omnes lineæ in eis exiſtentes conſpici poſſint, deinde prædictarum linearum quantitates indagandæ erunt, determinata prius cujuscumque valli partis quantitate, quibus cognitis notæ erunt etiam lineæ exiſtentes in duobus rectangulis Y Σ, Y E, ſi enim auferantur duæ rectæ N Σ, Z a nota erit linea Z Σ, & per conſequens omnes lineæ inter rectas Σ W, Z Y notæ erunt per prop: 33 lib. pri: Eucl: cum ipſi Σ Z ſint parallelæ, eo quod connectuntur à duabus rectis inter ſe parallelis, & æqualibus, nempe Σ W, Z Y, eademque ratione omnes lineæ exiſtentes inter rectas Y G, E θ æquales erunt rectæ G E, quæ invenietur ſubducendo à tota a ζ rectam a G, & rectam E ζ.

Lineas exiſtentes in figura 10. invenire.

Prop. XXV. Probl.

SIt quadratum ℞ B A B ſimile quadrato θ E $\zeta\lambda$, ſuper cujus latere ℞ B deſcribatur planum verticale valli (vulgo profillo,) deinde ducatur diameter ℞ A dividens totum quadratum in duo triangula æquicrura; à punctis vero exiſtentibus in plano verticali C, D, E, K, I, F ducantur ad latus ℞ B perpendiculares C i, D c, E f, K V, I S, F X, quæ producantur ad oppoſitum latus uſque, & per puncta interſectionum prædictatur linearum, & diametri, ducantur aliç rectæ lineæ priores orthogonaliter interſecantes in dictis punctis, quæ ſint parallelæ, & æquales lateri deſcripti quadrati. His peractis ſupponatur polygonum eſſe quadratum, & munimentum ſimplex, ſtatuaturque latitudo valli inferior ℞ B pedum 54, altitudo C i pedum 12, latitudo loricæ inferior pedum 12. His poſitis erit recta ℞ i pedum 6, cum ſit acclivitatis valli baſis, i c pe-

Digitized by Google

dum 2, cum ſit acclivitatis exterioris loricæ baſis C M, æqualis, totaque ℞ c erit pedum 8, c f erit pedum 9, cum ſit æqualis latitudini ſuperiori valli D t, cui æquales erunt omnes lineæ ipſi parallelæ, & inter easdem parallelas incluſæ, quod eſt intelligendum etiam de alijs, ideoque recta i f erit pedum 11, ℞ f pedum 17, f V ped.-- 7.5.-- cum ſit æqualis rectæ s K, & ſic c V erit pedum 9.7.5.0, i V pedum 11.7.5.0 ℞ V pedum 17.7.5.0, V S pedum 3.2.5.0, cum ſit æqualis rectæ K b, quamobrem recta f S erit pedum 4, c S pedum 13, i S pedum 15, ℞ S pedum 21; S X erit pedum 21, cum ſit æqualis latitudini ambulacri, quod conſurget ſubducendo quantitates aliarum valli partium à latitudine inferiori valli, vel latitudine ſuperiori, quæ nunquam eſſe debet minor pedum 30, per axioma 4 hujus libri, & ſic V X erit pedum 24.2.5.0 f X pedum 25, c X pedum 34, i X pedum 36 ℞ X pedum 42; X B erit pedum 12, cum ſit baſis acclivitatis valli interioris, quæ eſſe debet æqualis altitudini, per axioma 2 hujus libri, ideoque recta S B erit pedum 33, V B pedum 36.2.5.0, f B pedum 37, c B pedum 46, i B ped: 48, ℞ B pedum 54. Cum vero triangulum ℞ B A ſit iſoſceles duo anguli obliqui erunt inter ſe æquales, & per conſequens omnes lineæ parallelæ lateri ℞ B erunt æquales lineis parallelis lateri B A ſibi correſpondentibus, quare linea i l continebit pedes 6, c d pedes 8, f g pedes 17 V T pedes 17.7.5.0, S R pedes 21, X Æ pedes 42, B A pedes 54, ſic m d erit pedum 2, h g pedum 9, p T ped:-- 7.5.0, R q pedum 3.2.5.0, n R pedum 4, W Æ pedum 21, G A pedum 12 B A pedum 54, o R pedum 13, &c. quod autem dictum eſt de uno triangulo, etiam de alio intelligi debet, & ita omnes lineæ in prædicto quadrato exiſtentes cognoſci poterunt.

Lineas exiſtentes in figura 11. invenire.

Prop. XXVI. Probl.

SIt trapezium B ℞ B A ſimile trapezio Y G a Z, ſuper cujus latere B A deſcribatur planum verticale valli, ut in figura 10 factum eſt, ducaturque diameter ℞ A, dividens totum trapezium in duobus triangulis rectangulis ſcalenis, deinde deſcribantur in unoquoque triangulo lineæ ichnographicæ terminantes omnia plana, parallelæ lateri ℞ B, tranſeuntes puncta plani verticalis, & à punctis, in quibus diametrum interſecant, ducantur perpendiculares

Digitized by Google

lares lateri ℞ B; his peractis notæ erunt omnes diviſiones ſuper latere B A exiſtentes, eadem ratione qua in antecedẽti propoſitione, recta itaque B H erit pedum 6, H P pedum 2, B P pedum 8, P N pedum 9, H N pedum 11, B N pedum 17, N O ped: 0.7.5.0, P O pedum 9.7.5.0 H O pedum 11.7.5.0, B O pedum 17.7.5.0, O Q pedum 3.2.5.0, N Q pedum 4, P Q pedum 13, H Q pedum 15, B Q pedum 21, Q G pedum 21 O G pedum 24.2.5.0 N G pedum 25, P G pedum 34, H G pedum 36, B G pedum 42, G A pedum 12, Q A pedum 33, O A pedum 36.2.5.0, N A pedum 37, P A pedum 46, H A pedum 48, B A pedum 54. Prædictis diviſionibus æquales erunt lineæ perpendiculares lateri ℞ B, nempe ipſi B H recta l i, ipſi H P recta m d, ipſi B P recta c d, ipſi P N recta h g, o n, &c. ipſi B N recta S n, ipſi N O recta n q, ipſi P O recta o q, ipſi B O recta S q ipſi O Q recta q R, ipſi N Q recta n R, ipſi P Q recta o R, ipſi B Q recta S R, & X W, ratio eſt quia prædictæ lineæ ſunt inter ſe parallelæ, & eiſdem parallelis incluſæ; ut vero notæ fiant lineæ inter lineas perpendiculares lateri ℞ B exiſtentes, conſiderandum eſt primò triangulum rectangulum l ℞ i, in quo angulus rectus eſt ℞ i l, angulus i ℞ l erit grad: 52.30 ſuppoſito polygono quadrato, ut in propoſitione 22 hujus libri apparet, & per conſequens angulus i l ℞ erit grad. 37.30, quare ut latus ℞ i innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus i l pedum 6, ita 76732 tangens anguli i l ℞ gr: 37. 30 ad latus ℞ i, quod invenietur pedum 4.6.0.4, cum autem cæteræ lineæ efficiant triangula ſimilia triangulo ℞ i l, ut latera reſpondentia lateri ℞ i innoteſcant, fiat ut latus i l pedum 6 ad latus ℞ i pedũ 4.6.0.4, ita latera m d pedum 2, h g pedum 9, p T ped: 0.7.5.0, q R pedum 3.2.5.0, W Æ pedum 21, A G pedum 12 ad latera quæſita, & invenietur latus l m pedum 1.5.3.4$\frac{2}{3}$, cui æqualis erit recta i c, qua addita ipſi ℞ i, conſurget recta ℞ c pedum 6.1.3.8.$\frac{2}{3}$, latus d h pedum 6.9.0.6. cui æqualis erit recta c f, qua addita ipſi ℞ c, conſurget recta ℞ f pedum 13.0.4.4.$\frac{2}{3}$, latus g p ped: 0.5.7.5$\frac{1}{2}$, cui æqualis erit recta f V, qua addita ipſi ℞ f, conſurget recta ℞ V pedum 13.6.2.0.$\frac{1}{6}$, latus T q pedum 2.4.9.3, cui æqualis erit p n, qua addita ipſi g p conſurget recta g n pedum 3.0.6.9, cui æqualis erit recta h o, qua addita ipſi d h, conſurget recta d o ped. 9.9.7.5. rectæ autẽ T Q ęqualis erit recta V S, qua addita ipſi ℞ V, conſurget recta ℞ S pedum 16.11.3$\frac{1}{3}$, latus R W pedum 16.1.2.4, cui æqualis erit recta S X; qua addita rectæ ℞ S, conſurget recta ℞ X pedum 32.2.3.7.$\frac{1}{3}$, latus Æ G pedum

9.2.0 8, cui æqualis erit recta W Q, cui addita recta R W conſurget recta R Q pedum 25 3.3.2, nec non ipſi ÆG erit æqualis recta X B, qua addita ipſi ℞ X, conſurget recta ℞ B pedum 41.4.4.5.2; & ſic præcipuæ lineæ notæ erunt, æquantur enim reliquæ prædictis jam inventis.

Lineas in figura 12 exiſtentes invenire.

Prop. XXVII. Probl.

SIt triangulum A B ℞ ſimile triangulo W Σ N, ſuper cujus latere B A deſcribatur planum verticale, ut in duabus antecedentibus figuris, ducanturque lineæ ichnographicæ perpendiculares lateri B A, & parallelæ lateri B ℞ terminantes in latere A ℞, & a punctis, in quibus dictę lineæ ab hypothenuſa trianguli terminantur ducantur perpendiculares lateri B ℞. His peractis omnes diviſiones exiſtentes ſuper latere A B prædicti trianguli æquales erunt diviſionibus exiſtentibus ſuper latere A B trapezij, cum planum verticale in triangulo deſcripto æquale ſit planis verticalibus in trapezio, & quadrato deſcriptis, ex quo ſequitur, quod etiam omnes lineæ perpendiculares lateri B ℞ trianguli æquales ſint omnibus lineis perpendicularibus lateri B ℞ trapezij figuræ 11 ſingulæ ſingulis ſibi invicem correſpondentes; quare ut lineæ inter prædictas parallelas incluſæ notæ fiant conſiderandũ eſt primo triangulum rectangulum ℞ i l, in quo cum notus ſit angulus rectus ℞ i l ex conſtructione, angulus i ℞ l gr: 30 ęqualis dimidio anguli propugnaculi; & per conſeques angulus i l ℞ grad: 60, notumque ſit latus i l pedum 6, cum ſit æquale rectæ B H, ut latus ℞ i innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus i l pedum 6, ita 173205 tangens anguli ℞ l i gr: 60 ad latus ℞ i, quod invenietur pedum 10.3.9.2; cum autem prædictæ lineæ efficiant triangula ſimilia triangulo ℞ i l, ut latera reſpondentia lateri ℞ i conſurgant, fiat ut latus i l pedum 6 ad latus ℞ i ped: 10.3.9.2, ita latus c d pedum 8, f g pedum 17, p T ped: 0.7.5.0, V T ped: 17.7.5 0, S R ped: 21 X Æ ped: 42, B A ped: 54, q R ped: 3: 2.5.0, ad latera quæſita, & invenietur latus c ℞ ped: 13.8.5.6, f ℞ ped: 29.4.4.4, p g ped. 1.2.9.9 V ℞ ped: 30.7.4.3, S ℞ ped. 36.3.7.2, X ℞ ped. 72.7.4.4, B ℞ ped. 93.5.2 8, q T p. 5.6.2.9, ex quibus per ſubtractionem, & additionem cæteræ oriuntur, nempe d P ped. 79.6.7.2, d h ped. 15.5.8.8, d o ped. 22.5.1.6, d △ ped. 59.8.8.8, g N ped. 64.0.8.4, T O ped. 62.7.8.5, R Q 57.1.5.6, g n ped. 6.9.2.8, Æ G ped. 20.7.8.4, R W 36.3.7.2, l m ped. 3.4.6.4. &c.

Cæte-

Cæteras lineas exiſtentes in plano horizontali valli faciei, alæ propugnaculi, & cortinæ invenire.

Prop. XXVIII. Probl.

OMnes quantitates tribus antecedentibus figuris, nempe 10, 11, 12, inventis applicandæ ſunt figuris ipſis ſimilibus in figura 9 deſcriptis, nempe qnadrato E θ λ ζ, trapezio Y G a Z, triangulo W Σ N, quare ex hac hypotheſi latus Σ N continebit pedes 93. 5. 2. 8, latus a Z, & a G continebit pedes 41.4.4.5.^{1}, & latus θ λ, ſeu λ ζ continebit pedes 54; cum autem tota N a compoſita ſit ex tribus rectis N Σ, Σ Z, Z a ſi auferantur duæ extremæ N Σ, Z a, remanebit recta Z Σ; ſuppoſita itaque facie a N pedum 240 in unam ſummam colligantur quantitates duarum rectarum N Σ, E a eritque earum aggregatum pedum 134.9.7.3.^{1}, quibus ablatis à pedibus 240 rectæ N a, remanebit recta Z Σ pedum 105. 0. 2. 6^{7}, totidemque pedes continebit recta Y W, cum ſit ipſi æqualis, eo quod ex conſtructione ſunt inter ſe parallelæ, & in eiſdem parallelis incluſæ, tantaque erit longitudo interior valli exiſtentis in facie; & ſuppoſita recta a E pedum 64.3.0.5, ut recta G E innoteſcat, à tota a E ſubducatur recta a G pedum 41. 4. 4. 5.^{1}, & remanebit recta G E pedum 22.8.5.9^{2}, cui æqualis erit recta Y θ, cum ſit eidem parallela, ambæque ſint inter eaſdem parallelas G Y, E θ incluſæ, addita autem ipſi G E recta θ λ pedum 54 conſurget tota Y λ pedum 76. 8. 5. 9^{2}, tantaque erit longitudo interior valli in ala propugnaculi, recta tandem 3 ζ æqualis erit rectæ 2 E, cum ſit ipſi parallela, ambæque conjungantur à duabus parallelis 2.3, E ζ, ſuppoſita itaque recta 2 E pedum 240, totidem pedes continebit recta 3 ζ, quibus additis pedibus 54 rectæ ζ λ, tota 3 λ erit pedum 294, tantaque erit longitudo interior valli exiſtentis in medietate cortinæ, cujus duplum pedum 588 erit longitudo interior valli exiſtentis in cortina, ſi recta N * quadratum E θ λ ζ non interſecaverit, at ſi linea colli erit pedum 105.3.7.6, ut evenit quando in munimento quadrato Figura IX.

drato

drato linea defenſionis ſtringentis cadit in medio cortinæ ; hoc caſu ex latere ζλ abſcindet rectam *λ pedum 3.6.2.4, ut per ratiocinium triangulorum cognoſci poterit, quibus ablatis à pedibus 54 lateris ζλ, remanebit recta ζ*, ſeu θ, 4, pedum 51.3.7.6 ; & recta 3,*, pedum 584.3.7.6.

Lineas exiſtentes in plano horizontali antemuralis invenire.

Prop. XXIX. Probl.

Figura IX. SIt MK longitudo interior loricæ inferioris ante faciem propugnaculi exiſtentis ; ſitque HK ejusdem longitudo ante alam propugnaculi, quibus præcognitis à puncto a ducatur recta a e perpendicularis ipſi M K, & a b perpendicularis ipſi KH, à puncto N ducatur recta N o perpendicularis ipſi M K, & à puncto H ducatur recta H π perpendicularis ipſi 2 E, & H ω perpendicularis rectæ a E; his peractis, ut recta MK nota fiat, conſideranda ſunt primò duo triangula M N o, K a e, in triangulo itaque rectangulo M N o; cum noti ſint omnes anguli, ut conſideranti patebit, notumque ſit latus N o, cum ſit menſura latitudinis viæ tectæ poſt vallum, ut latus M o innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N o pedum 12 (ſuppoſito polygono quadrato,) ita 173205 tangens anguli M N o grad:60 ad latus M o, quod invenietur pedum 20.7.8.4. & ut conſurgat latus K e trianguli rectanguli K a e, in quo noti ſunt omnes anguli, notumque eſt latus a e, (ut patet ex ipſa conſtructione) fiat ut ſinus totus ad latus a e pedum 12, ita 76732 tangens anguli K a e grad: 37.30 ad latus K e, cui æqualis eſt latus K b, quod invenietur pedum 9.2.0.7, quibus additis pedibus 20.7.8.4 rectæ M o, ſumma pedum 29.9.9.1 erit exceſſus, quo linea M K ſuperat lineam N a, cum recta o e ſit æqualis rectæ N a, eo quod à duabus rectis a e, N o connectuntur, additis igitur pedibus 29.9.9.1 prædicti exceſſus pedibus 240 rectæ N a, ſeu o e, tota M K conſurget pedum 269.9.9.1, ut vero K H nota fiat, primò auferenda eſt à tota a E recta ω E, ut recta a ω conſurgat, cum autem latus E ω ſit æquale lateri H ω, ut ex dictis patet, recta ω E continebit pedes 12, quibus ablatis à pedibus 64.3.0.5, recta ω a prodibit pedum 52.3.0.5; cui æqua-

Digitized by Google

æqualis erit recta H b, cum ſit eidem parallela, & connectantur ambo à duabus parallelis ω H, a b, additis itaque pedibus 9.2.0.7 rectę K b pedibus 52. 3. 0. 5 rectæ H b, tota H K conſurget pedum 61.5. 1.2, at cum recta E π ſit æqualis rectæ π H, continebit pedes 12, cujus duplum pedum 24 ſi auferatur à tota cortina pedum 480, prodibit longitudo loricæ inferioris ante cortinam pedum 456, & ſic nota erit tota longitudo interior loricæ inferioris. Ut vero nota fiat longitudo exterior à puncto K ducantur recta K w, & recta K z perpendiculares rectis n x, x h, & factum erit trapezium K z x w, quod erit æquale trapezio loricæ ſuperioris ipſi correſpondenti, cum lorica inferior ſit æqualis loricæ ſuperiori, quo ad altitudinem, & latitudinem, eademque ratione ſi à puncto h ducantur duæ rectæ h Æ h X perpendiculares ipſis Æ u, & H K, utraque utrique, fiet quadratum h Æ, H X æquale quadrato loricæ ſuperioris, & à puncto M ducta recta M ę perpendicularis ipſi n x fiet triangulum M ę n æquale triangulo loricæ ſuperioris, quare per ea, quæ dicta ſunt in præcedentibus propoſitionibus latus n ę continebit pedes 25.9.8.0 latus x z, & x w ped: 11.5.0.9, latusque h Æ, & h X pedes 15; his pręcognitis in unam ſummam colligantur quantitates extremarum n ę, & x w, & erit eorum aggregatum pedum 37. 4.8.9, quibus additis pedibus 269. 9. 9. 1 rectæ w ę æqualis ipſi M K, tota n x conſurget pedum 307.4.8.0, ut vero recta x h nota fiat, à tota K H pedum 61.5.1.2 ſubducatur recta H X pedum 15, & remanebit recta K X pedum 46.5.1.2, cui æqualis erit recta h z, cui addita recta z x pedum 11.5.0.9, conſurget recta h x pedum 58.0. 2.1, rectæ tandem Æ H duplum pedum 30 auferatur à pedibus 456 longitudinis loricæ interioris ante cortinam, & prodibit ejuſdem longitudo exterior pedum 426, & ſic nota erit ubique longitudo exterior loricæ inferioris.

Quantitatem linearum terminantium marginem, & acclivitatem interiorem foſſæ invenire.

Prop. XXX. Probl.

PRo linearum terminantium marginē, & acclivitatem interiorem foſſę quantitate invenienda indaganda ſunt primo latera Figura LX.

LI,l ♆,DC,CB, g y, y d,O E,EF cognitis lateribus N I,N ♆, a g,a D, a d, a B, O A, F A, O p, F r, quorum, cum N ♆ contineat latitudinem viæ rectæ, latitudinem loricæ inferioris, & latitudinē marginis foſſæ, quæ omnia per ea, quæ dicta ſunt in antecedentibus propoſitionibus, & in axiomatibus hujus libri nota ſunt; ſi in unam ſummam colligantur, latus N ♆ conſurget pedum 33, cui æqualis erit latus a g, a d, O p, F r, latusque N I conſurget addendo rectæ N ♆ baſim acclivitatis foſſe ♆ I, quæ ſi ſtatuatur pedum 10, tota N I erit pedum 43, cui æquales erunt rectæ a D, a B, O A, F A, ut igitus I L innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus I N pedum 43, ita 173205 tangens anguli L N I grad. 60 ad latus I L, quod invenietur pedum 74.4.7.8, & ut latus C D, ſeu B C conſurget, fiat ut ſinus totus ad latus a D, ſeu a B ped. 43, ita 76732 tangens anguli C a D, ſeu C a B grad: 37.30 ad latus C D, ſeu C B, quod invenietur pedum 32.9.9.4, quibus additis pedibus 74.4.7.8 rectæ I L ſumma erit ped: 107.4.7.2; quibus additis pedibus 240 rectæ I D æqualis rectę, N a, tota L C conſurget pedem 347.4.7.2, ut vero recta C A nota fiat, à tota a E pedum 64. 3. 0. 5 ſubducatur recta O E æqualis ipſi O A pedum 43, & prodibit recta O a pedum 21.3.0.5, totidemque pedes continebit ipſi æqualis recta A B, quibus additis pedibus 32.9.9.4 rectæ B C, tota A C conſurget pedum 54.2.9.9: auferatur tandem duplum rectæ E F pedum 86 à pedibus 480 cortinæ, & conſurget longitudo lineæ terminantis acclivitatem interiorem foſſæ ante cortinam pedum 394, & ſic notæ erunt quantitates linearum terminantium acclivitatem interiorem foſſæ. Pari modo quantitates linearum marginem foſſæ terminantium indagandæ erunt, ut igitur latus ♆ l innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N ♆ pedum 33, ita 173205 tangens anguli l N ♆ grad: 60 ad latus ♆ l, quod invenietur pedum 57.1.5.7, & ut latus g y, ſeu y d conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus a g, ſeu a d pedum 33, ita 76732 tangens anguli y a g, ſeu y a d grad: 37.30 ad latus y d, ſeu y g, quod invenietur pedum 25.3.2.1, quibus additis pedibus 57.1.5.7 rectæ ♆ l ſumma erit pedum 82.4.7.8, quibus additis pedibus 240 rectæ g ♆ æqualis rectæ N a, tota l y prodibit pedum 322.4.7.8; Cum autem

tem latitudo baſis acclivitatis A p,ſeu A r poſita ſit pedum 10, totidem pedes continebit ipſi æqualis recta i p,quibus additis pedibus 25.3.2.1 rectæ d y ſuma erit ped.35.3.2.1,quibus iterum additis pedibus 21.3.0.5 rectæ p d æqualis ipſi A B, ſeu G a,tota 1 y prodibit pedum 56.6.2.6, addito tandem duplo rectę r i pedum 20 pedibus 394 lineæ terminantis acclivitatem foſſæ interiorem ante cortinam,prodibit linea terminans marginem foſſæ ante cortinam pedum 414, & ſic notæ erunt omnium linearum intra foſſam exiſtentium quantitates.

Quantitatem linearum terminantium acclivitatem exteriorem foſſæ invenire.

Prop. XXXI. Probl.

SIt N,2,linea defenſionis ſtringentis, cadens in medietatem cortinæ pedum 488.4.6.4 (ſuppoſito munimento quadrato) à cujus termino, 2, errigatur recta 2,5, perpendicularis cortinæ, connectens lineam defenſionis ſtringentis, & lineam 9.6. acclivitatem exteriorem foſſæ terminantem parallelam ipſi N,2, à puncto vero N errigatur recta N,8, perpendicularis rectis N,2 - 9,6,quæ producatur uſque ad punctum 22, cui parallela, & ęqualis à puncto 5, ducatur recta 5,7,-- His peractis conſiderandum eſt triangulum rectangulum 5,7,2, & ipſi ſimile triangulum 5, 6,10, in quibus ex conſtructione,anguli recti 5,7, 2,--5.10. 6. noti ſunt, nec non anguli 5,2,7,-- 5. 6. 10 unusquisque grad: 75, cum enim duæ rectæ a E-- 5,2, ſint parallelæ angulus E a, 2,erit æqualis angulo a, 2, 5, cui erit æqualis angulus 5, 6,10, cum duæ rectæ 6,9,-- 2, N, ſint parallelæ,quare in prædictis triangulis noti erunt duo anguli, & per conſequens etiam tertius,latus quoque 5,7, notum erit pedum 190, continet enim loricæ exterioris latitudinem, viæ tectæ, foſſæ, marginis,& antemuralis, nec non latus 5,10, pedum 95, cum, latitudinem loricæ exterioris,viæ tectæ, & acclivitatis exterioris foſſæ contineat, quare ut latus 2,7, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus 5,7, pedum 190, ita 26794 tangens anguli 2, 5, 7, grad: 15 ad latus 2, 7, quod invenietur pedum 50.9.0.8, quibus ablatis à pedibus 488.4.6.4 rectę N.2. remanebit recta N.7. ped:437.5.5.6, cui æqualis erit recta 8,10; ut vero latus 6, 10, reperiatur, fiat ut Figura IX.

 ſinus

ſinus totus ad latus 5,10,pedum 95,ita 26794 tangens anguli 10,5,6,grad:15 ad latus 6,10,quod invenietur pedum 25.4.5.4; deinde conſideretur triangulum rectangulum N,8,9, in quo noti ſunt omnes anguli,ut conſideranti patebit,notumque erit latus N, 8, pedum 95,cum contineat latitudinem antemuralis, marginis acclivitatis interioris,nec non latitudinem inferiorem foſſæ,quare ut latus 8,9,conſurgat,fiat ut ſinus totus ad latus N,8,pedum 95, ita 173205 tangens anguli 9,N,8,grad:60 ad latus 8,9,quod invenietur pedum 164.5.4.4,quibus additis pedibus 25.4.5.4 rectæ 6,10, ſumma erit pedum 189.9.9.8, quibus iterum additis pedibus 437.15.5.6 rectæ 8,10,tota 9,6,conſurget pedum 627.5.5.4,tantaque erit longitudo medietatis forcipis, exterius latitudinem foſſæ terminantis.

Quantitatem linearum terminantium viam tectam poſt foſſam,nec non loricam exteriorem invenire.

Prop. XXXII. Probl.

Figura IX. SIt 15,12, linea forcipis terminantis viam tectam poſt foſſam, cujus longitudo ut inveniatur,indagandum eſt latus 11,12, trianguli 5,11,12,& latus 15,13 trianguli N,13,15,ut igitur latus 11, 12, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus 5, 11, pedum 85 continens latitudinem loricæ exterioris, & viæ tectæ ſimul, ita 26794 tangens anguli 11,5,12 ad latus 12,11, quod invenietur pedum 22.7.7.4, & ut reperiatur latus 15,13, trianguli N,13,15, in quo noti ſunt anguli,notumque eſt latus N,13,pedum 105, cum contineat latitudinem antemuralis,marginis,viæ tectæ poſt vallum, & foſſæ, fiat ut ſinus totus ad latus N,13,pedum 105,ita 173205 tangens anguli 15, N,13,grad:60 ad latus 15,13,quod invenietur pedum 181.8.6.5,quibus additis pedibus 22.7.7.4 lateris 11,12,ſumma erit pedum 204.6.3.0,quibus iterum additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 11,13, æqualis rectæ N,7,tota 15,12,conſurget pedum 642.1.9.5. Pari modo invenietur recta 17,19,& recta 16,5, inventis prius lateribus 19,18, —17, 20,—16,22,ut igitur latus 19,18, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus 5,18, pedum 73 continens latitudinem totam prædictæ loricæ,ita 26794 tangens anguli 19,5,18,gr:15 ad latus 19,18, quod invenietur pedum 19.5.5.9,& ut latus 17,20, conſurgat lateri N,13,

N,13,pedum 105 addatur latitudo viæ tectæ 13,20,pedum 12,& fiet latus N,20,pedum 117,quo cognito, ut latus 17,20, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus N,20,pedum 117,ita 173205 tangens anguli 17,N,20,grad:60 ad latus 17,20,quod invenietur pedum 202.6.4.9, quibus additis pedibus 19.5.5.9 ſumma erit pedum 222.2.0.8,quibus iterum additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 18,20, æqualis rectæ N,7,tota 17,19, prodibit pedum 659.7.6.4, à quibus ablatis pedibus 19.5.5.9 rectæ 19,18, remanebit recta 17,18,ſeu 5,23,pedum 640. 2.0.5,& rectæ N,20,pedum 117 addatur latitudo loricæ 20,22, pedum 73,& conſurget latus N,22,pedum 190, deinde ut latus 16,22, innoteſcat,fiat ut ſinus totus ad latus N,22,pedum 190, ita 173205 tangens anguli 16,N,22 gr:60 ad latus 16,22, quod invenietur pedum 329.0.8.9,quibus additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 22,5, æqualis rectæ N,7,tota 16,5, prodibit pedum 766.6.4.5, & ſic notæ erunt lineæ quæſitæ.

Lineas duorum triangulorum exiſtentium in extremitatibus plani horizontalis loricæ exterioris invenire.

Prop. XXXIII. Probl.

A Punctis 17,-- & 5, ductis rectis 17,23,-- 5,18, inter ſe parallelis, & rectis 16, 5 --17,12, perpendicularibus,totum trapezium 16, 17,19,5,diviſum erit in tres partes,quarum duæ extremæ 17,16,23,-- 5,19,18,figuram triangularem habebunt, medietatem vero rectangulum 17,23,5,18,obtinebit,in quo omnes lineæ exiſtentes æquales inter ſe erunt, cum ex constructione ſint parallelæ, & connectantur à duabus parallelis, quod cum non contingat in duobus triangulis, lineæ in ipſi exiſtentes per ratiocinium triangulorum inveniendæ erunt; fiat itaque triangulum I I C ſimile triangulo 16,17,23,ut in figura 14 apparet, ſuper cujus latere C I deſcribatur planum verticale, & à punctis,in quibus coeunt lineæ exiſtentes in dicto plano verticali ducantur rectæ perpendiculares ipſi I C interſecantes rectam I I in punctis g, T, R, à quibus ducantur rectæ g u, T V, R y parallelæ ipſi I C. Eodem modo constructo triangulo R̸ S R ſimile triangulo 5,19,18,ut in figura 13 apparet,ſuper ejus latere R̸ S deſcribatur planum verticale loricæ exterioris,& per pun- Figura IX.

cta,in quibus coeunt lineæ ejuſdem plani ducantur rectæ f g, V T, parallelæ ipſi S R terminatæ à recta ℞ R in punctis g, T, à quibus ducantur rectæ g n,T q perpendiculares ipſi S R. His ita conſtitutis,ut latus T K trianguli R T K innoteſcat,fiat ut ſinus totus ad latus R K,latitudinem ſuperiorem ſcabelli continens pedum 3.2.5.0, ita 173205 tangens anguli T R K gr:60 ad latus T K,quod invenietur pedum 5.6.2.9,deinde ut latus p g innoteſcat,fiat ut ſinus totus ad latus T p ped:0.7.5.0,ita 173205 tangens anguli g T p gr:60 ad latus g p,quod invenietur ped:1.2.9.9,quibus additis pedibus 5.6.2.9 rectæ s p æqualis lateri T K, tota s g conſurget pedum 6.9.2.8, & ut latus u l reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus g u continens latitudinem inclinationis loricæ exterioris pedum 69, ita 173205 tangens anguli l g u grad:60 ad latus l u, quod invenietur pedum 119.5.1.1,quibus additis pedibus 6.9.2.8 rectæ y u æqualis lateri g s, tota l y conſurget pedum 126.4.3.9,& ſic omnes lineæ intra triangulum l C I exiſtentes notæ erunt.

Figura XIV.

Figura XIII.

Vt vero lineæ intra triangulum ℞ S R notæ fiant conſideranda primò ſunt ea,quæ in prop: 31 hujus libri traddita ſunt, & noti erunt omnes anguli; nota inſuper erit linea T q,quæ continet latitudinem ſuperiorem ſcabelli pedum 3.2.5.0, linea p g æqualis ipſi s K in precedentibus propoſitionibus inventa ped:0.7.5.0,nec non linea ℞ f continens latitudinem inclinationis ejuſdem loricæ pedum 69,quare ut latus q R innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus T q pedum 3.2.5.0,ita 26794 tangens anguli q T R grad:15 ad latus q R,quod invenietur ped:0.8.7.0,& ut T p conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus g p ped.0.7.5.0, ita 26794 tangens anguli p g T gr:15 ad latus p T,ſeu n q,quod invenietur ped:0.2.0.0, quibus additis ped:0.8.7.0 rectæ q R,tota n R conſurget ped:1.0.7.0, & ut latus f g reperiatur,fiat ut ſinus totus ad latus ℞ f ped:69, ita 26794 tangens anguli f ℞ g gr:15 ad latus f g, quod invenietur pedum 18.4.8.7, quibus additis rectæ n R ped:1.0.7.0, tota S R conſurget pedum 19.5.5 7.

Areas in figura 10 exiſtentes in pedibus quadratis invenire.

Prop. XXXIV. Probl.

DUcatur recta G A ped:12 in ſeipſam,& ejus productus erit area ipſius quadrati pedum quadratorum 144, cujus dimidium, per prop:

prop: 41 lib. pri: Eucl: erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 72; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 42 rectę X Æ per pedes 12 rectæ X B erit area rectanguli ſub Æ X, X B contenti pedum quadratorum 504; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 36 rectæ X i per pedes 6 rectæ i l erit area rectanguli ſub X i, i l contenti pedum quadratorum 216; Productus, qui orietur ex recta m d in ſe ipſam ducta erit area ipſius quadrati pedum quadratorum 4, cujus dimidium pedum quadratorum 2 erit area trianguli l m d; Productus, qui orietur ex recta d h pedum 9 in ſe ipſam ductā, erit area ejusdem quadrati pedum quadratorum 81, cujus dimidium pedum quadratorum 40.50 erit area trianguli d h g; Productus, qui orietur ex recta g n pedum 4 in ſe ipſam ducta erit area ejusdem quadrati pedum quadratorum 16, cujus dimidium pedum quadratorum 8 erit area trianguli g n R; Productus, qui orietur ex recta g p ped: 0. 7: 5. 0 in ſe ipſam ducta erit area ejusdem quadrati, cujus dimidium erit area trianguli g p T ped: quadrat: 0. 28. 12. 50; Productus, qui orietur ex recta ℞ c pedum 8 in ſe ipſam ducta; erit area ejusdem quadrati cujus dimidium erit area trianguli ℞ c d pedum quadratorum 32; Productus, qui orietur ex recta ℞ i pedum 6 in ſe ipſam ducta erit area ejusdem quadrati, cujus dimidium erit area trianguli ℞ i l pedum quadratorum 18; Productus, qui orietur ex recta d o pedum 13 in ſe ipſam ducta erit area ejusdem quadrati, cujus dimidium erit area trianguli d o R pedum quadratorum 84.50; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13 rectæ d o per pedes 8 rectæ S o æqualis ipſi c d, erit area rectanguli ſub d o, S o contenti pedum quadratorum 104; Productus, qui orietur ex recta R W pedum 21 in ſe ipſam ducta, erit area quadrati ejusdem, cujus dimidium erit area trianguli R W Æ pedum quadratorum 220. 50. --; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ R W per pedes 21 rectæ R S erit area rectanguli, ſeu quadrati ſub S R, R W contenti pedum quadratorum 441; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4 rectæ g n per pedes 9 rectæ h g erit area rectanguli ſub h g, g n pedum quadratorum 39; Productus, qui orietur ex recta ℞ B pedum 54 in ſe ipſam ducta erit area ejusdem quadrati pedum quadratorum 2916, cujus dimidium pedum quadratorum 1458 erit area trianguli ℞ B A; Productus, qui orietur ex recta l ff æquali rectæ i X pedum 36 in ſe ipſam ducta erit area ejus-

dem

dem quadrati, cujus dimidium pedum quadratorum 648 erit area trianguli l ff Æ, & ſic area totius quadrati A B ℞ B erit pedum quadratorum 2916.

Areas in figura 11 exiſtentes in pedibus quadratis invenire.

Prop. XXXV. Probl.

PRoductus, qui orietur ex multiplicatione pedum 6.1.3.8⅞ rectæ ℞ c per pedes 8 rectæ c d erit area rectanguli ſub ℞ c, c d comprehenſi, cujus dimidium erit area trianguli ℞ c d pedum quadratorum 24.55.41.66; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13 rectæ o R per pedes 9 9.7.5 rectæ d o erit area rectanguli ſub o R, d o compræhenſi, cujus dimidium pedum quadratorum 64.83.75.-- erit area trianguli d o R; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 8 rectæ S o per pedes 9.9.7.5 rectæ d o erit area rectanguli ſub d o, S o comprehenſi pedum quadratorum 79.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4 rectæ n R per pedes 3.0.6.9 rectæ g n erit area rectanguli ſub n R, g n comprehenſi, cujus dimidium erit area trianguli g n R pedum quadratorum 6.13.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ W Æ per pedes 16.1.2.4 rectæ R W erit area rectanguli ſub W Æ, R W comprehenſi, cujus dimidium erit area trianguli R W Æ pedum quadratorum 169.30.20.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 12 rectæ G A per pedes 9.2.0.8 rectæ Æ G erit area quadrati ſub G A, Æ G compræhenſi, cujus dimidium erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 55.24.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ S R per pedes 16.1.2.4 rectę R W erit area rectanguli ſub S R, R W comprehenſi pedum quadratorum 338.60.40.0; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ X W per pedes 9.2.0.8 rectæ X B erit area rectanguli ſub X W, & X B contenti, ſeu ipſi æqualis rectanguli ſub W Æ, Æ G contenti pedum quadratorum 193.36.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 9 rectæ h g per pedes 6.9.0.6 rectæ d h erit area rectanguli ſub h g, d h contenti, cujus dimidium erit area trianguli d h g pedum quadratorum 31.07.70.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione

pedum

pedum 9 rectę h g per pedes 3.0.6.9 erit area rectanguli ſub h g, g n contenti pedum quadratorum 27.62.10.0; Aggregatum pedum quadratorum 169.30.20.-- trianguli R W Æ areæ, & pedum quadratorum 193.30.80.-- areæ rectanguli W Æ G Q erit area trapezij R Q G Æ pedum quadratorum 362.67.0; Aggregatum pedum quadratorum 31.07.70.0 areæ trianguli d h g, & pedum quadratorum 27.62.10 areæ rectanguli h o n g, erit area trapezij d o n g pedum quadratorum 58.69.80.--; Productus, qui orietur ex multicatione pedum 54 rectæ B A per pedes 41.4.4.5¹⁄₇ rectæ ℞ B erit area rectanguli ſub ℞ B, B A contenti, cujus dimidium erit area trianguli ℞ B A pedum quadratorum 1119.02.40.--, & ſic area totius trapezij A B ℞ B erit pedum quadratorum 2238.04.80.--

Areas in figura 12 exiſtentes in pedibus quadratis invenire.

Prop. XXXVI. Probl.

PRoductus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13.8.5.6 rectæ ℞ c per pedes 8 rectæ c d erit area rectanguli ſub ℞ c, c d contenti, cujus dimidium erit area trianguli ℞ c d pedum quadratorum 55.42.40.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 22.5.1.6 rectæ d o per pedes 13 rectæ o R erit area rectanguli ſub d o, o R, contenti, cujus dimidium erit area trianguli d o R pedum quadratorum 146.35.40.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 22.5.1.6 rectæ d o per pedes 8 rectę S o erit area rectanguli ſub d o, S o contenti pedum quadratorum 180.12.80.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 6.9.2.8 rectæ g n per pedes 4 rectæ n R erit area rectanguli ſub g n, n R contenti, cujus dimidium erit area trianguli g n R pedum quadratorum 13.85.60.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 36.3.7.2 rectæ R W per pedes 21 rectæ W Æ erit area rectanguli ſub R W, & W Æ contenti, cujus dimidium erit area trianguli R W Æ pedum quadratorum 381.90.60.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ Æ G per pedes 12 rectæ G A erit area rectanguli ſub Æ G, G A contenti; cujus dimidium erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 124.70.40.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 36.3.7.2 rectæ R W per pedes 21

rectæ S R erit area rectanguli ſub R W, & S R contenti pedum quadratorum 763.81.20.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ X B per pedes 21 rectæ X W erit area rectanguli ſub X B, X W contenti, ſeu ipſi ſimilis, & æqualis rectanguli ſub rectis W Æ, Æ G contenti pedũ quadratorum 436.46.40.00; Aggregatum pedum quadratorum 381. 90. 60.00 areæ trianguli R W Æ, nec non pedum quadratorum 436.46.40.00 areæ rectanguli W Q G Æ erit area trapezij R Q G Æ pedum quadratorum 818. 37.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 15.5.8.8 rectæ d h per pedes 9 rectæ h g erit area rectanguli ſub d h, h g contenti, cujus dimidium erit area trianguli d h g pedum quadratorum 70.14.60.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped. 6. 9.2.8 rectæ g n per pedes 9 rectæ h g erit area rectanguli ſub g n, h g contenti pedum quadratorum 62.35.20.--; Aggregatum pedum quadratorum 70 14.60.00 areæ trianguli d h g, & pedum quadratorum rectanguli h o n g, 62.35.20 erit area trapezij, d o n g pedum quadratorum 132.49.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ G Æ per pedes 12 rectæ G A erit area rectanguli ſub Æ G, G A contenti, cujus dimidium erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 124.70.40; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 93.5.2.8 rectæ ℞ B per pedes 54 rectæ B A erit area rectanguli ſub ℞ B, B A contenti, cujus dimidium erit area totius trianguli ℞ B A pedum quadratorum 2525. 25.60.--

Aream totius plani horizontalis invenire.

Prop. XXXVII. Probl.

Figura IX.

VT area rectanguli E 2, 3, ζ, exiſtentis in medietate cortinæ nota fiat ducendi ſunt pedes 54 latitudinis totius valli in pedes 240 longitudinis exterioris medietatis cortinæ E 2, & ex producto conſurget area rectanguli E 2, 3, ζ, pedum quadratorum 12960; cumque inventa ſit linea G E pedum 22.8.5.9; invenietur area rectanguli G Y θ E, ducendo prædictos pedes in pedibus 54 latitudinis valli G Y, eaque reperietur pedum quadratorum 1234. 42.20.--, pari modo prodibit area rectanguli Z Σ W Y ducendo

pedes

pedes 54 latitudinis valli Z Y, ſeu Σ W in pedes 105. 0. 2. 6 rectæ Z Σ, ſeu Y W, & productus erit area rectanguli ſub Z Y, & Z Σ pedum quadratorum 5671. 40. 40. --; his peractis in unam ſummam colligantur areæ omnium figurarum, nempe trianguli N Σ W, rectanguli Σ Z Y W, trapezij Z a G Y, rectanguli Y G E θ, quadrati θ E ζ λ, & rectanguli E 2, 3, ζ, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 27545. 13. --, cujus duplum pedum quadratorum 55090. 26 erit area plani horizontalis totius valli in uno latere munimenti exiſtentis, quod ſi recta N * interſecaverit quadratum θ E ζ λ θ, invenienda eſt area trianguli *, λ, 4, cumque latus * λ inventum ſit pedum 3. 6. 2. 4, ſi in ſe ipſum ducatur, prodibit ejus quadratum pedum quadratorum 13. 13. 33. 76, cujus dimidium pedum quadratorum 6. 56. 66. 88 erit area trianguli *, λ, 4, quibus ablatis à pedibus 27545. 13, remanebunt pedes 27538. 56. 33. 12, cujus duplum pedum quadratorum 55077. 12. 66. 24 erit area plani horizontalis totius valli in hoc caſu.

Areas plani horizontalis loricæ inferioris invenire.

Prop. XXXVIII. Probl.

CUm trapezium k z x w exiſtens in antemurale æquale ſit trapezio exiſtente in plano horizontale loricæ ſuperioris R P Q, Figura IX.
area unius æqualis erit areæ alterius, eadem ratione area quadrati H Æ h X erit ęqualis areę quadrati T V + S, & area trianguli M ç n ęqualis erit areæ trianguli ℞ Γ Δ, ideoque area trapezij k z x w erit pedum quadratorum 172. 64. 00. --, area quadrati H Æ h X erit pedum quadratorum 225. --, & area trianguli ℞ Γ Δ erit pedum quadratorum 194. 85. --; ut vero area rectanguli w K M ç innoteſcat, ducantur pedes 15 latitudinis antemuralis in pedes 269. 9. 9. 1 rectę w ç, & invenietur area quęſita pedum quadratorum 4049. 86. 50. --, & ut reperiatur area rectanguli h X k z ducantur pedes 15 latitudinis loricæ inferioris in pedes 46. 5. 1. 2 rectæ h z,

Digitized by Google

cujus productus erit area rectanguli h X k z pedum quadratorum 297.68.--; tandem ut conſurgat area rectanguli δβ s u, ducantur pedes 15 latitudinis loricæ inferioris comprehenſo ſcabello, nempe rectæ δβ in pedes 213 rectæ δ s, (cujus duplum inventum eſt pedum 426 in prop: 29 hujus libri) & prodibit area ejusdem rectanguli pedum quadratorum 3195; his peractis in unam ſummam colligantur areæ omnium figurarum, nempe quadrati Æ H X h, rectanguli X h z K trapezij K z x ⱳ, rectanguli ⱳ K M ç, trianguli M ç n, & rectanguli δβ s u, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 8135. 03. 50, cujus duplum pedum quadratorum 16270. 07. -- erit area plani horizontalis totius loricæ inferioris, ſeu antemuralis in uno latere munimenti exiſtentis.

Areas plani horizontalis loricæ exterioris invenire.

Prop. XXXIX. Probl.

Figura 9. 13. 14. PLanum horizontale loricæ exterioris 5, 19, 17, 16, componitur ex triangulo 16, 17, 23, rectangulo 17, 23, 5, 18, atque triangulo 5, 18, 19; triangulum verò 16, 17, 23 continet alia triangula, & rectangula, ut in figura 14 apparet, in qua cum omnes figuræ; quæ continentur à triangulo g s R ſint æquales figuris contentis à triangulo g n R figuræ 13 area dicti trianguli erit pedum quadratorũ 13. 85. 60. -- & area rectanguli u y s g invenietur ducendo pedes 6.9.2.8 rectæ s g in pedes 69 latitudinis inclinationis loricæ g u, eritque pedum quadratorum 478.03.20, & productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 119. 5. 1. 1 rectæ l u per pedes 69 rectæ g u latitudinis inclinationis loricæ erit area rectanguli ſub l u, u g contenti, cujus dimidium erit area trianguli l u g pedum quadratorum 4123. 12. 95. 00, totaque area trianguli R y l prodibit ducendo pedes 73 rectæ R y in pedes 126. 4. 3. 9, productumque biſſecando, & reperietur pedum quadratorum 4615. 02. 35; his

per-

peractis conſiderandum eſt triangulum 5,18,19, ſeu triangulum ℞ S R figuræ 13, in quo area trianguli ℞ f g conſurget ducendo pedes 18.4.8.7 rectæ f g in pedes 69 recte ℞ f, & dimidium producti erit area trianguli ℞ f g pedum quadratorum 637. 80. 15; area trianguli g p T prodibit ducendo ped:0.2.0.0 rectæ p T in ped. 0.7. 5.0. rectæ, g p eritque dimidium producti ped: quadrat: 0.07.50. 00; area trianguli i g n R reperietur ducendo ped:1.0.7.9 rectæ n R in pedes 4 rectæ g n, & dimidium producti pedum quadratorum 2. 15. 80 erit area prædicti trianguli; & area trianguli ℞ S R prodibit ducendo pedes 19.5.5.7 rectæ S R in pedes 73 rectæ ℞ S, & erit dimidium producti area quæſita pedum quadratorum 713. 83.05, At productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 73 rectæ 17,23, per pedes 660.9.9.0 erit area rectanguli 18,5,23, 17, pedum quadratorum 48252.27.00; Tandem in unam ſummam colligantur omnes areæ prædictæ, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 53581.12.40 area plani totius rectanguli 16,17,19,5. Figura XIII. Figura IX.

Areas plani acclivitatis foſſæ tam interioris quam exterioris invenire.

Prop. XL. Probl.

Linea l c, quæ eadem eſt ac linea L C figuræ 9, inventa eſt ſuo loco pedum 347:4.7.2, & linea p i, ſeu ipſi æqualis b m ped: 322. 4.7.8, quibus multiplicatis per pedes 10 latitudinis baſis acclivitatis foſſæ p b, area rectanguli p b i m conſurget pedum quadrat: 3224.78.00; ut vero inveniatur area triangulorum l i m, b p c, ſeu c p d indaganda prius ſunt latera l m, b c; fiat igitur ut ſinus totus ad latus i m pedum 10, ita 173205 tangens anguli l i m grad: 60 ad latus l m, quod invenietur pedum 17. 3. 2. ½, deinde, ut ſinus totus ad latus b p pedum 10, ita 76732 tangens anguli b p c gr: 37. 30 ad latus c b, ſeu c d, quod invenietur pedum 7.6.7.3½, quibus inventis, areæ prædictorum triangulorum prodibunt ex dimidio producti, qui orietur ex multiplicatione baſis per ejus perpendiculum, eritque area trianguli l i m pedum quadrat. 86.60.25.00; cui æqualis Figura VIII.

erit area trianguli I q n, cum hæc duo triangula ſint æqualia, & area trianguli c p b, ſeu c p d erit pedum quadratorum 38. 36. 75. 00, area quoque trianguli A o a nota fiet ducendo quantitatem baſis o a in quantitatem perpendiculi A o, at quia nondum inventa eſt baſis o a, fiat ut ſinus totus ad latus A o pedum 10, ita 26794 tangens anguli o A a grad: 15 ad baſim o a, quæ invenietur pedum 2.6.7.9, quibus ductis in pedes 10 perpendiculi A o, productoque bifariam diviſo, prodibit area trianguli A o a pedum quadratorum 13.39.50; Cum autem recta a n inventa ſit pedum 627.5 5.4, ablatis ab ipſa ped: 2.6.7.9 rectæ o a, remanebit recta n o pedum 624.8.7.5, qui multiplicati per pedes 10 rectæ n q, ſeu A o conſtituent aream rectanguli q n o A pedum quadratorum 6248.75.00, latusque c d inventum pedum 7.6.7.3½ auferatur à tota h c inventa pedum 54.2.9.9, & remanebit recta d h pedum 46.6.2.5½, quibus multiplicatis per pedes 10 rectæ p d, prodibit area rectanguli p d e h pedum quadratorum 466.25.50.00; area verò quadrati e f g h conſurget ducendo pedes 10 lateris f g, ſeu g h in ſe ipſos, eritque pedum quadratorum 100.00, & area rectanguli h g r B invenietur ducendo pedes 10 rectæ h g in pedes 197 rectæ h r, & conſurget area rectanguli ſub g h, h r contenti pedum quadratorum 1970; his peractis in unam ſummam colligantur prædictæ areæ, nempe trianguli I n q, rectanguli A o n q, trianguli A o a, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 6347.99. 75.00, cuius duplum pedum quadratorum 12695.99.50.00. erit area totius plani baſis acclivitatis exterioris; deinde in unam ſummam colligantur reliquæ areæ, nempe trianguli l i m, rectanguli m i p b trapezij c b p d, rectanguli p d e h, quadrati e f g h, & rectanguli g h r B, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 5924.37.25, cujus duplum pedum quadratorum 11848.74.50.— erit area plani baſis acclivitatis interioris.

Aream latitudinis ſuperioris foſſæ invenire.

Prop. XLI. Probl.

Figura VIII. A Puncto B exiſtente in medietate lineæ terminantis marginem foſſæ ante cortinam ad punctum A, in quo coeunt duæ lineæ for-

forcipis terminantis viam tectam, ducta perpendiculari ipſi O B recta B A, totum planum foſſæ ad illas partes exiſtens diviſum erit in duo plana inter ſe æqualia, quorum unumquodque figuram quamdam irregularem obtinebit, ideoque ut ejus area nota fiat ad plures figuras regulares reduci debet. Producatur igitur latus O E ad rectam A I uſque, ab ipſaque terminetur in puncto D, à quo ad rectam E G ducatur perpendicularis recta D F, cui parallela à puncto G ducatur recta G W, quæ erit perpendicularis ipſi A I, à qua terminatur, deinde à puncto A ad rectam O D ducatur recta A K parallela ipſi B O, & perpendicularis ipſi D O, à qua terminatur, & ſic totum planum A B O E G I continebit quinque figuras, nempe triangulum I W G, rectangulum W G F D, triangulum D F E, triangulum D A K, & rectangulum A B O K. His peractis invenienda ſunt latera uniuscujusque figuræ; conſideretur itaque triangulum rectangulum I W G, in quo noti ſunt omnes anguli per ea, quæ ſuperius dicta ſunt, notumque eſt latus W G pedum 72, continet enim latitudinem ſuperiorem foſſæ, quare ut latus I W innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus W G pedum 72, ita 173205 tangens anguli W I G grad: 60 ad latus W I, quod invenietur pedum 124.7.0.7, quo habito conſideretur triangulum rectangulum D E F, in quo notus eſt angulus rectus D F E, angulus D E F grad: 75 cum ſit complementum ad duos rectos anguli G E O gr: 105 (ut alibi dictum eſt) & per conſequens angulus E D F erit gr: 15, notumque eſt latus F D pedum 72, cum ſit æquale rectæ W G, quare ut latus F E innoteſcat fiat ut ſinus totus ad latus D F pedum 72, ita 26794 tangens anguli F D E grad: 15 ad latus E F, quod invenietur pedum 19.2.9.1, quibus ablatis à pedibus 322.4.7.8, remanebit recta G F pedum 303.1.8.7, cui æqualis erit recta W D, & ſic nota erunt latera rectanguli D F G W, & ut hypothenuſa D E conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus D F pedum 72, ita 103527 ſecans anguli F D E grad: 15 ad hypothenuſam D E, quæ invenietur pedum 74.5.3.9, quibus additis pedibus 56.6.2.6 rectę O E, tota D O prodibit pedum 131.1.6.5, ut denique latus D K notum fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum A D K, in quo notus eſt angulus rectus A K D, notus eſt angulus A D K grad: 75, cum ſit complementum anguli E D I grad: 105 æqualis angulo O E G propter duas parallelas D I, E G, & per conſequens angulus K A D erit grad: 15, notumque erit latus A K pedum 207, cum ſit æquale lateri

BO,

BO, eo quod ſunt duæ parallelæ inter duas parallelas nempe AB, KO incluſæ, quare ut latus KD innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus AK pedum 207, ita 2679.4 tangens anguli KAD grad: 15 ad latus DK, quod invenietur pedum 55.4.6.3, quibus ablatis à pedibus 131.1.6.5 rectæ DO, remanebit recta KO ped. 75.7.0.2, cui æqualis erit recta AB, & ſic nota erunt omnia latera prædictarum figurarum, quibus mediantibus earum areę inveniri poterunt; productus enim qui orietur ex multiplicatione pedum 124.7.0.7 lateris IW per pedes 72 lateris WG erit area rectanguli ſub IW, WG contenti, cujus dimidium erit area trianguli WGI pedum quadratorum 4489.45.20.-- ; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 303.1.8.7 lateris FG, ſeu DW per pedes 72 lateris WG, ſeu DF erit area rectanguli DFGW pedum quadratorum 21829.46.40; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 72 lateris DF per pedes 19.2.9.1 lateris EF erit area rectanguli ſub DF, FE contenti, cujus dimidium erit area trianguli DEF pedum quadratorum 694.47.60.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 207 lateris AK per pedes 55.4.6.3 lateris KD erit area rectanguli ſub AK, KD contenti, cujus dimidium erit area trianguli AKD pedum quadratorum 5740.42.05.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 207 lateris BO, ſeu AK per pedes 75.7.0.2 lateris AB, ſeu KO erit area rectanguli ABOK pedum quadratorum 15670.31.40.--, & ſic notæ erunt omnes areę prædictarum figurarum, quæ in unam ſummam colligantur, & erit eorum aggregatum pedum quadratorum 48414.12.65.-- area totius plani IABOEG, cujus duplum pedum quadratorum 96848.25.30.-- erit area latitudinis ſuperioris foſſæ ad illas partes, à qua ablatis areis acclivitatis interioris & exterioris ſimul ſumptis prodibit area latitudinis inferioris foſſę pedum quadratorum 72363.51.30.00.

Corporum ſolidorum in figura 10 exiſtentium quantitates invenire.

Prop. XLII. Probl.

COgnitis areis in planis tam horizontalibus, quam verticalibus exiſtentibus, quantitates corporum ſolidorum, quæ ſuper eadem

eadem plana ellevantur, in pedibus cubicis inveniri poterunt; nam ſi corpus figuram piramidis habebit, ejus ſoliditas invenietur ducendo aream baſis in altitudinem, eritque tertia pars producti ſoliditas quæſita per prop:7 lib:12 Eucl:ſi priſmatis, vel parallelepipedi, ejus ſoliditas prodibit ducendo aream baſis in altitudinem. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 72 areæ trianguli ÆGA per pedes 12 altitudinis XF erit pedum cubicorum 864, cujus tertia pars pedum cubicorum 288 erit ſoliditas piramidis ſuper baſim ÆGA ellevatæ habentis altitudinem XF; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 648 areæ trianguli l ff Æ per pedes 12 altitudinis iC erit ſoliditas priſmatis triangularis ſuper baſim l ff Æ ellevati tantæ altitudinis quantæ eſt linea iC, eritque pedum cubicorum 7776; Pedes 6 rectæ il ducti in pedes 12 altitudinis iC conſtituent aream rectanguli ſub il, iC contenti pedum quadratorum 72, quibus multiplicatis per pedes 6 rectæ ℞i, & producto trifariam diviſo conſurget ſoliditas piramidis ſcalenæ, in qua rectangulum antedictum ſe habebit loco baſis, recta vero ℞i loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 144; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 216 areæ rectanguli l i X ff per pedes 12 altitudinis XF, ſeu iC erit ſoliditas parallelepipedi ſuper baſim l i X ff ellevati tantæ altitudinis, quantæ eſt recta XF pedum cubic. 2592.-; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4 areæ trianguli CMD per pedes 6 rectæ cm erit ſoliditas priſmatis triangularis, in quo triangulum CMD ſe habebit loco baſis, recta vero cm loco altitudinis pedum cubicorum 24; Pedes 2 rectæ md ducti in pedes 4 rectæ MD conſtituunt aream rectanguli ſub dm MD contenti pedum quadratorum 8, quibus ductis in pedes 2 rectæ ml, productoque trifariam diviſo conſurget ſoliditas piramidis, in qua area rectanguli prædicti ſe habebit tamquam baſis, recta vero ml tamquam altitudo pedum cubicorum 5.333.333.333.⅓; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 36 areæ rectanguli DMLt per pedes 8 rectæ fh erit ſoliditas parallelepipedi, in quo recta fh ſtat loco altitudinis, rectangulum vero DMLt loco baſis, pedum cubicorum 288.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 40.50.-- areæ trianguli dhg per pedes 4 altitudinis MD erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis quantæ eſt linea

M D ſuper d h g ellevati pedum cubicorum 162.-- ; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli D E t per pedes 8 rectæ f h, ſeu c d erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum D E t ſe habebit loco baſis recta vero f h loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 72; Pedes 9 rectæ h g ducti in pedes 2 rectæ E t conſtituunt aream rectanguli ſub h g, E t contenti pedum quadratorum 18, quibus multiplicatis per pedes 9 rectæ d h, oritur productus, cujus tertia pars pedum cubicorum 54 erit ſoliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum ſe habebit loco baſis, recta vero d h loco altitudinis; Pedes 4 rectæ L I multiplicati per ped: 1.5.-- rectæ I b conſtituunt aream rectanguli ſub L I, I b contenti pedum quadratorum 6, quibus multiplicatis per pedes 17 rectæ S n, ſeu f g conſurgit ſoliditas pallelepipedi, in quo rectangulum ſupradictum ſe habet loco baſis, rectaque S n loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 102; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.68.75 areæ trianguli E s K per pedes 17 rectæ V p æqualis ipſi g f, erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum s E K ſe habet loco baſis, rectaque V p loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 28.687.500.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 8 areæ trianguli g n R per ped: 1.5 -- rectæ I b erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis quantæ eſt recta I b ſuper baſim g n R ellevati pedum cubicorum 12; Tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 0.28.12.50 areæ trianguli g p T per pedes 4. 5.-- rectæ s E erit ſoliditas piramidis tantę altitudinis, quantæ eſt recta s E ſuper baſim g p T ellevatæ ped: cub: 0.421.875.-- Prædicti pedes cubici omnium corporum ſolidorum ſi in unam ſummam colligantur erit eorum aggregatum pedum cubicorum 11548.442.708.333⅓, cujus duplum pedum cubicorum 23096.885.416.666⅔ erit ſoliditas omnium corporum ſimul ſumptorum, quæ ſuper areis exiſtenibus in quadrato R B A B ellevantur; at ſi ex quadrato G Æ G A recta λβ abſcindet triangulum A β λ, cujus area inventa eſt pedum quadratorum 6.56.66.88, indaganda erit ejus ſoliditas, quę reperietur ducendo prædictos pedes quadratos areæ in ped: 1. 8. 1.2 altitudinis ζω æqualis rectæ δθ, productumque trifariam dividendo, & erit pedum cubicorum 3.966.279.552, quibus ablatis à pedibus cubicis 23096.885.416.666.⅔, remanebunt pedes cubici 23092.919.137.114⅔ tantaque erit ſoliditas figuræ 10 in hoc caſu.

Cor-

Corporum ſolidorum in figura II exiſtentium quantitates invenire.

Prop. XLIII. Probl.

EAdem ratione invenientur corpora ellevata ſuper areas in tertia figura exiſtentes, tertia enim pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 24.55.41.66 areæ trianguli ℞cd per pedes 16 rectæ PD, erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ eſt recta PD ſuper baſim ℞cd ellevatæ pedum cubicorum 130.955.552.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64.83.75.-- areæ trianguli doR per pedes 13.5.0.0. rectæ Qb erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis quantæ eſt recta Qb ſuper baſim doR ellevati pedum cubic: 875.306.250.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 58.69.80. areæ trapezij dong per pedes 2. 5.-- rectæ st erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta st ſuper baſim dong ellevati pedum cubicorum 146.745.--; Tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 31.07.70.-- areæ trianguli dhg per pedes 2 rectæ Et erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ eſt recta Et ſuper baſim dhg ellevatæ pedum cubicorum 20. 718.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4. 5.-- rectæ sE per ped: 0.5. 7. 5½ rectæ pg erit area rectanguli ſub sE, pg contenti pedum quadratorum 2.58.97.50, quibus multiplicatis per ped: 0.75.0 rectæ pT, productoque trifariam diviſo, conſurget ſoliditas piramidis, in qua rectangulum ſupradictum ſe habet loco baſis, recta vero pT loco altitudinis, eritque ped: cubic: 0. 647.437.500; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli DEt per ped: 3.0.6. 9 rectæ gn erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum DEt ſe habebit loco baſis, recta vero gn loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 27.621.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.68.75.-- areæ trianguli sEK per pedes 2.4.9.3 rectæ pn erit area priſmatis, in quo triangulum sEK ſe habebit loco baſis recta pn loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 4.206.937.500; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64 areæ trianguli BDP per pedes 9.9.7.5 rectæ do erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum DBP ſe habe-

habebit loco baſis, recta vero d o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 6;8.400.--; Productus qui, orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 362. 67.-- areæ trapezij R Q G Æ per pedes 12 rectæ Q I erit area priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta Q I ſuper paſim R Q G Æ ellevatæ pedum cubicorum 4352. 040. --; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 9. 2. 0. 8 rectæ Æ G per pedes 12 rectæ G F erit area rectanguli ſub Æ G, G F contenti pedum quadratorum 1 10. 49. 60. --, quibus multiplicatis per pedes 12 rectæ G A, productoque trifariam diviſo conſurget ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta G A, in qua rectangulum prædictum erit loco baſis, eritque pedum cubicorum 441. 984.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 272. 68. 75 areæ tapezij B D E b Q per pedes 25. 3. 3. 2 rectæ R Q erit ſoliditas priſmatis, in quo trapezium prædictum ſe habet loco baſis, recta vero R Q vel S B loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 6907. 716. 759.--. Prædictæ quantitates, ſi in unam ſummam colligantur, erit eorum aggregatum pedum cubicorum 13546. 343. 925. 500, cuius duplum pedum cubicorum 27092. 687. 850.-- erit ſoliditas illius partis valli, quæ intra trapezium R B A B figuræ 11 exiſtit.

Corporum ſolidorum in figura 12 exiſtentium quantitates invenire.

Prop. XLIV. Probl.

SIc procedendo corpora ſolida exiſtentia in figura 12 nota fient; tertia pars itaque producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 55. 42. 40. areæ trianguli R c d per pedes 16 rectę P D erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta P D ſuper baſim R c d ellevatæ pedum cubicorum 295. 594. 666. 666⅔; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 146. 35. 40.-- areæ trianguli d o R per pedes 13. 5.-- rectæ Q b erit ſoliditas prismatis tantæ altitudinis quantæ, eſt recta Q b ſuper baſim d o R ellevatæ pedum cubicorum 1975. 779.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 132. 49. 80 areę trapezij d o n g per pedes 2. 5.-- rectæ s t erit area priſmatis tan- altitudinis, quantæ eſt recta s t ſuper baſim d o n g ellevati pedum

dum cubicorum 331.245.--; tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 70.14.60.--areæ trianguli d h g per pedes 2 rectæ E t erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ eſt recta E t ſuper baſim d h g ellevatæ pedum cubicorum 26.764.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4.5.-- rectæ s E per ped:1.2.9.9 rectæ g p erit area rectanguli ſub s E, g p contenti pedum quadratorum 5.84.55, quibus multiplicatis per ped:0.7.5.0 rectę p T, productoque trifariam diviſo, conſurget ſoliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum ſe habet loco baſis, rectaque p T loco altitudinis, eritque ped: cubic:1.461.341.666.⅔; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat:1.68.75 areæ trianguli s E K per pedes 5.6.2.9 rectæ n p erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum s E K ſe habebit loco baſis recta vero n p loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 9.498.937.500; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli D E t per pedes 6.9.2.8 rectæ n g erit ſoliditas prismatis, in quo triangulum D E t ſe habebit loco baſis, recta vero n g loco altitudinis, eritq; pedum cubicorum 62.352.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64 areæ trianguli D B P per pedes 22.5.1.6 rectæ d o erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum D B P ſe habet loco baſis, rectaque d o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 1441.024.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 272.68.75.--areæ trapezij B D E b Q per pedes 57.1.5.6 rectæ R Q erit ſoliditas priſmatis, in quo trapezium B D E b Q erit loco baſis, rectaque R Q loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 15585.726.750.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 818.37.--areæ trapezij R Q G Æ per pedes 12 rectę Q I erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta Q I ſuper trapezium prædictum ellevati pedum cubicorum 9820.440.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ G Æ per pedes 12 rectæ G F erit area rectanguli ſub Æ G, G F contenti pedum quadratorum 249.40.80.--, quibus multiplicatis per pedes 12 rectæ G A, productoque trifariam diviſo, conſurget ſoliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum ſe habebit loco baſis, recta vero G A loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 997.632.--. Hæ omnes quantitates in unam ſummam collectæ conſtituent ſoliditatem illius

 partis

partis valli,quæ intra triangulum figuræ 12 exiſtit pedum cubicorum 30547.517.695.166⅓.

Soliditatem totius valli invenire.

Prop. XLV. Probl.

Figura IX. SUperius dictum eſt rectam Z Σ eſſe pedum 105.0.2.6, rectam G E pedum 22.8.5.9, rectamque E 2 pedum 240 ſuppoſito munimento quadrato. His præcognitis pedes,quadrat. 596.68.75.-- areæ plani verticalis totius valli multiplicentur per ped: 105.0.2.6 rectæ Z Σ,deinde per pedes 22.8.5.9 rectæ G E, tertio per pedes 240 rectæ E 2 & ſoliditas conſurget prismatum, in quibus area verticalis plani valli ſtabit loco baſis in omnibus,lineæ vero Z Σ, G E, E 2 ſtabunt loco altitudinis, eritque ſoliditas prismatis exiſtentis in facie pedum cubicorum 62662.701.375.--,prismatis exiſtentis in ala, pedum cubicorum 13640.077.354.166⅔, prismatis exiſtentis in medietate cortinæ pedum cubicorum 143205.-- Colligantur denique in unam ſummam pedes cubici omnium corporum ſolidorum in prædictis figuris exiſtentium,eritque eorum aggregatum pedum cubicorum 300249.869.691.--, cuius duplum erit ſoliditas totius valli ſuper uno latere polygoni conſtructi pedum cubicorum 600499.739.382--, ſeu 600485.773.102.448.--

Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in quadrato terminante alam propugnaculi, & cortinam in lorica inferiori invenire.

Prop. XLVI. Probl.

Figura X. SOliditas piramidis,in qua rectangulū contentū ſub M D, & m d ſtat loco baſis,& recta m l loco altitudinis,cum eadē ſit, ac in lorica valli continebit pedes cubicos 5.333.333.333⅓,eademq; ratione priſma tantæ altitudinis,quātæ eſt recta M D ſuper baſim d h g ellevatū continebit pedes cubicos 162.--piramis in qua rectangulū ſub

rectis

rectis h g, E t contentum ſtat loco baſis, recta vero d h loco altitudinis continebit pedes cubicos 54. --; priſma tantæ altitudinis quantę eſt recta I b ſuper baſim g n R ellevatū continebit pedes cubicos 12. -- ; piramis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta s E ſuper baſim g p T ellevata continebit ped: cubic: 0.421.875. --; Cæterorum corporum vero quantitates invenientur eo modo, quo ſupra ; productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadrat: 36. areæ rectanguli D M L t per pedet 2 rectæ m d erit ſoliditas paralelepipedi, in quo rectangulum prædictum ſtat loco baſis recta vero m d loco altitudinis pedum cubicorum 72. --; productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli D E t per pedet 2 rectæ m d erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum D E t ſtat loco baſis, recta vero m d loco altitudinis pedum cubicorum 18. --; productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 6. -- areæ rectanguli s L I b per pedes 11. -- rectæ y n erit ſoliditas parallelepipedi, in quo rectangulum prædictum ſtat loco baſis, rectaque y n loco altitudinis, pedum cubicorum 66. --; productus qui orietur ex multiplicatione pedis quadrati 1. 68.75. -- areæ trianguli s E K per pedes 11 rectæ g ε, erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum s E K ſe habet loco baſis, rectaque g ε loco altitudinis pedum cubicorum 18.592.500. His cognitis, pedes cubici omnes prædictarum figurarum in unam ſummam colligantur, eritque eorum aggregatum pedum cubicorum 408. 317. 708.333 cujus duplum erit ſoliditas illius partis loricæ quæ intra antedictum quadratum includitur pedum cubicorum 816. 635. 416.666.

Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in trapezio terminante faciem, & alam prupugnaculi in lorica inferiori invenire.

Prop. XLVII. Probl.

Soliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ eſt recta E t ſuper baſim d h g ellevatæ cum eadem ſit ac in vallo continebit ped: 20.718. Eadem ratione piramis, in qua rectangulum ſub g p, & s E contentum ſtat loco baſis, & recta p T loco altitudinis, continebit pedes cubicos 647.437.500. --; Priſma in quo triangulum D E t **Figura XI.**

extat

extat loco baſis, rectaque g n loco altitudinis continebit ped: cub: 27.621.--; Priſma, in quo triangulum s E K ſtat loco baſis, rectaque p n loco altitudinis continebit pedes cubicos 4.206.937.500. At cæterorum corporum quantitates invenientur modo ſuperius dicto; tertia pars itaque producti, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.53.46.66 areæ trianguli l m d per pedes 4 rectę M D erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta M D ſuper baſim l m d ellevatæ pedum cubicorum 2.046.221.333; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4 trianguli D C M per pedes 9.9.7.5 rectæ d o erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum D C M ſtat loco baſis, rectaque d o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 39.900.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64. 83.75. areæ trianguli d o R per pedes 1.5.0.0 rectæ I b erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta I b ſuper baſim d o R ellevati pedum cubicorum 97.256.250.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 27.62.10 areæ trapezij d o n g per pedes 2.5.-- rectæ s t erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta s t ſuper baſim d o n g ellevati pedum cubicorum 146.745.-- Hi pedes cubici omnium prædictarum figurarum ſi in unam ſummam colligantur erit eorum aggregatum pedum cubicorum 339.140.846.333, cujus duplum erit ſoliditas illius partis loricæ, quæ intra trapezium incluſa eſt, pedum cubicorum 678.281.692.666.

Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in triangulo terminante faciem in lorica inferiori invenire.

Prop. XLVIII. Probl.

SOliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ eſt recta E t ſuper baſim d h g ellevatæ, cum eadem ſit ac in vallo continebit pedes cubicos 86.794.--; eademque ratione piramis, in qua rectangulum ſub g p, e s E contentum ſtat loco baſis, & recta p T loco altitudinis continebit ped: cubic: 1.461.341.666 $\frac{2}{3}$; priſma, in quo triangulum s E K ſtat loco baſis, rectaque p n loco altitudinis erit pedum cubicorum 9.498.937.500.--; priſma, in quo triangu-

Figura XII.

lum

ſum D E t ſtat loco baſis, rectaque g n loco altitudinis continebit pedes cubicos 62. 352.--, cætera vero invenientur modo dicto. Productus itaque,qui orietur ex multiplicatione pedum quadrat. 64.83.75.-- areæ trianguli d o R per ped. 1.3.-- rectæ I b, erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta I b ſuper baſim d o R ellevatæ pedum cubicorum 219.531.--; Productus,qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 58.69.80.-- trapezij d o n g per pedes 2.5.-- rectæ s t erit ſoliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta s t ſuper baſim d o n g ellevati pedum cubicorum 331.245.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4 areæ trianguli D C M per pedes 22.5.1.6 rectę d o erit ſoliditas priſmatis,in quo triangulum D C M ſtat loco baſis,rectaque d o loco altitudinis eritque pedum cubicorum 900.640.-- tertia pars producti,qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 3.46.40.--areæ trianguli l m d per pedes 4 rectæ M D erit ſoliditas piramidis tantę altitudinis,quantæ eſt recta M D ſuper baſim l m d ellevatæ pedum cubicorum 4.618.666.666$\frac{2}{3}$. Hæ quantitates omnes ſi in unam ſummam colligantur,erit eorum aggregatum pedum cubicorum 1556.110.945.833$\frac{1}{3}$, totidemque pedes continebit ſoliditas illius partis loricæ, quæ intra triangulum prædictum incluſa eſt.

Soliditatem totius loricæ inferioris invenire.

Prop. XLIX. Probl.

Linearum interius, & exterius terminantium loricam inferiorem,quantitates cum ſuperius inventæ ſint, nota erunt latera maiora rectangulorum , quæ à quadrato trapezio, & triangulo terminantur, ideoque latus M K, ſeu ç w continebit pedes 269. 9. 9.1, latus K X, ſeu z h continebit pedes 46.5.1.2, dimidiumque lateris exterioris ante cortinam ♂ h pedes 213; quibus præcognitis multiplicentur pedes quadrati 56.68.75.-- areę plani verticalis loricæ exterioris per pedes prædictorum laterum,& conſurget ſoliditas priſmatum, in quibus omnibus area plani verticalis prædicta erit loco baſis,lineę vero M K, K X, h ♂ erunt loco altitudinis,eritque ſoliditas priſmatis ante faciem pedum cubicorum 15304.505. 500.--; priſmatis exiſtentis ante alam propugnaculi pedum cubi- *Figura IX.*

 corum

Digitized by Google

corum 2636.649.-- priſmatis ante medietatem cortinæ pedum cubicorum 12074.437.500.--. His ita conſtitutis colligantur quantitates omnium corporum ſolidorum exiſtentium in lorica, & erit eorum aggregatum pedum cubicorum 33066.620.055.165⅔, cujus duplum pedum cubicorum 66133.240.110.330⅓, erit ſoliditas totius loricæ ante unum latus polygoni exiſtentis.

Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in triangulo terminante forcipem ante faciem propugnaculi invenire.

Prop. L. Probl.

Figura XIIII.

IN triangulo prædicto, cum priſma, in quo triangulum s E K ſtat loco baſis, rectaq; q T loco altitudinis, ſit æqualis priſmati exiſtēti in lorica interiori, cōtinebit pedes cubicos 9.494.937.500, eademque ratione piramis, in qua rectangulum ſub s E, & g p contentum ſtat loco baſis, rectaque p T loco altitudinis continebit ped: cub: 1.461.341.666⅔; quantitates vero cæterorum corporum invenientur modo ſuperius dicto. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 13.856.60.-- areæ trianguli g n R per ped: 1.5.-- rectę R b erit ſoliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta R I ſuper baſim g n R ellevatę pedum cubicorum 20.784.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 207 areæ trianguli C E L per pedes 6.9.2.8 rectæ g n erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum C E L ſtat loco baſis, rectaque g n loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 1434.096.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4123.12.95 l u g per pedes 6.-- rectæ L E trifariam diviſum erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta E L ſuper baſim l u g ellevatæ pedum cubicorum 8246.259.-- Prædictæ quantitates omnes in unam ſummam collectæ conſtituunt ſoliditatem illius partis loricæ exterioris, quæ in triangulo incluſa extat pedum cubicorum 9712.099.279.166.

Quan-

Quantitates corporum ſolidorum exiſtentium in triangulo terminante forcipem ante medietatem cortinæ invenire.

Prop. LI. Probl.

TRiangulum 5, 19, 18, figure 9, ſeu ℞ S R figuræ 13, cum non conveniat cum aliquo ex triangulis in alijs figuris exiſtentibus quantitates omnes corporum ſolidorum in ipſo exiſtentium inveniendæ erunt. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 6 areæ rectanguli s f S b per pedes 18.4.8.7 rectæ f g erit ſoliditas parallelepipedi, in qua rectangulum ſupradictum ſtat loco baſis, rectaque f g loco altitudinis pedum cubicorum 110.922.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4 rectæ g n per ped: 1.0.7.0 rectæ n R bifariam diviſus erit area trianguli g n R pedum quadratorum 2.14.--, quibus ductis in ped: 1.5.--rectæ S b conſurget ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta S b pedum cubicorum 3.210.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat. 1.68.75 areæ trianguli s E K per pedes 18.4.8.7 f g erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum s E K ſtat loco baſis, rectaque f g loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 31.196.812.500; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: 0.7.5.0 rectæ g p per ped: 0.2.0.0 rectæ p T bifariam diviſus erit area trianguli g p T ped: quadrat: 0.07.50.-- quibus ductis in ped: 4.5.--rectæ s E, productoque trifariam diviſo, conſurget ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta s E ſuper baſim g p T ellevatæ ped: cubic: 0.112.500.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 18.4.8.7 rectæ f g per pedes 6 rectæ f E erit area rectanguli ſub f g f E contenti pedum quadratorum 119.92.20.--, quibus ductis in ped: 69 rectæ ℞ f, productoque trifariam diviſo, conſurget quantitas piramidis, in qua rectangulum prædictum ſtat loco baſis, rectaque ℞ f loco altitudinis pedum cubicorum 2551.206.--. Supradictæ quantitates in unam ſummam collectæ conſtituent ſolidita-

Figura XIII.

Digitized by Google

tem illius partis loricæ exterioris, quæ intra prędictum triangulum includitur, pedum cubicorum 2699.647.312.500.

Soliditatem totius loricæ exterioris invenire.

Prop. LII. Probl.

Figura IX. PEdes 214.68.75 areæ totius plani verticalis loricæ exterioris multiplicati per pedes 640.2.0.5 rectæ 17, 18, conſtituent ſoliditatem priſmatis, in qua area verticalis loricæ exterioris ſtat loco baſis, recta vero 17, 18, loco altitudinis pedum cubicorum 137444.010.937.500 His præcognitis in unam ſummam colligantur pedes cubici trium prædictarum figurarum, eritque eorum aggregatum pedum cubicorum 149852.757.529.166, cujus duplum pedum cubicorum 299705.515.058.332 erit ſoliditas totius loricæ exterioris ante unum latus polygoni.

Soliditatem acclivitatis tam interioris, quam exterioris foſſæ invenire.

Prop. LIII. Probl.

Figura VIII. AD hoc ut ſoliditas acclivitatis tam interioris, quam exterioris foſſæ conſurgat conſiderandæ ſunt figuræ in plano, horizontali exiſtentes, quibus mediantibus & profunditate foſſæ, ſoliditas ejusdem acclivitatis prodibit. Suppoſita itaque profunditate foſſæ pedum 10, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 86.60.25.-- areæ trianguli l m i per pedes 10 profunditatis foſſæ trifariam diviſus erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt profunditas foſſæ ſuper baſim l m i elevatæ pedum cubicorum 288.975.-- ; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 38.36.75.-- areæ trianguli c b p, ſeu c d p per pedes 10 profunditatis foſſæ trifariam diviſus erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ eſt profunditas foſſæ ſuper baſim c b p, ſeu c d p ellevatæ pedum cubicorum 127.891.666.666⅔, cujus duplum erit ſoliditas totius trapezij b p d c pedum cubicorum 255.783.333.333⅓; ut vero piramis intra triangulū h e f,

ſeu

ſeu h g f exiſtens nota fiát, primò ducendi ſunt pedes 10 profunditatis foſſæ in pedes 10 rectæ f g, & conſurget quadratum ſub profunditate foſſæ, & recta f g contentum pedum quadratorum 100, quibus multiplicatis per pedes 10 rectæ h g, productoque trifariam diviſo, conſurget ſoliditas piramidis, in qua quadratum prædictum ſtat loco baſis, rectaque h g loco altitudinis pedum cubic: 333.333.333.333.$\frac{1}{3}$, cujus duplum erit ſoliditas terræ à quadrato h e f g compræhenſæ pedum cubicorum 666.666.666.666.$\frac{2}{3}$; his peractis pedes 10 rectæ m i ducantur in pedes 10 profunditatis foſſæ, productusque bifariam dividatur, & prodibit area plani verticalis acclivitatis pedum quadratorum 50, quibus multiplicatis per pedes 322.4.7.8. rectæ m b, conſurget ſoliditas priſmatis, in quo area plani verticalis ſtat loco baſis, rectaq; m b loco altitudinis pedum cubicorum 16123.900.--; Prędictis pedibus quadratis 50 areæ plani verticalis acclivitatis multiplicatis per pedes 46.6.2.5$\frac{1}{2}$ rectæ d h, deinde per pedes 197 rectæ h r, prodibunt duo priſmata, in quibus area plani verticalis prædicti ſtat loco baſis, rectaque d h ſtat loco altitudinis primi, quod continebit pedes cubicos 233.275.--, & recta h r loco altitudinis ſecundi, quod continebit pedes cub: 9850.--. Prædictarum quantitatum aggregatum erit ped: cub: 29516.300.--, cujus duplum erit ſoliditas totius acclivitatis interioris pedum cubicorum 59032.600.--. Sic procedendo, etiam ſoliditas acclivitatis exterioris innoteſcet, productus enim, qui orietur ex multiplicatione pedum 17.3.2.0.$\frac{1}{2}$ rectæ q I per pedes 10 profunditatis foſſæ erit area rectanguli ſub recta q I, & profunditate foſſæ compræhenſi pedum quadratorum 173.20.50.--, quibus multiplicatis per pedes 10 rectæ q n, productoque trifariam diviſo, prodibit ſoliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum ſtat loco baſis, rectaque q n loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 577.350.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 13.39.50.-- areæ trianguli A o a per pedes 10 profunditatis foſſæ trifariam diviſus erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantę eſt profunditas foſſæ ſuper baſim A o a ellevatæ pedum cubicorum 44.650.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 50 areæ plani verticalis acclivitatis per pedes 624.8.7.5 rectæ n o erit ſoliditas priſmatis, in quo area plani prædicti ſtat loco baſis, rectaque n o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 31243.750.--. Prædictorum trium corporum

Digitized by Google

quantitates in unam ſummam collectæ conſtituunt aggregatum pedum cubicorum 31865.750.-- cujus duplum erit ſoliditas totius acclivitatis pedum cubicorum 63731.500.--, quibus additis pedibus cubicis 56032.600 erit eorum aggregatum pedum cubicorum 122793.100, totitemque pedes cubicos continebunt duæ acclivitates foſſæ interior .ſ. & exterior ſimul ſumptæ.

Quantitatem terræ ex foſſa extractæ, nec non differentiam inter hanc, & quantitatem terræ in conſtructione munimenti exiſtentis invenire.

Prop. LIV. Probl.

Figura VIII. AREa trapezij ABCEGI inventa eſt pedum quadratorum 48414.12.65.-- quibus multiplicatis per pedes 10 foſſæ profunditatis, prodibit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantę eſt profunditas foſſæ ſuper baſim ABCEGI ellevatæ pedum cubicorum 484141.265, cujus duplum erit pedum cubicorū 968282.530.--, totidemque pedes cubici extracti eſſent à foſſa, dum eadem eſſet ejuſdem latitudo inferior, ac ſuperior, at quia minor eſt latitudo inferior latitudine ſuperiore, ut vera quantitas pedum cubicorum terræ, è foſſa extractæ appareat, à pedibus cubicis 968282.530.-- auferantur pedes cubici 122763.100.--ſoliditatis acclivitatum foſſæ, & reſiduum erit quantitas quæſita pedum cubicorum 845519.430.-- His peractis in unam ſummam colligantur pedes cubici ſoliditatum valli, antemuralis, & loricæ exterioris, & erit eorum aggregatum pedum cubicorū 966338.494.550.662$\frac{2}{3}$, ſeu 966334.528.271.110$\frac{1}{3}$, à quibus ſubtractis pedibus cubicis 845519.430.-- reſiduum erit differentia inter prædictas duas quantitates pedum cubicorum 120819.064.550.662$\frac{2}{3}$, ſeu 120815.098.271.110$\frac{1}{3}$, vel abjectis fractionibus, ped: cub: 120815, & hoc quando propugnaculum eſſet in medio vacuum, ut aliqui, propter defectum terræ, aliquando facere ſolent, quod tamen, quantum fieri poteſt evitandum eſt.

***

Soli-

Digitized by Google

Soliditatem propugnaculi pleni invenire.

Prop. LV. Probl.

SOlent aliqui propugnaculum in medio vacuum relinquere; alij vero melius conſulti totum terra plenum conſtruunt; Soliditatem valli dato propugnaculo in medio vacuo invenimus, nunc ſoliditatem totius propugnaculi pleni indagabimus. Conſiderandum itaque eſt trapezium T V X Z, in quo notum eſt latus T V pedum 135. 0. 1. 8, compoſitum eſt enim ex tribus notis portionibus V S, S λ, λ T; notumque eſt latus X V pedum 74. 0. 6. 7; cum ſit compoſitum ex tribus antea inventis lineis V r, r ω, ω X, quibus præcognitis, à puncto V usque ad rectam T Z ducatur recta V R bifariam dividens angulum T V X, & à puncto X ad punctum R ducatur recta X R, & ſic totum trapezium diviſum erit, in tria triangula nempe T V R, V R X, & R X Z, quorum latera invenienda erunt. Conſideretur itaque triangulum T V R, in quo notum eſt latus T V pedum 135. 0. 1. 8, ut dictum eſt, notus eſt angulus V T R grad: 30, nec non angulus T V R grad: 52: 30, & per conſequens angulus T R V grad: 97: 30, quare ut latus V R innoteſcat fiat ut 99144 ſinus anguli T R V grad: 97: 30 ad latus V T ped: 135. 0. 1. 8, ita 50000 ſinus anguli V T R grad: 30 ad latus V R, quod invenietur pedum 67. 5. 9. 7, quo habito in triangulo R V X nota erunt duo latera, nempe latus V R jam inventum, & latus V X pedum 74. 0. 6. 7, notusque eſt angulus R V X grad: 52: 30, quare ut cæteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 141. 6. 0. 4 ad eorum differentiam ped: 6. 4. 7. 0, ita 20779 tangens ſemiſummæ angulorum V R X, V X R gr: 63: 45 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 9261, cui in canone tangentium reſpondent gradus 5: 18, qui additi gradibus 63: 45 ſemiſummæ, conſtituunt angulum V R X grad: 69: 3, & ablati à ſemiſumma, conſtituunt angulum V X R grad: 58: 27, quibus cognitis, ut latus X R conſurgat, fiat ut 93389 ſinus anguli V R X grad: 69: 3 ad latus V X pedum 74. 0. 6. 7, ita 79335 ſinus anguli X V R grad: 52: 30 ad latus X R, quod invenietur pedum 62. 9. 2. 0. Cognita latera prædictorum triangulorum, conſiderandum eſt triangulum R X Z, in quo ut angulus R X Z notus fiat ſubducantur grad: 58: 27 anguli V X R à gradibus 90 anguli recti

Digitized by Google

recti V X Z, & prodibit angulus R X Z grad: 31: 33, ſublatis autem gradibus 45 anguli X Z S dimidij anguli polygoni quadrati à gradibus 180, conſurget angulus X Z R grad: 135; Habitis duobus angulis etiam tertius X R Z notus erit grad: 13: 27, quo cognito, ut latus X Z innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli R Z X grad: 135 ad latus X R pedum 62.9.2.0, ita 23259 ſinus anguli X R Z grad: 13: 27 ad latus X Z, quod invenietur pedum 20.6.9.6, à quibus ablatis ped: 12 rectæ X u, remanebunt pedes 8.6 9.6 rectæ u Z. Cognitis angulis, & lateribus prædictorum triangulorum à puncto R ducantur perpendiculares ad T V, V X rectæ R ζ, R β, & à puncto Z ducatur perpendicularis ad rectam R X recta Z δ, deinde ut inveniatur perpendicularis intra triangulum T V R exiſtens, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam V R pedum 67.5.9.7, ita 79335 ſinus anguli R V T ad perpendicularem R ζ quæſitam, quæ invenietur ped: 53.6.2.8, cui æqualis eſt perpendicularis R β intra triangulum R V X exiſtens, ut vero perpendicularis Z δ intra triangulum R X Z exiſtens conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam X Z pedum 20.6.9.6, ita 23259 ſinus anguli X R Z ad Z δ perpendicularem quæſitam, quæ invenietur pedum 4.8.1.3, & ſic notæ erunt altitudines prędictorum triangulorum, quibus mediantibus eorumdem areæ notæ fient. Productus enim, qui orietur ex multiplicatione pedum 136.0.1.8 lateris T V per ped: 53.6.2.8 perpendicularis R ζ bifariam diviſus, erit area trianguli T V R pedum quadratorum 3647.18.66.52; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 74.0.6.7 rectæ X V per ped: 53.6.2.8 perpendicularis R β bifariam diviſus erit area trianguli R V X pedum quadratorum 3972.54.77.28; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.6.9.6 rectæ X Z per pedes 4.8.1.3 perpendicularis Z δ bifariam diviſus erit area trianguli R X Z pedum quadratorum 49.80.49.24. Prædictæ tres quantitates in unam ſummam collectæ conſtituunt aream trapezij T V X Z pedum quadratorum 7669.53.93.04, quibus multiplicatis per pedes 12 altitudinis valli conſurget ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt vallum, ſuper baſim T V X Z ellevati pedum cubicorum 92034.471.648.—. At quia priſma antedictum compre-

præhendit quantitates priſmatum, quæ continentur ſub rectangulis λ P Y P, X r X u, nec non piramidum in triangulis T λ P s V Y, Y V r incluſarum, eædem ſubtrahendæ erunt à quantitate nunc inventa; ſoliditas vero terræ intra trapezium s V R Y exiſtentis inventa eſt pedum cubicorum 883. 968. --, & ſoliditas terræ intra triangulum T λ P exiſtentis pedum cubicorum 997.632, ideoque quantitates priſmatum, quæ ſub rectangulis ζ P, r u continentur erunt indagandæ, tali pacto; multiplicentur pedes quadrati 72 areæ plani verticalis acclivitatis interioris valli per pedes 105. 0. 2. 6 rectæ Y P. & conſurget ſoliditas priſmatis, in quo area plani verticalis ſtat loco baſis, rectaque Y P loco altitudinis pedum cubicorum 756. 920. --, deinde multiplicentur per pedes 64. 8. 5. 9 ; rectæ Y u, & conſurget ſoliditas priſmatis, in quo area ſupradicta ſtat loco baſis, rectaque Y u loco altitudinis pedum cubicorum 4669. 896. --. Prædictarum quantitatum aggregatum erit pedum cubicorum 14113. 416. --, quibus ſublatis à pedibus cubicis 92034. 471. 648. -- reſiduum erit pedum cubicorum 77921. 055. 648. -- His peractis conſiderandum eſt triangulum Z u S, in quo, cum angulus u S Z ſit grad: 45 latus u S erit æquale lateri u Z, nempe pedum 8. 6. 9. 6, qui ducti in pedes 12 altitudinis valli conſurget area rectanguli ſub u Z, & altitudine valli compræhensi pedum quadratorum 104. 35. 29 -, quibus multiplicatis per pedes 8. 6. 9. 6 rectæ u S, productoque trifariam diviſo prodibit ſoliditas piramidis, in quo rectangulum prædictum ſtat loco baſis rectaque u S loco altitudinis ped: cub: 302. 481. 664. - ductique pedes 12 rectæ X u in pedes quadratos 72 areæ plani verticalis antedicti conſtituunt ſoliditatem prismatis, in quo area prædicta ſtat loco baſis, rectaque X u loco altitudinis pedum cubicorum 864. --, à quibus ſubducendi ſunt pedes cubici piramidis ſuper triangulum S t y ellevatæ, cuius ſoliditas ut conſurgat, ducantur pedes quadrati 5. 56. 66. 88 areæ trianguli S t y in pedes 3. 6. 2. 4 altitudinis æqualis ipſi S y, & prodibit ſoliditas ejuſdem piramidis ped: cub: 7. 932 559. 104, quibus ſublatis à pedibus cubicis 864, remanebunt pedes cubici 856. 067. 440. 896, quibus additis pedibus cubicis 302. 481. 664. --, ſumma erit pedum cubicorum 1158. 549. 104. 896, à quibus ſublatis pedibus cubicis 568. 067. 440. 896, ſoliditatis intra trapezium X x t s u exiſtentis, ut in prop:

Digitized by Google

41 hujus libri cognoſci poteſt, reſiduum erit pedum cubicorum 590. 481. 664, quibus additis pedibus cubicis 77921. 055. 648. --, aggregatum erit pedum cubicorum 78511. 537. 312. --, & e us duplum pedum cubicorum 157023. 074. 624. --, quibus additis pedibus cubicis 966334. 528. 271. 110$\frac{2}{3}$ munimenti, propugnaculis exiſtentibus vacuis, conſurgit ſoliditas munimenti, propugnaculis exiſtentibus plenis ex uno latere pedum cubicorum 1123357. 602. 895. 110$\frac{2}{3}$, & additis d fferentiæ inter terram è foſſa extractam, & terram munimenti conſurget verra differentia pedum cubicorum 1087153. 592. 821. 772.

Concluſio.

PRo linearum igitur in deſcriptione ichnographica exiſtentium quantitatibus inveniendis, in qualibet munimenti parte ratio habenda eſt ad minimas interiores lineas, à quarum terminis ducendæ ſunt perpendiculares, quæ ex parallelis partes ipſis æquales abſcindant, cum æqualitas ſit omnium rationum origo; deinde earum exceſſus per rationium triangulorum inveniendi ſunt, cognitis inter omnes lineas diſtantijs, munimentique angulis; quibus peractis, planimetriæ ope, omnium figurarum, quæ ab ipſis formantur areæ inveniendæ erunt, cognitisque altitudinibus prædictis figuris reſpondentibus ex doctrina ſtereometrica, ſoliditates in vallo, & loricis exiſtentibus prodibunt. Quod itaque dictum eſt de munimento quadrato ſimplici, de quo in demonſtrandis præcedentibus propoſitionibus mentionem fecimus, adhibita minima valli altitudine, minimaq e ejuſdem valli, & loricæ latitudine, iddem intelligi debet de alijs munimentis, tam ſimplicibus, quam duplicibus, & triplicibus, rectangulis, & obliquangulis, data quacumque altitudine, & latitudine valli & loricæ, eadem enim methodo, etiam linearum in humeris, & plateis exiſtentibus quantitates, & ex ipſis areæ, & ſoliditates reſpondentes inveniri poterunt.

***

Data

Digitized by Google

Data minima latitudine foſſæ, minimam latitudinem loricæ inferioris invenire, eamdemq́ loricam deſcribere orthographicè.

Praxis I.

DUcatur recta RT æqualis latitudini foſſæ, à cujus termino R ducatur perpendicularis Rp, & incipiendo à puncto T ſuper eadem RT numerentur utcumque novem partes, ducaturque à puncto 9 perpendicularis recta 9 β, quæ contineat duas ex prædictis partibus, per cujus terminum β à puncto T ducatur recta Tp, quæ coeat cum recta Rp in puncto p, deinde à puncto R ducatur parallela ipſi Tp recta R ξ, quæ contineat ſeptem partes, quarum recta T 9 continet novem, & in recta Tp ex puncto p abſcindatur recta p μ, quæ contineat unam ex prædictis partibus, connectanturque duo puncta recta ξ μ interſecante rectam Rp in puncto m, à quo ducatur recta mq parallela ipſi RT, tangens rectam Tp in puncto q, à quo ducatur parallela ipſi Rp recta qr, quæ ſit duplo major recta pm, cui æqualis abſcindatur recta mn connectanturque duo puncta n, & r recta nr, quæ hinc inde producatur utcumque, in eaque abſcindantur duæ rectæ rG, xn, quarum recta rG ſit æqualis dimidio ipſius qr, & recta xn dimidium ipſius rG contineat, connectanturque puncta q, & G, p, & x rectis qG, px, quibus peractis conſtruatur ſcabellum, cujus latitudo Fx ſit æqualis dimidio rectæ pn, & altitudo Fl ſit æqualis dimidio latitudinis Fx, deſcriptumque erit planum verticale loricæ inferioris. Figura III.

Ratio Praxis.

CUm duo triangula rectangula pRT, β 9 T ſint æquiangula, ita ſe habebit latus RT ad latus Rp, ut latus T 9 ad latus 9 β, cumque latus T 9 ſe habeat ad latus 9 β ut 9 ad 2 ex conſtructione, & recta RT contineat pedes 72, eo quod ponitur æqualis minimæ latitudini foſſæ, latus Rp continebit pedes 16, at quia duo

Digitized by Google

triangula m ξ R, m p μ ſunt æquiangula propter duas parallelas ξ R, p μ, & latus R ξ ſe habet ad latus p μ ut 7 ad unum, etiam latus R m ſe habebit ad latus m p ut 7 ad unum, ideoque recta m p erit octava pars totius p n, quare continebit pedes duos, cujus cum ſit dupla recta q r, continebit pedes 4, ſic recta p n continebit pedes 6 recta r G pedes 2, recta x n ped: 1 F x pedes 3, F l ped: $1\frac{1}{2}$, & quoniam duo triangula β 9 T, p m q ſunt æquiangula, & latus p m continet pedes 2, latus m q continebit pedes 9, cui erit æqualis recta n r, quamobrem recta x G continebit pedes 12; omnes partes igitur loricæ juxta axiomata huius libri conſtructæ erunt.

Data quacumque latitudine foſſæ ped: 168 non excedente loricam inferiorem orthographicè deſcribere.

Praxis II.

Figura III. MEdiante minima latitudine foſſæ inveniatur latus R p, & latus p n, cujus duplum, quod continebit pedes 12, ut ex dictis patet, addere opportebit minimæ latitudini foſſæ toties quoties qualitas polygoni requiret; quot itaque lateribus ſuperabit propoſitum polygonum quadratum, toties duplum prædictum addendum erit minimæ latitudini foſſæ, per ea, quæ dicta ſunt in propoſitione 8 hujus libri, quibus peractis ducatur hypothenuſa p T; cui parallela ex puncto R ducatur utcumq; recta R ξ, cujus ſeptimã partem contineat recta p μ, connexisq; duobus punctis ξ, & μ recta ξ μ perficiatur operatio, ut in antecedenti propoſitione. Res cum ſatis ſit clara pluribus non æget, quare ulterius pergemus.

Planum verticale valli habentis minimam altitudinem, & latitudinem deſcribere.

Praxis III.

Figura III. DEſcripto plano verticale loricę inferioris, ductaque linea plani horizontalis A L, ex ipſa abſcindatur recta G P æqualis ipſi

pn,

p n, recta P K æqualis ipſi R T, recta F E, quæ contineat duplum rectę p n, & recta E ф ęqualis ipſi r G, errigaturque à puncto ф perpendicularis ф δ æqualis ipſi r q, & connectantur duo puncta δ, E recta δ E, deinde à puncto p ducatur recta p W parallela, & æqualis ipſi ℞ V, quæ terminetur à medietate foſſæ V, connectanturque duo puncta W, V recta W V, & producantur duæ rectæ V W, E δ donec in puncto g ambæ coeant, ultra quod producatur recta V g, ita ut recta g d ſit æqualis rectæ p q, à cujus termino d ducatur perpendicularis lineæ plani horizontalis recta d f ęqualis ipſi p n deſcribaturque lorica ſuperior, ita ut omnes ejus partes æquales ſint partibus loricæ inferioris, deinde à puncto a ducatur recta a B parallela lineæ plani æqualis ipſi ζ E, & ab eadem linea plani horizontalis abſcindatur recta A C æqualis altitudini valli D i, connectanturque duo puncta A, & B recta B A, & deſcriptum erit planum verticale valli.

Ratio Praxis.

QUoniam recta G P eſt æqualis ipſi p n, continebit pedes 6, & recta P K eſt æqualis ipſi R T, continebit latitudinem foſſæ, ſic recta E F continebit pedes 12, cum ſit æqualis duplo ipſius p n; cum vero duæ rectæ p W, ℞ V ſint parallelæ & æquales easque conjungant duæ rectæ p ℞, W V, etiam ipſæ parallelę erunt, quare angulus W V ℞ ſeu d V S ęqualis erit angulo p ℞ n, & per conſequens angulus S d V æqualis erit angulo n p ℞, ideoque, cum anguli loricę inferioris æquales ſint angulis ſupradictis, recta d g erit in plano inclinato loricę ſuperioris, quę producta, dum terminetur à medietate foſſæ munimentum habebit minimam altitudinem, at quia à puncto i, ducta recta i D perpendiculari lineę plani horizontalis, duo triangula i D E, δ ф E erunt ęquiangula, & latus δ ф duplum eſt lateris ф E, per ea quę dicta ſunt in antecedenti praxi, etiam latus D i duplum erit lateris D E; (cętera per ſe patent) erit igitur planum verticale valli juxta axiomata hujus libri deſcriptum.

Altitudini prædicti valli ſi addatur dimidium rectæ d f,ſeu p n, conſurget altitudo mediocris,ipſique addendo iterum prędictam quantitatem, ſeu altitudini minimæ addendo quantitatem rectæ d f,altitudo maxima prodibit. Ambulacrum vero habebitur addendo rectæ ζD, ſeu a i rectam D E æqualem rectę d f, totamque ζE transferendo ex a in B,& ſic erit ſatis amplum,& nunquam debitam excedet quantitatem.

Loricam exteriorem deſcribere orthographicè.

Praxis IV.

Figura III. DEſcriptis planis verticalibus loricæ inferioris,& valli abſcindatur in linea plani horizontalis ex puncto K recta KM æqualis ipſi EF, & ex M recta M u æqualis ipſi F n, à cujus termino u erigatur perdendicularis u X æqualis ipſi p n, deinde à puncto d ad punctum X ducatur recta d X, quæ producatur, donec in puncto L tangat lineam plani horizontalis, cæteræ vero partes interiores prædictæ loricæ fiant æquales partibus loricæ inferioris, ſeu ſuperioris, & deſcriptum erit planum verticale loricæ exterioris juxta hujus libri axiomata; Cumque omnia clare pateant alia probatione non ægent.

In munimentis non habentibus antemurale, planum verticale valli, & loricæ exterioris deſcribere.

Praxis V.

Figura IV. SIt recta A D utcumque ducta linea plani horizontalis, ſuper quam erigatur perpendicularis V Q tantæ magnitudinis quantæ eſſe debet altitudo valli, quæ ponatur pedum 18; ex qua per prop: 9 lib: 6 Eucl: abſcindatur recta V d, quæ ad ipſam ſe habeat ut 6 ad 18, & in linea plani horizontalis, ex puncto V abſcindatur recta V B, quæ ad rectam V Q habeat eam rationem, quam habere debet acclivitas exterior valli ad altitudinem connectanturque duo puncta Q,& B recta Q B, & ex puncto B abſcindatur recta B E,

quę

Digitized by Google

quæ ad rectam V Q habeat eam rationem, quam ad altitudinem valli habet ſpatium inter vallum, & loricam exteriorem in. luſum, cui addatur recta E D, æqualis ſextæ parti ipſius V d, deinde à puncto d ducatur recta d R parallela, & æqualis ipſi V D, connectanturque duo puncta R, & D recta R D, & à puncto Q ducatur recta Q I parallela lineæ plani horizontalis, in qua abſcindatur recta Q P, & errigatur perpendicularis P F, ita ut F P ad P Q ſe habeat ut Q V ad V B, recta vero F P ſe habeat ad rectam d V ut 4 ad 6, duoque puncta F, & R connectantur recta F R, quæ producatur quouſque diſtantia inter rectam F G, & rectam Q I, ſit æqualis ipſi d V, his peractis abſcindatur ex linea plani via tecta, & margo foſſæ magnitudinis ſuo loco præſcriptæ; producaturque recta G R uſque ad lineam plani horizontalis, cætera vero fiant modo ſuperius dicto, & deſcriptum erit planum horizontale valli, & loricæ exterioris.

Vniverſaliter autem pro planis verticalibus orthographicè deſcribendis fiat ſcala, ex qua accipiantur latitudines planorum horizontalium, eæque transferantur ſuper lineam plani horizontalis, & ex punctis, in quibus terminantur, erriganrur perpendiculares, ſuper quas acceptæ altitudines ex ſcala transferantur, quæ omnia cum ſatis pateant pluribus non ægent.

Veſtigia totius munimenti ichnographicè deſcribere.

Praxis VI.

DEſcribatur planum verticale valli, loricæ inferioris, ſi qua eſt, & loricæ exterioris, ductaque linea plani horizontalis ad ipſam à punctis, in quibus coeunt lineæ plani verticalis ducantur perpendiculares, quæ latitudines partium valli, & loricarum determinabunt, ſitque linea plani ſic diviſa recta ϕ, 2 4, interſecans faciem delineati munimenti N a ad angulos rectos, ita ut punctum μ exterius terminans latitudinem inferiorem valli cadat in rectam N a, deinde per omnia puncta diviſionum ducantur rectæ 16, 5, -- 17, 19, -- 15, 12, -- 9, 6 -- L C, l y, n x, &c. ut in figura apparet, ſintque omnes lineæ intra foſſam exiſtentes parallelæ ipſis N a, a E, E, 2, -- reliquæ vero extra foſſam ſint parallelæ lineæ defenſionis Figura IX.

ſtrin-

ſtringentis N, 2,-- & ſic deſcripta erit ichnographia munimenti. At non ſemper neceſſe eſt ut per omnia puncta diviſionum in linea plani horizontalis exiſtentium ducantur lineæ, ſufficit enim quod præcipua veſtigia exprimantur, ut in figura 8 apparet, ſic in munimentis duplicibus, ac triplicibus ut veſtigia partium in plateis exiſtentibus conſpiciantur, conſtruenda ſunt eorum plana verticalia, deſſignatiſque latitudinibus in linea plani horizontalis, ducantur lineæ parallelæ alæ propugnaculi & apparebunt veſtigia prædicta, deſcriptæque ſunt tali pacto figuræ 15, 16, 17, 18.

Concluſio.

NOn ſecus ac in delineatione per ratiocinium triangulorum inveniuntur quantitates linearum in plano verticali exiſtentium, quarum, altitudo interior loricæ, parteſque ſcabelli ſemper eamdem retinent quantitatem cæteræ vero lineæ alterationem aliquam ſubeunt ad variationem polygoni, & diſtantiæ inter vallum & loricam exteriorem incluſæ, quare altitudines valli, & latitudines loricæ ſemper variæ reperientur, ex quo ſequitur quod areæ planorum, & ſoliditates corporum, quæ ſuper ipſas ellevantur diverſas habeant quantitates, quæ tamen ſemper ope planimetriæ, & ſtereometriæ invenientur. At quia, ut ſuperius diximus, aliqua membra planorum verticalium determinatam quantitatem ſemper retinent, pro deſcribendis dictis planis verticalibus invenienda eſt quantitas diſtantiæ inter vallum, & loricam exteriorem incluſæ conſtructa ſcala modo dicto in fine ſecundi libri qua mediante inventis partibus ſcabelli, altitudineſque interiores loricarum, cætera deſcribenda erunt modis dictis in antecedentibus praxibus; & hæc circa orthographiam, & ichnographiam dicta ſufficiant.

***

GEO-

Digitized by Google

GEOMETRIÆ MILITARIS

LIBER QVARTVS.

Definitiones ad præmunitiones exteriores ſpectantes.

1. PRæmunitiones ſunt opera, ex adverſo cortinæ, vel propugnaculi extra foſſam, conſtructa.

2. Parmula eſt præmunitio exterior ſine alis, ex adverſo cortinæ conſtructa.

3. Luna dimidiata eſt præmunitio exterior, ex adverſo propugnaculi, conſtructa, quæ exterius figuram propugnaculi retinet ejus vero alæ vallo, & lorica carent, & interius ad inſtar falcatæ Lunæ excavatur.

4. Opus cornutum eſt præmunitio exterior, habens duo dimidiata propugnacula verſus hoſtem prominentia, quæ duo cornua referunt, inter duo propugnacula conſtructa.

5. Forceps ſimplex eſt præmunitio exterior ad inſtar forcipis exterius excavata, quæ cortinæ obijcitur.

6. Forceps duplex eſt præmunitio exterior, cuius latera tres angulos externos, duosque internos efficiunt, & cortinæ obijcitur.

7. Corona, ſeu opus coronatum eſt præmunitio, habens in medio unum propugnaculum, utrinque vero duo dimidiata, quę, & ante propugnaculum, & ante cortinam conſtrui ſolet.

8. Cætera opera, quæ hinc inde in varijs locis raptim conſtruuntur in formam loricæ vniverſaliter opera transverſa appellantur.

Definitiones ad munimenta irregularia ſpectantes.

9. MUnimentum irregulare eſt illud, quod non omnes angulos, nec omnes lineas ejuſdem ſpeciei æquales habet.

10. Propugnaculum planum eſt illud, in quo duæ lineæ colli in directum ſunt conſtitutæ, ita ut ambo ſimul junctæ unicam lineam rectam efficiant.

11. Linea recta munita eſt latus, ſuper quo conſtructa ſunt plura propugnacula per lineam rectam diſpoſita, vel continet unum propugnaculum planum in medio, & duo dimidiata in extremitatibus.

12. Latus ineptum ratione brevitatis eſt illud, in quo abſciſis lineis colli, remanet cortina nimis brevis.

13. Latus ineptum ratione longitudinis eſt illud, ſuper cuius extremitatibus conſtituta propugnacula dimidiata nòn poſſunt ſe ad invicem bombardis manualibus defendi, neque ſatis longum eſt, ut in ejus medietate conſtrui poſſit propugnaculum planum.

14. Latus aptum eſt illud, quod poteſt rectè muniri.

15. Angulus internus aptus eſt ille, cui ſuperſtructi propugnaculi angulus continere poteſt gradus 60.

16 Angulus internus ineptus eſt ille cui ſuperſtructi propugnaculi angulus continere non poteſt gradus 60.

17. Angulus externus aptus eſt ille, cuius linearum, quæ ipſum conſtituunt, extremitates, adeo inter ſe diſtant, ut propugnacula dimidiata ſuper ipſas constructa, rectè defendi poſſint.

18. Angulus externus in eptus eſt ille, cujus linearum, quæ ipſum conſtituunt extremitates, vel nimis, vel non ſatis inter ſe diſtant.

Definitiones ad obſidionem ſpectantes.

19 STationes ſunt loca munita, in quibus obſidentes conſiſtunt.

20. Fortalitia campeſtria ſunt munimenta minora pro defenſione ſtationum, & alicuius tranſitus conſtructa.

21. Linea, ſeu vallum obſidionale eſt lorica, quæ ſtationes ſimul conjungit.

22. Reductus eſt opus quadratum, vel parallelogramum, ſine propugnaculis & alis.

23. Stel-

23. Stella eſt opus figuram ſtellæ referens.

24. Circumvallatio eſt ambitus ex lineis, ſtationibus, & munimentis minoribus compoſitus.

25. Suggeſtus tormentorum eſt moles terrea ſuper qua tormenta coaptantur.

26. Acceſſu eſt lorica, quæ milites, accedentes ab munimentum obſeſſum tegit.

27. Vinea eſt opus ſuper foſſa conſtructum pro defenſione aggredientium.

28. Cuniculus eſt cavitas ſubterranea, in qua reconditur pulvis pro vallo deſtruendo excavata.

Axiomata ad præmunitiones ſpectantia.

1. PRæmunitiones ante cortinam conſtructæ tegere debent cortinam & alas propugnaculorum.

2. Latitudo operis cornuti, & forcipis eſſe debet æqualis cortinæ.

3. Diſtantia inter extremitates præmunitionum, & propugnaculorum eſſe debet intra ictum ſclopeti.

Axiomata ad munimenta irregularia ſpectantia.

4. MUnimenta irregularia regularibus conformari debent quantum fieri poteſt.

5. Angulus propugnaculi munimenti irregularis ſit æqualis angulo propugnaculi illius munimenti regularis, ad cujus angulum prolygoni magis accedit angulus datus figuræ irregularis propoſitæ.

6. Super diverſa latera ejuſdem munimenti irregularis conſtrui poſſunt munitiones diverſæ ſpeciei.

7. Duæ facies ejuſdem propugnaculi eſſe poſſunt inter ſe inæquales, ſic duæ alæ, & duæ lineæ colli.

8. Duæ medietates ejuſdem propugnaculi eſſe poſſunt diverſæ ſpeciei.

9. Duo propugnacula dimidiata ſuper duabus extremitatibus ejuſdem lateris eſſe poſſunt diverſæ ſpeciei.

10. Quando latera ſunt omnino inepta, vel anguli externi, muniri debent præmunitionibus exterioribus.

Axiomata ad obſidionem urbium ſpectantia.

11. STationes ſtatuendæ ſunt in illis locis, per quos facile tranſire poſſent, qui obſeſſis opem fere vellent.

12. Cavendum eſt ne loco adeo humili ſint, ut facile innundari poſſint.

14. Tantum diſtent inter ſe, ut facile ſuccurri poſſint.

14. Quò major eſſe debebit circumvallatio, eò major eſſe debebit numerus ſtationum.

15. Diſtent ab urbe tantum, ut à tormentis obſeſſorum non multum lædi poſſint.

16. Statuantur ad flumen ſi fieri poteſt.

17. Connectantur lineis ſic, ut nullus ad urbem tranſitus pateat.

18. Flumina minora deriventur in foſſas linearum, & caſtrorum, majora ponte navali claudantur.

19. Si tumuli extant non valde magni claudantur.

20. Acceſſus ad partes debiliores munimenti dirigantur.

21. Acceſſus ita ad urbem duci debent, ut ab ipſa lineæ rectæ ductæ tranſire non poſſint per eorum longitudinem.

Parmulam conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare.

Prop. I. Probl.

Figura II. SUpponatur polygonum munimenti eſſe quadratum, ſitque ala C E pedum 60, cortinaque C B pedum 480, ſuper qua conſtruatur triangulum æquilaterum C A B, ductis lineis occultis B A, C A, deinde à terminis alarum, & facierum D, & E ducantur rectæ D A, E A, interſecantes marginem foſſæ, viam tectam, &c; & conſtructa erit parmula, in qua (abjectis cæteris lineis) erit recta A G facies, rectaque G H linea colli. Conſtructa parmula indagandæ erunt quantitates faciei, & lineæ colli; cum igitur triangulum C A B ſit æquilaterum angulus A C B continebit grad: 60, quibus ſubtractis à gradibus 90 anguli recti B C E; conſurget angulus A C E gr. 30, in

Digitized by Google

30, in triangulo igitur A E C notus erit angulus prædictus, notumque latus C E pedum 60, utpote ala propugnaculi, nec non latus C A pedum 480, cum ſit æquale cortinæ C B ex conſtructione, quare ut cæteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 540. -- ad eorum differentiam pedum 420, ita 373 205 tangens ſemiſummæ angulorum C A E, C E A gr: 75 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 290270, cui in canone tangentium reſpondent grad: 70:59, qui additi gr: 75 ſemiſummæ conſtituunt angulum A E C grad: 145: 59, ablati vero à prædictis gradibus 75 ſemiſummæ conſtituunt angulum C A E grad. 4: 1; inventis angulis, ut latus A E innoteſcat, fiat ut 7004 ſinus anguli C A E grad 4:1 ad latus E C pedum 60 ita 50000 ſinus anguli A C E grad: 30 ad latus A E, quod invenietur pedum 428.3.2.6; His peractis, à puncto E ducatur ad F H perpendicularis E F, ita ut fiat triangulum rectangulum E G F, cum autem angulus C E S ſit grad: 75, ut alibi demonſtratum eſt, & angulus C E A grad: 145: 59 ſi minor ſubtrahatur à majori, prodibit angulus S E A grad: 70: 59, quibus ſublatis à grad: 90 anguli recti S E F ex conſtructione, prodibit angulus F E G grad: 19: 1, cujus complementum grad: 70:59 conſtituet angulum F G E; in triangulo itaque E F G noti ſunt omnes anguli, notumque latus E F pedum 105, (continet enim latitudinem antemuralis, marginis & foſſæ,) quare ut latus E G innoteſcat, fiat ut 94542 ſinus anguli E G F grad: 70: 59 ad latus E F pedum 105, ita ſinus totus, ſeu anguli E F G ad latus E G, quod invenietur pedum 111.0.6.1, quibus ſublatis à pedibus 428.3.2.6 rectæ A E, remanebit facies parmulæ ped: 317.2.6.5, qua inventa, gradibus 60 anguli C A B addantur gradus 8: 2 angulorum E A C, B A D, & conſurget angulus G A G grad: 68: 2, cujus dimidium grad: 34: 1 erit quantitas anguli G A H, & angulus G H A erit grad: 75, cum ſit æqualis angulo E S H propter duas parallelas E S, F H, & per conſequens etiam angulus A G H notus erit grad: 70:59, vel etiam quia duo anguli E G F, A G H ſunt ad verticem; in triangulo igitur G A H, cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus A G, ut latus G H innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli A H G gr: 75 ad latus A G pedum 317.2.6.5, ita 55943 ſinus anguli G A H grad: 34: 1 ad latus G H, quod invenietur pedum 183.7.4.9 tantaque erit quantitas lineæ colli parmulæ, & ſic notæ erunt omnes lineæ parmulam terminantes.

Digitized by Google

Annotatio.

ANimadvertendum eſt, quod ſi in aliquo munimento ala propugnaculi eſſet valde ampla, & foſſa multum lata, tunc triangulum æquilaterum antedictum conſtrui non debet ſuper cortina, ſed extra ipſam ducenda eſt linea ipſi parallela, & æqualis ab eadem diſtans quantum opus fuerit ab alis propugnaculorum terminata, ſuper qua conſtruendum eſt triangulum æquilaterum, & reliqua ut ſupra. At ſi munimentum haberet humeros eo modo conſtruenda eſſet parmula ut tegeret humeros.

Semi-lunam conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare.

Prop. II. Probl.

Figura II. PRoducatur capitalis ex b in a, factoque centro in puncto b, ubi duæ facies propugnaculi coeunt, intervallo b K continens latitudinem foſſæ, &c. deſcribatur arcus, e K d, deinde ex capitali producta abſcindatur portio K a, quæ contineat $\frac{2}{3}$ faciei propugnaculi, & à puncto a ad punctum H ducatur recta a H, producanturque facies propugnaculi interſecantes arcum, & rectas à H, & conſtructa erit ſemi-luna, in qua rectæ a c, a i erunt facies, rectæque c d, e i alæ, quarum quantitates ut inveniantur ſupponatur munimentum eſſe quadratum, faciem propugnaculi pedum 240, & lineam forcipis, exterius terminantis foſſę latitudinem, H g pedum 642. 1. 9. 5. His poſitis à puncto b ducatur recta b f perpendicularis ipſi H g, deinde conſideretur triangulum g f b; in quo notum eſt latus b f ped: 105, continet enim latitudinem foſſæ, ejus marginis, & antemuralis, notus eſt angulus rectus b f g ex conſtructione, & angulus f g b grad: 30, cum ſit æqualis angulo E b L propter duas parallelas H g, E b, quare ut hypothenuſa b g innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli f g b grad: 30 ad latus b f pedum 105, ita ſinus totus ad hypothenuſam b g, quæ invenietur pedum 210, cum autem recta b K ſit æqualis ex conſtructione rectæ b f, & recta K a contineat $\frac{2}{3}$ faciei M b, tota b a erit pedum 265, à quibus ablatis pedibus 210 rectæ b g, remanebit recta g a pedum 55, qua

cogni-

cognita conſiderandum eſt triangulum H a g, in quo notum eſt latus H g ped:642.1.9.5, nec non latus a g pedum 55, notusque erit angulus H g a grad:150, cum ſit complementum anguli H g L ad duos rectos, & per conſequens ſumma reliquorum angulorum gr:30, quare ut angulus H a g innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 697.1.9.5 ad eorum differentiam pedum 587.1.9.5, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum ignotorum ad tangentem differentiæ eorundem, quæ invenietur 22566, cui in canone tangentium reſpondent gradus 12.43, quibus additis grad:15 ſemiſummæ prodibit angulus H a g, ſeu b a i grad:27.43, quo cognito conſiderandum eſt triangulum b i a, in quo notus eſt angulus prædictus, nec non angulus i b a grad:30, cum ſit æqualis angulo M b L, & per conſequens angulus b i a gr: 122.17, notumque eſt latus b a pedum 265, quare ut latus a i innoteſcat, fiat ut 84541 ſinus anguli b i a grad:122.17 ad latus a b pedum 265, ita 50000 ſinus anguli i b a grad:30 ad latus i a, quod invenietur pedum 156.7.2.8, tantaque erit quantitas faciei, & ut latus i b conſurgat, fiat ut 84541 ſinus anguli b i a grad:122.17 ad latus a b pedum 265, ita 46509 ſinus anguli b a i grad:27.43 ad latus b i, quod invenietur pedum 145.7.8.5, à quibus ablatis pedibus 105 rectæ b e, remanebit ala e i, ſeu ipſi æqualis d c pedum 40.7.8.5, & ſic notæ erunt omnes partes ſemi-lunæ.

Opus cornutum conſtruere, linearumq; ipſum terminantium quantitates indagare.

Prop. III. Probl.

Ducantur duæ rectæ C A, B D tantæ longitudinis, quantæ eſſe debet opus, perpendiculares cortinæ figuræ 4, quarum diſtantia ſit æqualis eidem cortinę, connectanturque duo puncta A, & B recta A B, deinde fiant duo anguli B A G, A B F, quorum unusquisque contineat grad:25, ductis utcumque rectis A G, B F, angulus vero B A G biſariam ſecetur, ducta recta A E interſecante rectam B F in puncto E, eritque B E una ex faciebus, cui æqualis ex recta A G abſcindatur recta A K, rectaque E K occulta connectantur duo puncta E, & K, à quibus ducantur normales E G, K F, quæ conjungantur recta F G, & ſic constructum erit opus cornutum, cujus linearum Figura III.

nearum

nearum quantitates indagandæ erunt. Supponatur itaque cortinam munimenti eſſe pedum 480, totidem pedes continebit recta AB, ex conſtructione ipſi æqualis, qua cognita conſiderandum eſt triangulum ABE, in quo notus eſt angulus ABE ex conſtructione grad: 25, & angulus BAE grad: 12. 30, quibus mediantibus, etiam angulus AEB prodibit grad: 142. 30, in triangulo igitur prædicto, cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus AB, ut latus BE innoteſcat, fiat ut 60876 ſinus anguli AEB grad: 142. 30 ad latus AB pedum 480, ita 21643 ſinus anguli BAE grad: 12. 30 ad latus BE, quod invenietur ped: 170.6.5.2, tantaque erit quantitas facierum, qua inventa conſiderandum erit triangulum AHB, in quo noti ſunt anguli HAB, HBA, ex conſtructione grad: 25, & per conſequens angulus AHB grad: 130, notumque eſt latus AB, quare ut latus AH, ſeu BH innoteſcat, fiat ut 76604 ſinus anguli AHB gr: 130 ad latus AB pedum 480, ita 42261 ſinus anguli ABH, ſeu BAH grad: 25 ad latus AH, ſeu BH quod invenietur ped: 264.8.0.7, à quibus ablatis pedibus 170. 6. 5. 2 rectæ BE, remanebit recta EH pedum 94.1.5.5, cui cum ſit æqualis recta HF, ut ex ipſa conſtructione patet, tota EF erit pedum 188. 3. 1. 0, qua cognita conſiderandum eſt triangulum EFG, in quo angulus EGF eſt rectus ex conſtructione, angulus EFG eſt æqualis angulo GAB propter duas parallelas AB, FG, ideoque continebit gr: 25, cujus complementum ad grad: 90 grad: 65 erit quantitas anguli FEG; in triangulo igitur rectangulo EFG, cum nota ſit hypothenuſa EF, notique ſint anguli, ut latus EG innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam EF pedum 188.3.1.0, ita 42261 ſinus anguli GFE grad. 25 ad latus EG, quod invenietur pedum 79.5.8.1, cui æqualis erit recta KF, & ut latus FG conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam EF pedum 188.3.1.0, ita 90630 ſinus anguli FEG grad: 65 ad latus FG, quod invenietur pedum 170.6.6.5. Pro determinanda vero longitudine hujus operis producenda eſt recta BD uſque ad punctum X, terminum alæ, & faciei munimenti, duoque puncta B, & L connectantur recta BL, & factum erit triangulum BLX, in quo notum eſt latus BL ex hypotheſi pedum 750, nec non latus XL pedum 240, cum ſit facies propugnaculi, notusque eſt angulus BXL grad: 75, cum ſit complementum anguli alæ, & faciei ad grad: 180, quare ut angulus XBL innoteſcat, fiat ut latus BL pedum 750 ad 96592 ſinum anguli BXL, ita latus

lus X L ped: 240 ad ſinum anguli X B L quod invenietur 30909, cui in canone ſinuum reſpondent grad: 18, totidemque gradus continebit angulus X B L, quo habito, etiam angulus B L X innoteſcet grad: 87, ut vero latus B X innoteſcat, fiat ut 30909 ſinus anguli X B L grad: 18 ad latus X L pedum 240, ita 99862 ſinus anguli B L X grad: 87 ad latus B X, quod invenietur pedum 775.4.0.0, à quibus ablatis pedibus 190 rectæ D X (continet enim latitudinem loricę exterioris, viæ tectæ, foſſæ, ejus marginis, & antemuralis) remanebit recta B D ped: 585.4.0.0, tantaquæ erit longitudo dicti operis, quæ etiam ſtatui poterit minor.

Forcipem conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare.

Prop. IV. Probl.

MOdo dicto in antecedenti propoſitione ducantur duæ rectæ N Q, I P ejuſdem longitudis, & diſtantiæ inter ſe, quarum extremitates I, & N connectantur recta I N æquali cortinę, quę bifariam dividatur in puncto R, à quo ducatur ipſi perpendicularis recta O R æqualis quartæ parti ipſius I N, deinde à punctis I, & N ducantur rectæ I O, N O coeuntes in puncto O, termino perpendicularis, & ſic conſtructa erit forceps, cujus linearum quantitates, ut inveniantur conſiderandum eſt triangulum O R N, vel ipſi æquale O I R, in quo notum eſt latus R N pedum 240, cum ex conſtructione ſit æquale dimidio cortinæ nec non latus O R pedum 120, cum ſit ex conſtructione æquale quarte parti rectæ I N, ſeu cortinæ, quare ut angulus R O N innoteſcat, fiat ut latus R O pedum 120 ad latus R N pedum 240, ita ſinus totus ad tangentem anguli R O N, quæ invenietur 200000, cui in canone tangentium reſpondent grad: 63. 27, totidemque gradus continebit angulus R O N, quo invento, ut hypothenuſa O N innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus O R pedum 120, ita 223724 ſecans anguli R O N gr: 63.27 ad hypothenuſam N O, quę invenietur pedum 268.4.6.8, cui æqualis ex conſtructione eſt recta I O, & ſic notæ erunt duæ facies forcipis. Figura II.

Forcipem duplicem conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare.

Prop. IV. Probl.

Figura V.

COnſtruatur forceps ſimplex G A D B H eo modo, quo dictum eſt in antecedenti propoſitione, deinde recta D C continens ; ipſius A B producatur uſque in O, ita ut recta C O contineat medietatem ipſius C D, nempe pedes 60, totaque D O ſit pedum 180, rectæ vero A D, B D biſariam dividantur in punctis E, & F, ita ut E D, ſeu D F contineat pedes 134.2.3.4, & à punctis E, & F ducantur inter ſe æquales rectæ E O, F O, quæ cum recta D O coeant in puncto O, & constructa erit forceps duplex, cujus lineæ ut notæ fiant conſiderandum eſt triangulum O E D, in quo notus eſt angulus E D O grad: 63.27, per ea, quę dicta ſunt in ſuperiore, propoſitione, notumque eſt latus D O ex conſtructione pedum 180, necnon latus E D pedum 134.2.3.4, quare ut angulus D E O innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum O D, E D pedum 314.2.3.4 ad eorum differentiam pedum 45.7.9.6, ita 161703 tangens ſemiſummæ angulorum D O E, D E O grad: 58.16 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 25551, cui in canone tangentium reſpondent grad: 13.15, quibus additis grad: 58. 16 ſemiſummę conſurget angulus D E O grad: 71.31, quo invento, ut latus E O innoteſcat, fiat ut 94841 ſinus anguli D E O grad: 71.31 ad latus D O pedum 180, ita 89454 ſinus anguli O D E gr. 63. 27 ad latus O E, quod invenietur pedum 169.7.7.5, totidemque pedes continebit latus O F, cum ex conſtructione ſit æquale lateri O E, & ſic notæ erunt omnes quantitates linearum forcipem duplicem terminantium.

Opus coronatum conſtruere linearumq; ipſium terminantium quantitates indagere.

Prop. VI. Probl.

Figura I.

PRoducatur linea capitalis munimenti uſque in punctum A, circa quam conſtruatur propugnaculum minus propugnaculo munimenti, ducanturque hinc inde cortinæ connectentes propu-

pugnaculo, in medio exiſtenti, duo dimidiata propugnacula à lateribus conſtructa, à cujus terminis E, & I ducantur ad loricam exteriorem munimenti rectæ E G, I H facientes cum faciebus L E, K I angulos quo fieri poterit majores, ut ad minimū ſit unusquisq; gr: 60, ſitq; prædictum opus pars alicujus munimenti regularis, nō tamen quo ad duas lineas E G, I H, ſed quo ad alias lineas, ſitque adeo conſtructum, ut diſtantia inter extremitates hujus operis, & propugnaculorum munimenti non excedat ictum ſcolpeti. His peractis ſupponatur munimentum eſſe quadratum, latus polygoni exterioris munimenti B D eſſe pedum 943.6 4.0, faciem B C pedum 240, ictus ſclopeti pedum 750, opus vero coronatum partem pentagoni; quibus ſuppoſitis conſiderandum eſt triangulum A B C, in quo notus eſt angulus A B C grad: 150, cum ſit complementum ad duos rectos dimidij anguli propugnaculi grad: 30, notumque eſt ex hypotheſi latus B C pedum 240, & latus A C ped: 750, cum eſſe debeat intra ictum ſclopeti, quare ut angulus B A C innoteſcat, fiat ut latus A C pedum 750 ad 50000 ſinum anguli A B C grad: 150, ita latus B C pedum 240 ad ſinum anguli B A C, quod invenietur 16000, cui in canone ſinuum reſpondent grad: 9. 13, totidemque gradus continebit angulus prædictus B A C, quibus additis grad: 150 anguli A B C ſumma erit grad: 159.13, quibus ſublatis à grad: 180 reſiduum erit quantitas anguli A C B gr: 20.47, ideoque in triangulo prædicto cognitis angulis, ut latus A B innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli A B C grad: 150 ad latus A C pedum 750, ita 35483 ſinus anguli A C B grad: 20.47 ad latus A B, quod invenietur pedum 532.2.4.5, quo habito conſiderandum eſt triangulum A B D, in quo notus eſt angulus A B D grad: 135, cum ſit complementum dimidij anguli polygoni grad: 45, cui æqualis eſt ſumma reliquorum angulorum, cujus dimidium erit eorum ſemiſumma grad: 22.30, notumque eſt latus A B inventum ped: 532.2.4.5, nec non latus B D ex hypotheſi pedum 943.6.4.0, quare ut angulus B A D innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 1475.8.8.5 ad eorum differentiam ped: 411.3.9.5, ita 41421 tangens ſemiſummæ angulorum ignotorum grad: 22.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11545, cui in canone tangentium reſpondent grad: 6.35, quibus ablatis à gr: 22.30 ſemiſummæ, conſurget angulus B D A grad: 15.55, & additis ſemiſummæ, conſurget angulus B A D grad:

 29.5,

Digitized by Google

29.5, quibus habitis, ut latus AD innoteſcat, fiat ut 27423 ſinus anguli BDA grad: 15.55 ad latus AB pedum 532.2.4.5, ita 70710 ſinus anguli ABD grad: 135 ad latus AD, quod invenietur pedum 1376.0.3.5, quo cognito conſiderandum eſt triangulum ADE, in quo angulus DAE notus fiet ſubducendo grad: 29.5 anguli BAD à gradibus 54 dimidij anguli polygoni pentagoni, nempe anguli BAE, eritque grad: 24.55, quo mediante ut angulus AED innoteſcat, fiat ut latus DE pedum 750 ad 42129 ſinum anguli DAE grad: 24.55, ita latus AD pedum 1376.0.3.5 ad ſinum anguli AED, quod invenietur 77295, cui in canone ſinuum reſpondent grad: 50.37, quibus ſublatis à gradibus 180, cum prædictus angulus ſit obtuſus, conſurget angulus AED grad: 129.23, quibus additis grad: 24.55 anguli DAE ſumma erit grad: 154.18, quibus ablatis à grad: 180, conſurget angulus ADE grad: 25.42, & ſic in triangulo prædicto noti erunt omnes anguli, quare ut latus AE innoteſcat, fiat ut 42129 ſinus anguli DAE grad: 24.55 ad latus DE pedum 750, ita 43365 ſinus anguli ADE grad: 25.42 ad latus AE, quod invenietur pedum 772.0.0.3. His præcognitis producatur recta EG ad radium munimenti uſque, à quo terminetur in puncto V, & à puncto B ducatur recta BT perpendicularis ipſi SG, quæ, cum ſit ęqualis ſpatio, inter terminos exteriores valli, & loricę exterioris incluſo, continebit pedes 190; in triangulo itaque SBT notum erit latus BT, notique ſunt omnes anguli, ut conſideranti patebit, quare ut hypothenuſa SB innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli BST grad: 30 ad latus BT pedum 190, ita ſinus totus ad hypothenuſam SB, quę invenietur pedum 380, quibus ablatis à pedibus 532.2.4.5 rectæ AB, remanebit recta AS pedum 152.2.4.5; Jam conſideretur triangulum AVE, in quo ſupponatur angulus AEV grad: 60, angulus vero VAE erit grad: 54, ut ſuperius dictum eſt, & ſic etiam angulus AVE notus erit grad: 66, latusque AE inventum eſt pedum 772.0.0.3, quare ut latus AV innoteſcat, fiat ut 91354 ſinus anguli AVE grad: 66 ad latus AE pedum 772.0.0.3, ita 86602 ſinus anguli AEV grad: 60 ad latus AV, quod invenietur pedum 731.4.4.5, à quibus ablatis pedibus 152.2.4.5 rectę AS, remanebit recta SV pedum 579.6.0.0, qua cognita

con-

conſiderandum eſt triangulum SVG, in quo notus eſt angulus VSG grad: 30, nec non angulus SVG grad: 66, ex quibus etiam angulus SGV patefiet grad: 84, notumque eſt latus SV pedum 579.6.0.0, quare ut latus SG innoteſcat, fiat ut 99452 ſinus anguli SGV grad: 84 ad latus SV pedum 579.6.0.0, ita 91354 ſinus anguli SVG grad: 66 ad latus SG, quod invenietur pedum 532.4.0.5, & ut latus GV conſurgat, fiat ut 99452 ſinus anguli SGV grad: 84 ad latus SV pedum 579.6.0.0, ita 50000 ſinus anguli VSG grad: 30 ad latus VG, quod invenietur pedum 291.3.9.6, quo mediante ut latus EG conſurgat reperiendum eſt latus EV; fiat igitur ut 91354 ſinus anguli AVE grad: 66 ad latus AE ped: 772.0.0.3, ita 8091 ſinus anguli VAE grad: 54 ad latus EV, quod invenietur pedum 683.6.6.8, à quibus ablatis pedibus 291.3.9.6 rectæ VG, remanebit recta EG pedum 392.2.7.2. Cæteræ vero lineæ, nempe cortinæ, facies, & alæ invenientur eo modo, quo reperiuntur in munimentis regularibus ſimplicibus.

Concluſio.

SEx itaque ſunt præmunitionum ſpecies, quarum omnium debiliſſima, & fere inutilis eſt ſemiluna, niſi adſit parmula, à qua ſolummodo defendi poteſt, nullius enim adjumenti ipſi ſunt propugnacula, propter nimiam diſtantiam, poſt hanc, forceps, tam ſimplex, quam duplex, valde eſt debilis, eo quod anguli exteriores indefenſi remanent; opus itaque coronatum omnium fortiſſimum, & poſt hoc ſecundum locum obtinere opus cornutum cenſetur, parmula vero tertio loco ponitur. Nos tamen rejectis omnibus alijs, parmulam tantùm pro præmuniendis munimentis adhibendam eſſe exiſtimamus, eo quod à faciebus propugnaculorum tota defenditur, cæterarum vero præmunitionum partes exteriores, cum à munimento defendi non poſſint, facilius ab hoſtibus occupari queunt, quæ tamen non ſpernendæ ſunt, præcipuè opus coronatum, & cornutum, quæ etiam pro pontibus, ac tranſitibus defendendis adhibentur. Quo ad orthographiam, & ichnographiam in omnibus præmonitionibus eſt eadem, nam in omnibus ſervatur eadem altitudo valli, nempe pedum 4, vel 6. & latitudo pedum 36, vel 40, valloque imponitur lorica cum omnibus ſuis partibus, pro acclivitatibus vero determinandis obſervari debent

Digitized by Google

bent ea, quæ ſuperius tradita ſunt; margo foſſæ eſſe ſolet 3 pedum, ejuſdem foſſæ latitudo pedum 30, vel 48, ejuſque profunditas pedum 8, vel 10, totidemque pedum acclivitas.

Annotatio circa munimenta irregularia

IN munimentis regularibus conſtruendis unusquisque elligere poterit unam ex ſuperius traditis methodis, & munimentum vel ſimplex, vel duplex, vel triplex pro libitu ſtatuere, cum & latera polygoni ejuſdem longitudinis, & anguli inter ſe ſint æquales, quod in munimentis irregularibus præſtari non poteſt; cum enim habeant, & latera, & angulos inæquales, non quodlibet latus ejuſdem munitionis capax erit, ſed uni congruet munimentum cum alis in cortina, alteri munimentum ſine alis in cortina, in aliquibus ala propugnaculi ſuper cortina ad angulos rectos errigi poterit, in quibusdam eadem ala ad cortinam obliquè ducere opportebit, quare cognitio omnium muniendi ſpecierum neceſſaria erit, ut ex propoſitionibus infra poſitis apparebit.

Propugnaculum planum ſuper recta linea conſtruere, cjusque linearum quantitates invenire.

Prop. VII. Probl.

Figura VI.

SIt recta HG linea, ſuper qua conſtruendum ſit propugnaculum planum, cujus medietas eſſe debeat in puncto I. Ex eodem puncto I ſuper recta HG erigatur perpendicularis IA, utcumque producta, à qua abſcindatur portio Ic æqualis alæ ejuſdem propugnaculi, ſitque u. g. pedum 100, totidemque pedes continebit recta Ic, per cujus terminum c ducatur recta BN parallela ipſi HG, in qua ex puncto I abſcindatur portio IL æqualis ipſi Ic, connectanturq; duo puncta L, & c recta L c, quæ producatur usq; in K, ita ut recta c K contineat pedes 120, deinde facto centro in c, intervallo c K deſcribatur ſemicirculus a K d interſecans rectam c K in puncto K, ducaturque recta AN, ita ut tangat ſemicirculum prædictum in puncto K, producaturque hinc inde, quousque terminetur à rectis IA, BN, quibus peractis ex recta BN abſcindatur portio

c B æqua-

c B æqualis ipſi c N, connectanturque duo puncta B, & A recta A E, & à punctis B, & N ducantur rectæ B D, N E perpendiculares ipſi H G, & delineatum erit propugnaculum planum, in quo duæ rectæ B A, A N erunt facies duæ B D, N E alæ, duæque D I, IE lineæ colli, quibus peractis omnium quantitates indagandæ erunt. Ala itaque B D, ſeu N E continebit ex conſtructione pedes 100, facies vero B A, ſeu A N invenietur pedum 240, cum enim in triangulo I L c duo latera I c, I L ſint ex conſtructione æqualia, etiam duo anguli I L c, I c L erunt inter ſe æquales, & per conſequens erunt ſemirecti, ſic & angulus A c K erit ſemirectus, nec non angulus K c N, cum duo anguli I c L, A c K ſint ád verticem, & angulus A c N ſit ex conſtructione rectus, at quia recta K c ducta eſt à centro c ad K punctum contactus ſemicirculi a K d & rectæ A N, duo anguli A K c, c K N per prop: 18 lib: 3 Eucl: erunt recti, ideoque angulus c A K, & angulus c N K erunt ſemirecti, & ſic in triangulo A K c, cum duo anguli K c A, K A c ſint æquales, duo latera K c, K A erunt æqualia, eademque ratione latus K N æquale erit lateri K c, & per conſequens lateri A K, quare recta A N dupla erit rectæ K c, cumque eadem K c ſit ex conſtructione pedum 120 recta A N erit pedum 240; ut vero reperiatur linea defenſionis ſtringentis A C conſiderandum eſt triangulum B C D, quod, cum ſit ſimile triangulo A c B angulus D B C, ſeu D C B continebit grad: 45, quare ut hypothenuſa B C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus B D pedum 100, ita 141421 ſecans anguli D B C grad 45 ad hypothenuſam B C, quæ invenietur pedum 141. 4. 2. 1, quibus additis pedibus 240 rectæ A B, tota A C conſurget pedum 381. 4. 2. 1, qua mediante, ut latus I D, ſeu ipſi æqualis recta A c conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam A C pedum 381. 4. 2. 1, ita 70710 ſinus anguli A C I grad: 45 ad latus I C ſeu A I, quod invenietur pedum 269. 7. 0. 2, à quibus ablatis pedibus 100, rectæ C D æqualis ipſi B D, remanebit recta I D pedum 169. 7. 0. 2, ex quibus etiam ala cortinæ, & linea defenſionis figentis inveniri poterunt, ut in munimentis regularibus demonſtravimus.

Aliqui aſſerunt angulum propugnaculi plani majorem eſſe non poſſe grad: 90, at qua ratione nondum percepimus, ideoque, alijs melius conſultis, majorem eſſe poſſe affirmabimus, & in ſequentibus probabimus.

Propugna-

Propugnaculum planum habens angulum majorem recto conſtruere, linearumque quantitates invenire.

Prop. VIII. Probl.

Figura. VII.

SUper recta F O conſtruendum ſit propugnaculum planum, cujus capitalis terminare debeat in puncto H. Statuatur quantitas alæ, quæ u. g. ſit pedum 120, qua ſuppoſita, à puncto H excitetur perpendicularis ipſi F O recta H A, in qua à puncto H numerentur pedes 120, qui terminentur à puncto I, à quo numerentur iterum pedes 120, qui terminentur à puncto A, in quo facto centro intervallo A I utcumque ſumpto deſcribatur arcus K I ſuper quem, eadem manente ſexti apertura transferatur diſtantia A I, ex I in K, connectanturque duo puncta A, K recta A K, quæ producatur quouſque terminetur à recta F O, ipſique æqualis ducatur recta A M, quæ cum recta A H faciat angulum H A M æqualem angulo H A C, deinde per punctum I ducatur recta B L parallela ipſi C M interſecans rectam A H orthogonaliter, rectasque A C A M ad angulos obliquos in punctis B, & L, à quibus ducantur duæ alæ B D, L G perpendiculares ipſi C M, & conſtructum erit propugnaculum planum, cujus linearum quantitates indagandæ erunt. Ala itaque B D, ſeu L G continebit ex conſtructione pedes 120, facies vero A B, ſeu A L ut innoteſcat conſiderandum eſt triangulum A B I, in quo angulus B I A ex conſtructione eſt rectus, angulusque B A I erit grad: 60, cum enim ſemidiametro A I ſit æqualis ex conſtructione recta K I, duæque A K, A I ſint æquales, eo quod ductæ ſunt à centro ad circumferentiam triangulum AKI erit æquilaterum, ipſaque K I erit latus exagoni, & per conſequens arcus K I erit ſexta pars circuli, continebitque grad: 60, qui, cum ſit menſura anguli K A I, etiam prædictus angulus continebit grad: 60, ex quo ſequitur, quod angulus A B I ſit grad: 30, cumque ita ſe habeat latus A I ad hypothenuſam A B, uti ſe habet ſinus anguli A B I ad ſinum totum, ſinusque totus ſit in proportione dupla ſinus anguli prædicti, etiam hypothenuſa A B erit in proportione dupla lateris A I, latus vero prædictum ex conſtructione eſt pedum 120, ideoque hypothenuſa B A erit pedum 240, cumque ala BD ex conſtru-

ſtructione ſit pedum 120 eadem ratione hypothenuſa BC erit pedum 240, cum duo triangula ABI, BCD ſint ſimilia, ideoque linea defenſionis ſtringentis AG erit pedum 480, ut vero linea colli DH, ſeu ipſi æqualis BI reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus AI pedum 120, ita 173205 tangens anguli BAI grad: 60 ad latus BI, ſeu DH, quod invenietur pedum 207.8.4.9, cui æqualis eſt latus CD, ut ex dictis patet.

Si propugnaculum planum habebit angulum majorem recto, ſatis amplas habebit defenſiones.

Prop. IX. Theor.

Conſtructo propugnaculo modo dicto in antecedenti propoſitione angulus BAL erit grad: 120, quem ſubſiſtere poſſe probabimus, & primò, etiamſi neceſſario munimentum habere deberet alas in cortina, conſtructo tali propugnaculo ala cortinæ eſſet ſatis ampla; ſupponatur itaque cortinam ED pedum 480, quanta eſſe ſolet in munimentis mediocribus, deinde conſideretur triangulum CBD, in quo cum recta BC ſubtendat angulum rectum, major erit recta CD, & quia eadem BC inventa eſt in antecedenti propoſitione pedum 240 erit æqualis dimidio cortinæ, cujus minor erit recta DC, & ſic ala cortinæ EC erit major dimidio cortinæ, & per conſequens ſatis ampla. Figura VII.

Secundo ratione anguli defenſionis exterioris prædictum propugnaculum ſubſiſtere poterit, cum enim duo triangula ABI BCD ſint ſimilia, propter latera circa rectum angulum parallela, angulus BCD erit æqualis angulo ABI, ideoque continebit grad: 30, ut ex antecedenti propoſitione patet, tantæque magnitudinis eſt etiam angulus defenſionis interior in dodecagono, dum in eodem ſtatuitur angulus propugnaculi rectus, quare prædictus angulus erit ſufficientis magnitudinis; angulus igitur propugnaculi plani eſſe poterit, & rectus, & obtuſus prout opus erit, ſi enim majorem portionem lateris tegere debebit propugnaculum, adhibendus erit angulus obtuſus, ſi minorem, rectus.

Contendunt inſuper aliqui alas propugnaculi extendi non poſſe ultra pedes 120. Nos tamen ulterius produci poſſe non dubitamus, ſi enim ala BD produceretur uſque in d, ipſi addendo pedes

Digitized by Google

20,non vidimus qua ratione non poſſet defendi tam ala B d,quam facies B A ab ala propugnaculi oppoſiti S e, & ala cortinæ e c.

Talibus propugnaculis muniuntur lineæ rectæ, quæ tamen muniri poſſunt ab operibus figuram parmulæ retinentis, ut in figura 8 apparet.

In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus in quo neceſſario cortina debeat habere alas.

Prop. X. Theor.

Figura IX.

SIt angulus C B A grad: 92:11, latusque B A pedum 448, à quo ſi abſcinderentur hinc inde lineæ utriusque colli ad minimum pedum 105, remaneret cortina pedum 238, quæ eſſet nimis brevis ad hoc ut alæ ſe poſſent ad invicem defendere, nec non cortinam tormentis, quare totum propugnaculum ex una parte fieri debet ſuper latere A G, & ex altera parte ſuper latere B C, ita ut duæ facies E K, L M cum duabus alis A L, B K ultra latus A B extendantur, ſintque facies pedum 240, & alæ pedum 60, quos excedere non poſſe probabimus; ſupponatur itaque alam B K, perpendiculariter ductam ſuper latus B A eſſe pedum 60, ſtatuaturque angulus a E D grad: 60, & angulus E D a grad: 15, deinde conſideretur triangulum rectangulum K B D, in quo, cum noti ſint anguli ex hypotheſi, notumque ſit latus B K, ut latus B D innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus B K pedum 60, ita 373205 tangens anguli B K D grad: 75 ad latus B D, quod invenietur pedum 223. 9. 2. 3, & ut hypothenuſa K D conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus B K pedum 60, ita 386370 ſecans anguli B K D grad: 75 ad hypothenuſam K D, quæ invenietur pedum 231. 8. 2. 2, quibus additis pedibus 240 faciei E K, tota E D erit pedum 471. 8. 2 2, qua habita, ut innoteſcat recta a D trianguli a E D, in quo noti ſunt ex hypotheſi duo anguli a E D, a D E, & per conſequens etiam tertius E a D grad: 105, fiat ut 96592 ſinus anguli E a D grad: 105 ad latus E D pedum 471. 8. 2. 2, ita 86602 ſinus anguli D E a grad: 60 ad latus a D, quod invenietur pedum 423. 0. 2. 3, à quibus ablatis pedibus 223. 9. 2. 3 rectæ B D, remanebit recta B a pedum 199. 1. 0. 0, & ut latus E a reperiatur, fiat ut 96592 ſinus anguli E a D grad: 105 ad latus E D pedum 471. 8. 2. 2, ita 25881 ſinus anguli E D a gr: 15 ad latus E a, quod invenietur pedum 116. 4. 2. 0; quibus peractis

ctis conſiderandum eſt triangulum B a C, in quo notum eſt latus a B inventum pedum 199.1.0.0, notus erit angulus a B C grad: 87: 49, cum ſit complementum anguli C B A ex hypotheſi grad: 92: 11, nec non angulus C a B grad: 75, cum ſit complementum anguli E a B grad: 105, & per conſequens angulus a C B grad: 17: 11, quare ut latus a C innoteſcat, fiat ut 29543 ſinus anguli a C B gr: 17: 11 ad latus B a pedum 199. 1.0.0, ita 99927 ſinus anguli a B C grad: 87: 49 ad latus a C, quod invenietur pedum 673.4.4.0, quibus additis pedibus 126.4.2 0 rectæ E a, tota E C conſurget pedum 799.8.6.0, quibus præcognitis ſi in puncto C terminare debeat propugnaculum planum Q P O N C, neceſſario cortina B A habere debet alas, ſi enim propugnaculi ala B K produceretur in punctum c, ita ut per ipſum tranſire deberet linea defenſionis b d, ad hoc ut duæ facies ejuſdem propugnaculi in uno puncto coirent, cum recta b d ducta ſit extra rectam E D, producenda eſſet recta C E uſque in b, & ſic recta C b excederet ictum ſclopeti, cum recta C E inventa ſit pedum 799. 8.6.0, non poteſt igitur duci linea defenſionis extra punctum E.

Ducatur ſecundo à puncto E ad punctum d linea defenſionis E d, ita ut cortina ſit ſine alis, producaturque ala propugnaculi BK uſque in e, in hoc caſu ala propugnaculi B e eſſet nimis parva dum cortina careret alis, & facies fieret minor pedum 240, quod eſt abſurdum, cum recta E K caderet infra rectam E e, hæc eſſet minor illa, recta vero E K ex conſtructione ponitur pedum 240, recta igitur E e eſſet minor pedum 240, quare ala propugnaculi BK non poteſt eſſe major pedum 60, ex quo ſequitur quod neque ala A L excedere poſſit dictam quantitatem, ſi enim fieret major deſtrueretur ala cortinæ B D, & ſic ſimplici ala B K non poſſet ſatis defendi propugnaculum oppoſitum; cortina igitur in hoc caſu neceſſario habere debet alas. Figura XI

In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, cujus cortina ſit incapax alarum.

Prop. XI. Theor.

SIt ut ſupra latus B A pedum 448, angulus A B C grad: 92: 11 linea defenſionis E C pedum 799. 8. 6. 0, ſitque latus B C pedum 650. Figura IX.

650. 9. 6. 5, in hoc caſu cortina C F erit incapax alarum, punctum enim C eſt terminus communis rectæ a C, & rectæ C B, quod patet per ratiocinium triangulorum, conſideretur itaque triangulum a C B, in quo latus B a inventum eſt pedum 199. 1. 0. 0, latuſque a C pedum 673. 4. 4 0, & noti ſunt anguli, nempe angulus C B a grad: 87:49, angulus C a B grad: 75, & angulus a C B grad: 17 11, quare ut latus C B innoteſcat, fiat ut 29547 ſinus anguli a C B grad: 17:11 ad latus B a ped: 199. 1. 0. 6, ita 96592 ſinus anguli C a B grad: 75 ad latus C B, quod invenietur ped: 650 9. 6 5, cumque hæc ſit quantitas lateris dati, idem latus connectet duo puncta C, & B, & ſic punctum C erit terminus communis rectæ a C, & rectæ C B, quare ad partes C cortina C F habere non poterit alam, ex quo ſequitur, quod neque ad partes F fieri debeat, ſi enim fieret ala cortinæ R F ala propugnaculi C S eſſet minor, quam ſi cortina careret ala, nam à puncto O ad punctum F ducta linea defenſionis O F caderet extra triangulum O T R, & ſic produci poſſet ala propugnaculi uſque in N, qua mediante magis defenderetur pars oppoſita; cortina igitur C F neceſſariò carere debet ali.

In aliquo munimento irregulari poteſt dari propugnaculum planum, quod neceſſario habere debeat angulum facierum obtuſum.

Prop. XII. Theor.

Figura IX. SIt latus C B pedum 650. 9. 6. 5, cujus cortina C F eſſe debeat ſine alis, ut in antecedenti propoſitione demonſtratum eſt, ſit angulus C B A ut ſupra grad: 92:11, linea defenſionis b C pedum 799. 8. 6. 0 angulus p C B grad: 177:49, & latus p C pedum 970. His poſitis, cum latus p C ſit nimis longum ſuper ipſo conſtruere oportebit propugnaculum planum, cujus ala S C, vel N C terminare debebit in puncto C, ſi enim magis verſus p terminaret dicta ala, defendere non poſſet totam faciem E X, linea enim defenſionis eſſet major recta E C, & ſic, ſi ala propugnaculi diſtaret à puncto C pedes 2 tantum, linea defenſionis extenderetur ultra ictum ſclopeti, at ſi terminaret magis verſus B recta E C interſecaret rectam N C, cum neceſſariò recta E C terminare debeat in pun-

puncto C, uti demonſtratum eſt; à puncto igitur C erriga- tur C S perpendicularis ipſi p C, ſitque pedum 120, at quoniam duæ rectæ p C, C B ſunt quaſi in directum, cum angulus p C B ſit ex hypotheſi grad: 177.49; angulus S C R erit proximus recto, quod ſi ſtatuatur angulus propugnaculi q O S rectus, dimidium ejuſdem anguli erit grad: 45, angulusque T O R erit ſemirectus, & angu- lus S R C erit proximus ſemirecto, quare latus C R non multum differret à latere S C, & ſic cortina C F haberet alam R F, at quia in antecedenti propoſitione demonſtratum eſt alam prædictam in cortina auferendam eſſe, ideo ducere oportebit à puncto O ad pun- ctum F lineam defenſionis O F, quæ cum cadat extra triangulum O T R angulus T O F erit major angulo T O R, & ſic angulus q O F erit major angulo q O R, qui poſitus fuit rectus, ipſoque mul- to major angulus P O N; in prædicto igitur propugnaculo angu- lus facierum eſſe debebit major recto.

In aliquo munimento irregulari poteſt dari la- tus, ſuper quo conſtrui oporteat propugnaculum planum, cujus angulus facierum neceſſariò eſſe de- beat rectus.

Prop. XIII. Theor.

Sit latus I W pedum 1169.4.0.4, quod, cum ſit nimis longum oportebit ſuper ipſum conſtruere propugnaculum planum; abſcindatur itaque ex eodem latere portio ꝶ W pedum 110 pro linea colli propugnaculi ꝶ o r, nec non portio I u pedum 120 pro linea colli oppoſiti propugnaculi, deinde ex utraque parte abſcin- dantur duæ partiones ꝶ n, u V, quarum unaqueque contineat pe- des 300, & remanebit in medio ſpatium V n pedum 339.4.0 4 pro ſuperſtruendo propugnaculo plano, quod erit primi generis, cum enim linea colli in prædicto propugnaculo primi generis evadat pedum 169.7:0.2, ut apparet in prop 7 hujus libri; duæ lineæ colli ſimul ſumptæ continebunt pedes 339. 4. 0.4, quare prædictum propugnaculum habere debebit angulum x Y Z rectum, nam cum demonſtratum ſit in citata propoſitione, quod prædicto angulo exiſtente recto facies evadit pedum 240, ſi fieret major recto facies eſſet minor pedum 240, (quod eſt abſurdum) quia ſi duæ facies

Figura IX.

Digitized by Google

In aliquo munimento irregulari poteſt dari latus, cujus cortina habere debeat alas, quarum unaqueque ſit multo minor dimidio cortinæ.

Prop. XV. Theor.

SIt latus B L ped. 267.8.4.6 ſuper quo conſtruendum ſit dimidiatum propugnaculum planum, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, cujus capitalis G L invenietur per ratiocinium triangulorum pedum 261.2.9.7, ſitque latus L e pedum 433.7.9.5, & latus e n pedum 754.6.5.6, angulus B L e grad: 106.9, angulus L e n grad: 108, qui cum ſit angulus polygoni pentagoni, ipſo ſuperſtruendum erit propugnaculum b d h, quod habere debebit angulum b d h æqualem angulo propugnaculi pentagoni per axioma 5 hujus libri, productaque facie d b, linea d L terminare debebit in puncto L, ubi ſcilicet coeunt duæ lineæ G L, & L e, ſi enim terminaret ſupra dictum punctum interſecaret rectam G L, & ſic facies b d minorem defenſionem haberet, at ſi terminaret infra dictum punctum, ala b c fieret minor, & cortina L c minorem defenſionem haberet. His præcognitis ſi angulus b d e eſſe debebit æqualis angulo e d h, recta e f æqualis erit rectæ L e, cum enim duo triangula L d e, d e f ſint ſimilia, ut conſideranti patebit, & latus d e ſit commune, etiam latus L e æquale erit lateri e f, quare continebit ped: 433.7.9.5, à quibus ablatis pedibus 132.1.5.1 lineæ colli e g (tanta enim eſſe debet in hoc caſu ejus quantitas, ad hoc ut linea defenſionis figentis non excedat ictum bombardæ) remanebit recta g f pedum 301.6.4.4, at ſi à tota e n pedum 754.6.5.6 auferantur pedes 264.3.0.2 duarum linearum colli ſimul ſumptarum, remanebit cortina g l pedum 490.3.5.4, cujus dimidium erit pedum 245.1.7.7, & ideo majus alà cortinæ, ſi enim à pedibus 490.3.5.4 cortinæ g l auferantur pedes 301.6.4.4 rectæ g f, remanebit quantitas alæ cortinæ f l pedum 188.7.1.0; quod ſi linea defenſionis ſtringentis in medio cortinæ caderet, vel angulus propugnaculi fieret minor, vel ala propugnaculi fieret brevior, & ſi cortina fieret ſine alis, vel linea defenſionis excederet ictum bombardæ, vel ala propugnaculi non evaderet tantæ magnitudinis, quantæ opus eſſet, quæ omnia cognoſci poterunt per ratiocinium triangulo- Figura X.

gulo-

Digitized by Google

gulorum,quod brevitatis cauſa prætermittimus; quare in præſenti caſu cortina habere debebit alas, ſed unaqueque multò minor dimidio cortinæ.

In aliquo munimento irregulari poſſunt dari latera, ſuper quibus conſtrui debeant munitiones in prop. 35, & 41 libri ſecundi deſcriptæ.

Prop. XVI. Theor.

Figura XI. SIt latus BC pedum 872.4.6.8, latus AB ped. 791.6.3.3, ſitque angulus ABC grad: 120, totidemque gradus contineat angulus BCD. His poſitis cum latus BC ponatur pedum 872.4.6.8, ſi duobus angulis ABC, BCD ſuperſtruerentur duo propugnacula, facies oppoſitæ medietatum propugnaculorum, ſuper latere BC exiſtentium non poſſent bombardis manualibus defendi, nam etiamſi abſcinderentur hinc inde duæ lineæ colli, quarum unaqueque contineret pedes 120, tamē linea defenſionis figentis excederet ictum bombardæ manualis, nec ſuper eodem latere conſtrui poſſet propugnaculum planum, occuparet enim ad minimum pedes 339, ut ſuperius demonſtratum eſt, quare, ſi ad partes B, & C abſcinderentur duæ lineæ, etiamſi unaqueque contineret pedes tantùm 100, duæ cortinæ hinc inde, inter prædictarum linearum colli, & propugnaculi plani terminos incluſæ, eſſent pedum 166.7.3.4. & ſic non poſſent defendi, prædictumque latus male eſſet munitum, cum autem modo dicto in prop: 35 ſecundi libri latus tantæ magnitudinis defendi poſſit nullo alio modo muniendum erit; quibus præcognitis, cum linea capitalis valde longa evadat munire oportebit latus AB ſine alis in cortina, cumque eadem ratione ala propugnaculi evadat ſatis ampla conſtrui poterit modo dicto in prop: 41. ſecundi libri, hoc tamen non de neceſſitate, ſed ad hoc ut plura tormenta occultari poſſint, duo latera itaque AB, CD muniri poterunt modis demonſtratis in alijs propoſitionibus libri ſecundi latus vero BC muniendum erit modo dicto in prop: 35. ejuſdem ſecundi libri.

* * *

Con-

Concluſio.

IN figuris itaque irregularibus muniendis ratio habenda eſt ad varietatem angulorum & laterum, pro quorum diverſitate, multi caſus, præter adductos, accidere poſſunt, quos, longum eſſet, ſingulos recenſere, omnes tamen ad hos reducuntur, nempe, vel latera nimis longa ſunt, vel nimis brevia, vel adæquatæ longitudinis, verum inter ſe inæqualia; hinc eſt quod adhibere oportebit propugnacula plana, quę habeant, & angulum rectum, & obtuſum ſicut opus erit, omnesque munitiones diverſarum ſpecierum, pro ut qualitas lateris, & anguli poſtulabit, aliquando verò latus aliquod nimis breve vice cortinæ fungere debebit, & aliquando niſi unicum propugnaculum, vel etiam dimidiatum, continere poterit; At dum figura mutari poterit ad meliorem formam reducenda erit, & hæc de munimentis irregularibus dicta ſufficiant.

Annotatio circa obſidionem.

VRbem munitam obſidentes curare maximè debent ut quam minimo ſuo periculo hoſtile munimentum aggrediantur, quare ictibus obſidentium, campeſtres munitiones opponendæ, & acceſſus ab illis obijciendi erunt, ne eorum offenſionibus expoſiti remaneant, ſed tuti circumvallationem perficere, & ad foſſam ſe conferre queant, quæ omnia cum geometria ægeant quomodo conſtruendæ ſint ſtationes, ac fortalitia campeſtria, & acceſſus ad urbem dirrigi debeant demonſtrabimus.

Reductum conſtruere.

Prop. XVII. Probl.

CUm hoc opus ſit omnium ſimpliciſſimum facilima erit eius delineatio, & conſtructio, conſtructo enim quadrato, cujus latus A B ſit pedum 48, vel 60, vel 72 factus erit reductus, cujus area invenietur multiplicando latus in ſe ipſum, ſi itaque latus erit pedum 48, area erit pedum quadratorum 2304, ſi pedum 60 area erit pedum quadratorum 3600, ſi pedum 72 area erit pedum qua- Figura XIV.

Digitized by Google

dratorum 5184. Adhibentur talia opera pro acceſſibus, & lineis muniendis.

Reductum conſtruere, qui ſit capax 200 militum in debita diſtantia exiſtentium.

Prop. XVIII. Probl.

CUm unusquisque miles occupet tres pedes geometricos in ordine frontali, & ſeptem in ordine laterali totus numerus 200 multiplicandus erit per ſeptem, fietque productus 1400, quo diviſo in 3, quotiens erit 466⅔, cujus radix quadrata erit 21 abjectis fractionibus, totidemque milites occupabunt unumquemque ordinem, per quos ſi dividatur numerus 200, prodibit numerus ordinum nempe 9, totidemque milites occupabunt lineas laterales, & ſic, diſpoſitus erit manipulus in forma geometrice quadrata, & remanebunt 11 milites. His peractis multiplicetur numerus 21 per 3 vel 9 per 7, & productus erit 63, totidemque pedes occupabit quodlibet latus prædicti quadrati, quibus aditis pedibus ſaltem 10 pro ſpatio inter quadratum prædictum, & vallum operis intercepto ſumma erit pedum 73, tantaque erit quantitas lateris prædicti reductus.

Rectangulum conſtruere æquale quo ad capacitatem dato quadrato, cujus latus majus duplum ſit lateris quadrati.

Prop. XIX. Probl.

Figura XV. SIt quadratum ABCD, cujus unumquodque latus ſit pedum 73, cui æquale conſtruendum ſit parallelogramum, quod habeat latus majus duplum lateris quadrati. Latera quadrati bifariam dividantur in punctis E, G, X, Z, quæ connectantur rectis EG, XZ, producanturque duæ parallelæ AD, EG ad I, & H uſque, ita ut recta AI dupla ſit lateris AD, ipſique ſit æqualis recta EH, duoque puncta I, & H connectantur recta IH conſtructumque erit rectangulum. Cum enim duæ lineæ EG, XZ ſe interſecantes in puncto F bifariam dividant latera quadrati, totum quadratum divi-

diviſum erit in quattuor quadratis æqualibus nempe BEFX, XCGF, FGDZ, ZFEA, cumque AI ſit dupla ipſius AD eadem AI diviſa erit bifariam in D, & non bifariam in Z, quare rectangulum ſub ſegmentis inæqualibus IZ, ZA cumpræhenſum, nempe rectangulum FZIH, unà cum quadrato intermediæ ſectionis ZD, nempe quadrato XFGC erit æquale quadrato ABCD per prop: 5 lib: 2 Eucl: at quia quadrato XFGC æquale eſt quadratum AEFZ ex conſtructione, ideo totum rectangulum EAIH erit æquale quadrato ABCD.

Trapezium conſtruere æquale dato rectangulo, cujus majora duo latera oppoſita ſint parallela, reliqua vero duo ſint æqualia.

Prop. XX. Probl.

SIt parallelogramum AEHI, cujus latera AE, HI bifariam dividantur in punctis T, V, deinde ex recta AI abſcindantur duæ portiones AK, LI tantæ magnitudinis, quantæ opus erit, & à punctis K & L ducantur per punctaa T & V rectæ KS, LY, quæ terminentur a recta EH, hinc inde producta in S, & Y, conſtructumque erit trapezium quæſitum SKLY. Cum enim duo anguli TAK, TES ſint recti, & duo anguli ATK, STE ſint ad verticem, duo triangula TAK, TES habebunt duos angulos duobus angulis æquales utrumque utrique, habebunt etiam unum latus uni lateri æquale, cum recta AE bifariam diviſa ſit in T, quare per prop: 26 lib: pri: Eucl: totum triangulum TES æquale erit toto triangulo TAK, eademque ratione triangulum VHY erit æquale triangulo VLI, ideoque quantum aufertur rectangulo tantum additur trapezio & ſic fiet ipſi æquale, quod autem latera SY, KL ſint parallela patet, cum duo latera EH, AI ſint parallela, quod vero duo latera SK, YL ſint æqualia apparet, cum triangula STE, TAK, VHY, VLI ſint æqualia, & æquiangula. Hoc tapezio duobus propugnaculis dimidiatis munito, ut in figura apparet, utemur pro acceſſibus defendendis, ut ſuo loco demonſtrabimus. Figura XVI.

Munitiones ſtellatas conſtruere.

Prop. XXI. Probl.

REductibus fortiores ſunt munitiones ſtellatæ, in illis enim

 defen-

defenſores arcere tantùm poſſunt hoſtes, in his vero ſe defendere queunt, quouſque inimici intra angulum externum ſint, cum meliorem defenſionem habeant. Earum conſtructio talis eſt. Vel eſſe ſolent quadrangulæ, vel quinquangulæ; ſi ſtella eſſe debebit quadrangularis, fiat quadratum A B C D, cuius latus u. g. A B ſit tantæ magnitudinis, quantæ eſſe debet latus reductus, quod biſſecandum erit in E, ex quo ducatur normalis E F æqualis quartæ parti ipſius A E, punctaque A, F, B connectantur rectis AF, FB coeuntibus in puncto F, ſimiliterque procedatur in reliquis quadrati lateribus, & conſtructa erit ſtella quadrangularis, at ſi eſſe debebit pentagona conſtruendum erit pentagonum, biſſectisque lateribus fiat ut dictum eſt de quadrangulari, cum hac tamen differentia quòd perpendicularis ſit æqualis ⅓ ipſius A E, & conſtructa erit ſtella pentagona. Reductum & ſtellarum orthographia eſt eadem nempe baſis pedum 14, vel 20, altitudo 8, vel 10; latitudo 4, vel 6; margo pedum 2, vel 3; foſſæ latitudo 14, vel 15; profunditas 5, vel 6; loricæ adduntur duo, vel tria ſcabella gradatim ſtructa, quæ tamẽ orthographia augeri poterit ut opus erit.

Annotatio circa fortalitia campeſtria.

PRæter reductus alia fortalitia campeſtria fieri ſolent, quorum alia habent propugnacula dimidiata ut in figura 15 apparet, quæ eſſe ſolent plerumque quadrangula, quamvis etiam triangula fiant ut in figura 18 alia fiunt à parte anteriori ad modum operis cornuti, à parte vero oppoſita ad modum forcipulæ duplicis, ut figura 17 demonſtrat. In prædictis munimentis obſervandum eſt, quod linea colli ſit pedum 40, vel 60, ala pedum 20 vel 30, cortina pedum 120, vel 180, altitudo forcipulæ K C figuræ 17, ⅓ lateris I E; horum autem orthographia eſſe poteſt eadem, quæ præmunitionum exteriorum. Hęc munimenta cum à multis adhibeantur hoc opere inſerere voluimus, Nos vero, quamvis ea non ſpernamus, non neceſſaria tamen eſſe cenſemus, eo quod pro defenſione ſtationum propugnacula plana, & parmulæ, pro lineis reductus ſatis idoneos eſſe comperimus; pro acceſſibus defendendis utuntur quam plurimi reductibus, aliqui etiam ſtellis, Nos autem addere voluimus trapezium munitum, in figura 16 expreſſum, cum ipſum utile cognoverimus, ut ſuo loco demonſtrabimus.

Tran-

Digitized by Google

Tranſitus vel pontes defendere oportet operibus coronatis, vel munimentis minoribus cum propugnaculis integris, quorum partes proportionari debent cum cortina, quæ eſſe poteſt pedum 120, vel 180, & abſque alis.

Acceſſus ad faciem propugnaculi dirigendi ſunt.

Prop. XXII. Theor.

Cum acceſſus dirigendi ſint ad partes debiliores munimenti, antequam incipiantur, cognoſci debet quænam ex his tribus nempe cortina, facie, ala propugnaculi, ſi debilior. Si ſoliditatem harum partium reſpiciemus, inveniemus, dum propugnaculum non ſit in medio vacuum, omnium debiliſſimam eſſe cortinam, eò quod minorem quantitatem terræ continet, quare ſi inimici eamdem aggredientes, ruinam in ipſam fecerint, actum erit de urbe, cum obſeſſi non habeant ſufficientem quantitatem terræ, ut reſciſiones facere poſſint ad impetum ſubſtinendum; at ſi defenſiones conſiderabimus, cognoſcemus medium cortinæ, & cuſpidem propugnaculi eſſe duo loca omnium fortiſſima; medium enim cortinæ d defenditur ab utraque parte, nempe ab alis e f, & c b, ſic punctum g defenditur ab alis c b, & l h; ideoque hæc duo puncta duplicem habent defenſionem, reliqua vero puncta cortinę quo magis ad alam propugnaculi accedunt, eo minorem defenſionem habent, ita ut puncta e, & c ab oppoſita ala tantùm defenduntur, omniaque puncta faciei ex una parte ſolùm defendi queunt, ut in ipſa figura apparet, quare illa pars cortinæ, quæ prope alam propugnaculi exiſtit, videtur debiliſſima, tam ratione defenſionis, quam ratione conſtructionis, ſed ad illas partes foſſa habet majorem latitudinem, quam ad alias partes, ante faciem vero propugnaculi minimam latitudinem obtinet foſſa, quare brevius eſt iter m k, quam n i, quamobrem medietas faciei noſtris temporibus aggreditur, compertum enim eſt ſuperari facilius poſſe omnes reſciſſiones, quam latit: foſſæ n i; ad medietatem igitur faciei dirigendi ſunt acceſſus. Figura XXI.

Si ſtationes diſtarent à loco obſeſſo ped: 1000, etiamſi altitudo loricæ interioris eſſet pedum 9, milites intra ſtationes exiſtentes expoſiti eſſent ictibus tormentorum.

Prop. XXIII. Theor.

Figura. CXII. CUm ictus horizontalis tormenti majoris perveniat ad paſſus geometricos 500 ſeu pedes 2500 totidem pedes à loco obſeſſo diſtare debebunt ſtationes, ne ictibus tormentorum ſint obnoxiæ, ictus enim horizontalis à lorica defenditur, at ſi tormentum ellevabitur in ellevatione communi globus ultra ſtationem cadet, & eo magis, quo magis ellevabitur, ſic cæterorum tormentorũ ictus, vel non pervenient ad loricam ſtationis, vel ab ipſa excipientur, vel ſupra ſtationem progredientur; at ſi propius urbem collocatæ erunt ſtationes milites expoſiti remanebunt ictibus tormentorum, quod ut pateat conſideretur figura 12, in qua altitudo valli munimenti obſeſſi una cum altitudine interiore loricæ ſit a b pedum 24, ſitque b i linea plani, b d diſtantia inter altitudinem prædictam valli obſeſſi & ſtationem, quæ ex hypotheſi ſit ped: 1000, a i ictus tormenti, c d altitudo loricæ interioris ſtationis pedum 9, cui æqualis abſcindatur ex recta a b portio b h, & remanebit recta a h pedum 15, connectanturque puncta h, c recta h c, quæ erit parallela, & æqualis ipſi b d, & ſic conſtructa erunt duo triangula a h c, c d i, rectangula, & ſimilia, quare ut latus d i innoteſcat, fiat ut latus a h pedum 15 ad latus h c pedum 1000, ita latus c d pedum 9 ad latus d i, quod invenietur pedum 600, tantaque erit diſtantia inter punctum, in quo cadet globus tormenti, & terminum altitudinis loricæ interioris ſtationis, qua cognita à recta c d abſcindatur portio d g pedum 6, & remanebit portio g c pedum 3, à puncto vero g ducatur recta g e parallela ipſi h c, & b i, quæ terminetur à recta a i, & factum erit triangulum rectangulum c g e, quod erit ſimile triangulo a h g, quare ut latus g e innoteſcat, fiat ut latus a h pedum 15 ad latus h g pedum 1000, ita latus c g pedum 3 ad latus g e, quod invenitur pedum 200, quare globus tormenti intra recintum ſtationis ledere poſſet milites, cum enim altitudo mediocris hominis ponatur pedum 6, illi, qui ultra pedes 200 diſtabunt à termino altitudinis loricæ interioris, expoſiti erunt ictibus tormentorum.

Si

Si ſtationis loricæ altitudo eſſet pedum 6, etiamſi diſtantia inter vallum obſeſſum, & ſtationem eſſet pedum 2500 obſidentes expoſiti eſſent ictibus tormentorum.

Prop. XXIV. Theor.

ALtitudinem loricæ ſtationum ſtatuunt aliqui pedum 6; hac altitudine uſi ſunt Battavi in obſidione ſylvaducenſi, at cum audiviſſent regium adventare exercitum pro obſeſſoribus opprimendis, loricæ exteriori addiderunt 3 pedes, & ſic conſtruxerunt vallum obſidionale pedum 9; Nos totidem pedum vallum interiorem eſſe debere cenſemus, niſi fortè ſenſibiliter extra ictum horizontale tormenti poſitæ eſſent ſtationes, quæ tamen propè urbem quantum fieri poteſt collocari debent. Si igitur diſtantia b d eſſet pedum 2500, ut dictum eſt, & altitudo interior loricæ interioris d c eſſet tantum pedum 6, milites eſſent ictibus tormentorum obnoxij, globus enim, cum ad finem ictus horizontalis pervenit, ſuum curſum ibi non terminat, ſed ulterius progreditur minori tamen vi, & ſenſibili cum declinatione, ſemperque magis magisque lineæ plani b i ſe appropinquans, ex quo ſequitur quod diſtantia globi à plano horizontali poſt loricam eſſet minor pedum 6, & ſic milites ſtatim poſt loricam ictibus patere inciperent, quod non eveniet dum loricæ altitudo erit pedum 9, nam antequam perveniat ad altitudinem hominis, declinare debebit pedes 3, quam declinationem antequam perfecerit ad loricam exteriorem pervenerit, ut conſideranti patebit. Figura XII.

Annotatio circa ſtationes.

QUo ad orthographiam lorica ſtationum habere debet ſua membra ut aliæ, & latitudo tanta ſit, ut ictibus tormentorum reſiſtere poſſit. Hæ ſtationes connectuntur à lineis obſidionalibus, quæ defenduntur à reductibus, vel operibus ſtellatis eo ordine

dine diſpoſitis, quo in figura 2 apparet, lateraque ſtationum muniuntur propugnaculis, & cinguntur foſſa, cujus latitudo ſit ped: 12.

A dato loco acceſſus ad urbem obſeſſam ducere.

Prop. XXV. Probl.

Figura 11.

DIverſimodè duci ſolent ad urbem obſeſſam acceſſus, aliqui enim eos ducunt recto tramite quàdam linea tortuoſa, extenſis hinc inde ad inſtar ramorum quibusdam operibus transverſis, talibusque acceſſibus utuntur utplurimùm Turcæ, alij obliquo tramite ducunt plures lineas inter ſe connexas ad inſtar gradum alicujus ſcalæ, easque nullis alijs operibus muniunt, alij lineas longiores inter ſe angulos obliquos efficientes ducunt, easque reductibus muniunt, alijque unica tantum linea transverſali reductibus munita ad urbem accedunt. De omnibus prædictis variationibus diffuſè Tenſinus agit, Nos vero duobus prioribus modis relictis, tamquam minus utilibus, duobus poſterioribus contenti erimus. Sit itaque punctum r terminus à quo ducendi ſint acceſſus obliquo tramite ad urbem A b eodem puncto r ad punctum p ducatur linea viſualis rp mediante dioptra alicujus inſtrumenti geometrici, vel alio modo inveniantur que per ratiocinium triangulorum anguli opr qpr, quibus mediantibus etiam angulus opq innoteſcet, deinde à puncto r ducatur recta rs, ita ut cum recta pr faciat angulum prs, qui ſit complementum ad duos rectos anguli opr, cumque recta pr cadens ſuper rectas op, sr faciat angulos internos, & ad easdem partes æquales duobus rectis duæ lineæ op, sr erunt inter ſe parallelæ per prop: 28 lib. 1. Eucl: Terminato ductu rs fiat alius su, ducendo lineam su, ita ut faciat angulum rsu æqualem complemento opq ad duos rectos, & ſic ſi produceretur recta rs in t, angulus tsu eſſet æqualis angulo opq, cumque recta sr, ſeu tr ſit parallela ipſi op, etiam

recta

Digitized by Google

recta s u erit parallela ipſi p q, eademque ratione ſi recta z u efficiet cum recta s u angulum z u s æqualem angulo u s r, recta z u erit parallela ipſi s r, ſeu ipſi o p, & ſic procedendo ſemper lineæ acceſſuum parallelæ erunt duabus rectis o p, p q, neque unquam ulla linea à munimento duci poterit, quæ ſit in directum cum longitudine acceſſuum.

Prædictus modus vero quò tutior eò eſt difficilior, quia plures obſervationes requiruntur, quæ difficilè fieri queunt; aliter tamen duci poſſunt acceſſus. A puncto r ducantur ad puncta o, & q rectæ r o, r q, & obſervetur angulns o r q, deinde ſi ducendus erit acceſſus ad partes o, duci poterit ſecundum lineam r o, quæ cum reſpiciat punctum o, nulla alia linea ex munimento duci poterit, quæ ſit ipſi in directum, cumque in altera parte incipi debeat novus flexns v. g. ex puncto w duci debet linea w Δ, ita ut cum recta w r faciat angulum Δ w r, qui ſit minor complemento anguli o r q, quod ſi idem angulus æqualis eſſet prædicto complemento, linea novi flexus eſſet parallela ipſi r q, & ſi produceretur terminaret in munimento, quod eſſet prægiuditiale oppugnantibus, quare quo magis prope urbem admoventur acceſſus eo minor eſſe debet angulus flexuum reſpiciens punctum r. Modus prædictus eſt ſuperiore facilior, cùm ex eodem puncto duæ ſufficiant obſervationes, at non adeo tutus, quia niſi anguli flexuum debitam haberent proportionem inter ſe, aggreſſores detecti remanerent, quod ſæpe ſæpius contingit.

Tertius modus eſt ſatis tutus, & omnium faciliſſimus, ac breviſſimus. A puncto, 8, obſervetur punctum q, ad quod ducatur linea 8 q, per quam dirigantur acceſſus, producanturque quouſque opus fuerit, qui muniantur reductibus D, C, &c. diſtantibus inter ſe tantum, ut facile ſe defendere poſſint. Erit prędictus modus ſatis tutus, cum omnes lineæ, ductæ à munimento A ad partes 8 q, neceſſario interſecare debeant rectam 8 q, erit faciliſſimus, cum unica tantum obſervatione ægeat, & breviſſimus cùm unica linea perficiantur acceſſus. Loco reductuum muniri poterit prædicta linea parvis operibus cornutis, quorum deſcriptio

Digitized by Google

extat in prop:20 hujus libri,& ſic melius,& linea ſupradicta,& prędicta opera defendi poterunt;duo enim cornua defendunt partem anteriorem operis, cætera latera defenduntur ab opere poſteriori, cum enim latera 2,3, -- 4,5, non ſint parallela ſed cum recta 3,5,-- faciant duos angulos 2,3,5 – 4,5,3 obtuſos, ſi producerentur concurrerent ad unum punctum, ad quod quo magis accederent, eò minor eſſet diſtantia inter ſe, & ſic terminare deberent in punctis 6,& 7, ſi punctum concurſus vltra opus poſterius poſitum eſſet, ex quo ſequitur quod duæ facies 9,7, – 6,* reſpiciant duo latera 4,5, -- 2,3, & ſic omnes partes prædictorum operum defendi poterunt.

Quò magis acceditur ad urbem eò major eſſe debet acceſſuum altitudo.

Prop. XXVI. Theor.

Figura XIII.

NOn ſemper eadem eſſe poteſt acceſſuum altitudo, ſed ipſam variare oportet, quò magis enim acceditur ad urbem eo major eſſe debet, ubique tamen tanta ſit ut ſimul cum profunditate foſſæ milites tegat; quod autem major eſſe debeat quò magis ad urbem acceditur geometricè patet. Sit punctum d magis diſtans, quam punctum c à puncto a, à quo ad prædicta duo puncta c,& d ducantur rectæ a c, a d, & orietur triangulum a c d, & angulus a c b, qui, cum ſit externus major erit angulo a d c, quare ſi abſcindantur ex a d, & a c duæ portiones æquales d z, u c punctum u magis diſtabit à recta b d quam punctum z, ideoque altitudo u x major eſſe debebit altitudine q z.

Eadem ubique eſſe poteſt profunditas foſſæ acceſſum.

Prop. XXVII. Theor.

Figura XIII.

ALiqui putant profunditatem foſſæ eò majorem eſſe debere quò minor eſt diſtantia ab urbe, Nos vero eamdem ubique eſſe poſſe invenimus. Diſtet punctum t à puncto b pedes 800, ſit

Digitized by Google

r t profunditas foſſæ pedum 3, ſitque altitudo valli a b comprehenſa lorica pedum 24, & latitudo foſſæ h t pedum 12. His poſitis, cum altitudo loricæ h g talis ſtatuenda ſit, ut ipſa mediante diſtantia globuli ejaculati, à puncto t eſſe debeat pedum 3, ita ut tota diſtantia s r ſit pedum 6 ad hoc ut homo in foſſa exiſtens ſit tutus, à tota à b abſcindatur portio p b pedum 3, & remanebit portio a p pedum 21, à puncto vero p ducatur recta p s parallela ipſi b d, producaturque recta r t uſque in s, deinde conſiderentur duo triangula rectangula, & ſimilia, a p g, s t d, & ut latus t d reperiatur, fiat ut latus a p pedum 21 ad diſtantiam p s pedum 800, ita latus s t pedum 3 ad latus t d, quod invenietur pedum 114, abjectis fractionibus, quo cognito ut latus h g trianguli g h d conſurgat, fiat ut latus d t inventum pedum 114 ad latus t s pedum 3, ita latus d h pedum 126 (compoſitum eſt enim ex latere d t, & latitudine ſuperiore foſſæ) ad latus h g, quod invenietur pedum 3 cum aliquibus fractionibus, quare altitudo l g eſſe poterit pedum $3\frac{1}{2}$, qua habita indaganda erit altitudo e i; ſupponatur itaque diſtantia b o, ſeu p m pedum 200, & profunditas foſſæ n o pedum 3, ut ſupra, erit altitudo m o pedum 3, ratione ſuperius allata, quare ut latus o c innoteſcat, fiat ut latus a p pedum 21 ad latus p m pedum 200, ita latus m o pedum 3 ad latus o c, quod invenietur pedum 28, quibus additis pedibus 12 rectæ i o, tota i c erit pedum 40, qua cognita ut latus e i conſurgat, fiat ut latus c o pedum 28 ad latus o m pedum 3, ita latus c i pedum 40 ad latus i e, quod invenietur pedum $4\frac{1}{2}$, & ſic altitudo loricæ eſſe poterit pedum $4\frac{1}{2}$, ex quibus patet profunditatem foſſæ eſſe poſſe ubique pedum 3; quod ſi verſus urbem eſſet major, ſi aliquandò plueret foſſa impleretur acqua, quæ ibi maneret magno cum incomodo militum, dum nullum tranſitum haberet, quod aliquando contigit, quare foſſa acceſſuum debet potius in principio eſſe profundior, vel ſi erit ubique æqualis, fieri debet à latere canaliculus declinans verſus foſſam caſtrorum, in qua derivari debebit acqua mediante aliquo ductu.

Latitudo foſſæ acceſſuum communiter ponitur pedum 12 ſuperius, inferius vero pedum 6, poteſt tamen augeri quantum opus fuerit, in reliquis lorica habere debet ſua membra, ut in alijs, & quando erit nimis alta conſtrui poterunt duo ſcabella.

Suggeſtus tormentorum conſtruere.

Prop. XXVIII. Probl.

Figura 19,&20. FIat linea A B, quæ, & numero, & magnitudini tormentorum proportionetur, ſuper qua errigatur lorica A B F C interſecta tot foraminibus, quot eſſe debent tormenta, quorum altitudo G H tanta ſit ut tormentum facile aptari poſſit, altitudo vero b c tanta ſit ut tormentum tegatur, quæ fieri ſolet trium pedum, latitudo inferior, quam repræſentat recta T R figuræ 19 eſſe debet pedum 25 vel ad minimum 12, ut lorica reſiſtere poſſit ictibus tormentorum inimicorum, acclivitas exterior W R ſit æqualis dimidio altitudinis, interior T S æqualis dimidio acclivitatis exterioris; foramina fieri debent ad inſtar forcipis, quorum latitudo interior eſſe ſolet pedum 2, 2 ½ vel 3 ad ſummum, latitudo exterior, quando baſis loricæ eſt pedum 12 eſſe ſolet cum latitudine interiore in proportione dupla, vel dupla ſeſquitertia, quando baſis eſt pedum 25, tunc latitudo ad latitudinem interiorem eſſe ſolet in proportione tripla vel quadrupla, quare ratio habenda eſt ad qualitatem tormenti ad latitudinem loricæ & ad diſtantiam in qua ſtatui debet ſuggeſtus.

Spatium ſuper quo collocandum eſt tormentum ſterni debet aſſeribus, planumque illud ſurſum inclinare debet, ut tormenta ad locum ſuum reduci poſſint, partes vero ſuperiores loricæ verſus campum declinare debent.

Quantum ſit ſpatium ictibus alicuius tormenti expoſitum in data diſtantia cognoſcere.

Prop. XXIX. Probl.

Figura XIX. QUod maius ſit ſpatium ictibus tormenti expoſitum, quò major eſt diſtantia geometricè patet ſi enim fiant duo triangula æquiangula, & ſimilia D A E, C A K, ita ſe habebit latus C K ad latus D E ut latus A K ad latus A E, latus vero A K ex conſtructione minus eſt latere A E, erit igitur etiam latus C K minus latere DE; Quot pedes autem contineat prædictum ſpatium cognoſcetur, ſi prius nota ſit diſtantia A E, noctæque ſint latitudines foraminis

tor-

Digitized by Google

tormenti, & ejus longitudo; ſupponatur itaque rectam d Z eſſe parallelam ipſi B N, ſitque diſtantia A E, ſeu O F pedum 800 longitudo foraminis A L pedum 20 latitudo inferior A O pedum 3 exterior B N pedum 12. His poſitis à pedibus 12 latitudinis B N auferantur pedes 3 latitudinis A O, ſeu L M, eritque reſiduum pedum 9 quantitas duarum latitudinum B L, M N ſimul ſumptarum, cujus dimidium pedum 4½ erit quantitas lateris B L trianguli B A L, quo cognito ut latus D E trianguli D A E innoteſcat, fiat ut latus A L pedum 20 ad latus B L pedum 4½, ita latus A E pedum 800 ad latus D E, quod invenietur pedum 180, cui æqualis erit recta F G, quibus addita portione E F pedum 3 æquale ipſi A O tota D G erit ped: 363; at ſi orificium tormenti ex puncto A reſpondebit puncto N, vel ex puncto O reſpondebit puncto B, ictus pervenient uſque in Z, & d, & ſic totum ſpatium d Z obnoxium erit ictibus prædicti tormenti; ut igitur recta d Z nota fiat, primò latitudini A O auferatur quantitas orificij tormenti, quæ ſit u. g. ½ unius pedis, & ſic recta B e erit pedum 5, quibus ablatis à pedibus 12 rectæ B N, remanebit recta N e pedum 7, deinde à puncto a ducatur recta a b parallela, & æqualis ipſi A E, & constructa erunt duo triangula b a Z, e a N, quæ erunt æquiangula, ut ex conſtructione deduci poteſt, quare ut latus b Z innoteſcat, fiat ut latus a e pedum 20 ad latus N e pedum 7, ita latus a b pedum 800 ad latus b Z, quod invenietur pedum 280, à quibus ablatis pedibus 2 portionis b f, remanebit recta f Z pedum 278, cui æqualis erit recta d b, ut ex dictis deduci poteſt, qua addita rectæ b Z pedum 280, tota d Z erit pedum 558, ſpatium igitur continens totidem pedes diſtans ab orificio tormenti pedes 800 expoſitum erit ictibus ejuſdem tormenti, & ſic data qualibet diſtantia cognoſci poterit ſpatium prædictum.

Concluſio.

MEdiantibus lineis obſidionalibus, acceſſibus, tormentorum ſuggeſtibus, urbes munitæ obſidentur, oppugnantur, ac tandem obtinentur quod tamen non ſemper contingit, obſeſſi enim, & ictibus tormentorum, & excurſionibus opera inimicorum deſtruendo ipſiſque damna inferendo, adeò illos aliquando retardant, ut ſupervenientibus auxialibus copijs, vel alia de cauſa co-

Digitized by Google

guntur interdum oppugnantes obſidionem ſolvere , quod ſi his non obſtantibus ad foſſam denique ſe conferunt, illuc non perveniunt abſque detrimento,quod ut minus experiantur, dirigere debent ad propugnaculi faciem , tamquam ad partem debiliorem acceſſus, qui ita conſtruendi ſunt, ut milites in illis exiſtentibus tegantur,quod eveniet, ſi omnes lineæ à munimento obſeſſo ductæ, lineas, per quas ducuntur acceſſus interſecabunt, & eorum lorica altior fiet, quò urbi propinquiores erunt. Hoc modo ad foſſam perventi,deinde tormentis urbis dejectis conſtruere debent vineas, per quas ad mœnia,ſeu ad vallum ſe tranſferant,quod mediantibus cuniculis deſtruendum eſt. De his omnibus agendum remaneret ſicuti de reſciſſionibus,& alijs ad defenſionem ſpectantibus, at quia hæc praxi potius, quàm Geometria ægent, noſtrumque inſtitutum eſt demonſtrare ea, quæ ratione geometrica fieri debent, huic operi finem imponemus.

FINIS.



Digitized by Google

MONITIO AD LECTOREM.

Quamvis omnem diligentiam adhibuerim ut hoc opus absque mendis in lucem exiret, tamen, communem ſortem, cui ſubjecti ſunt ſcribentium libri evitare non potuit mea Geometria militaris; non pauci enim irrepſerunt errores Typographi, & præcipuè propter multiplices ſchematiſmorum per alphabeti litteras explicationes: Præcipuos quos inveni poſt iteratam lectionem hîc notavi, reliquos, quos offendes benevolè corrige. Invenies inſuper aliquam imperfectionem in figuris, ſed hoc potius evenit ex defectu materiæ quam ex incuria artificium; carta enim, dum exſiccatur diverſam redit figuram ab ea quam recepit, dum erat humida, & ſemper ad ejus alterationem, figuræ variationem ſubeunt. Modum conſtruendi prædictas figuras in propoſitionibus invenies, errata vero ne te inter legendum perturbent ſic corrigito.

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
(✠)	9	ſenſibiii	ſenſibili
Ibid.	13	plebris	plebeis
2	13	H h	H b
6	21	H, & B	H, & D
7	11 / 16 / ib.	D d A	d D A
9	12	pedem	pedum
9	16	S t	T t
10	2	augull	angulis
Ibid.	3	Propl.	Prop.
13	17	fia .	fiat
15	15	augulis	angulis
ibid.	11	15881	25881
18	19	O F C	F O C
Ibid.	36	D O	B O
20	7	ſummi	ſumi
23	2	O H B	O H b
25, 26		in prop. 10 lib. 2 pro litteris T, & t figuræ pri. uſurpatur ſemper B, & b	
26	21	A B	A D
ibid.	23	A d	A D
29	7	eneagonum	hennagonum
ibid.	9	Iventa	Inventa
31	5	B	b
39	15	etit	erit

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
45	25	mioor	minor
55	31	andulo	angulo
56	26	prad.	grad.
55, 56		in prop. 25 lib. 1 pro littera F figuræ pri. ſemper uſurpatur littera C.	
65	in margine	Figura 15	Figura 14
71	21	C G	D G
74	23	parallem	parallelam
75	32	C S D	C S R
88	10	ſen	ſeu
94	13	O I C	N I C
100	24	grag.	grad.
105	27	habeat	habeant
122	6	prædict, æ	prædictæ,
127	16	pepedum	pedum
129	12	t l k	t k l
134	22	conſtrnctione	conſtructione
ibid.	in margine	Fig. 28.	Fig. 33.
145	3	pepum	pedum
146	2	æquali	æquale
148	19	N B E	N B
149	27	C A e	C A E
152	3	circulo	circulus
ibid.	ibid.	A M d	A m d
ibid.	25	p d h	g d h

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
155	16	I H	F R
157	13	ſtringeatis	ſtringentis
158	2	utcmque	utcumque
159	in margine	Fig 9.	Figura 10.
160	10	exiſtentæ	exiſtente
161	17	750	740
162	22	f g	f h
169	22	rectæ	tectæ
172	16	tantaquæ	tantaque
176	in margine deeſt		Figura 2.
192	27	productum	productus
198	24	conſeques	conſequens
201	2	ambo	ambæ
202	12	conſurget	conſurgat
ibid.	17	pedem	pedum
218	13	exiſtenibus	exiſtentibus
220	5	paſim	baſim
231	18	X R Z	R X Z
234	17	rationium	ratiocinium
243	25	prolygoni	polygoni
249	1	lus	tus
253	33	præmonitionibus	præmunitionibus
267	17	punctaa	puncta
272	1	Figura 2.	Figura 21.
272	in margine	Fig. 2.	Figura 21.
273	10	anguluns	angulus

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google